

# 從奇異的行星逆行到日心說的建立

錢宜新 姚珩

國立台灣師範大學物理系

## 摘要

行星的逆行運動，對舊天文學的托勒密系統來說，是個困擾的問題；但對哥白尼而言，它反而利用了此複雜現象，加上簡潔的論述，決定出天球的層次，完成了簡單、和諧、對稱與均勻的「日心說」。

### 一、前言 — 地心說與托勒密系統

農業時代人們日出而作，日落而息，認為太陽的升落從不停歇，且相信月亮與其他星辰也都是以地球為中心在運轉著，如此逐漸發展出了「地心說」或「同心球宇宙」模型，主張：地球為宇宙的中心，恆定不動，循序向外則為月亮、太陽、行星所在的各層球殼（或稱天球），這些天球會以不同的轉動速率繞著地球旋轉（圖一）。



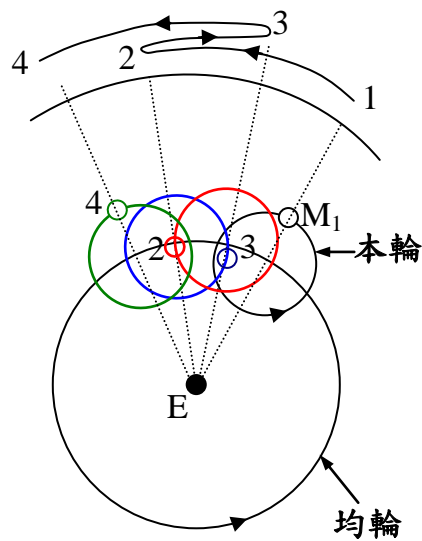
圖一：地心說宇宙模型，以地球為中心，日、月、行星分別在不同的圓形軌道上作圓周運動，宇宙的邊界則為不動的恆星天球。

同心球宇宙的結構簡單，在美學上具有相當的價值，且與人們腦海中天球的形象相當符合，天體規律地運行，日復一日、年復一年，均東昇西落。若面向北方，則可以看見星體繞北極星做逆時針的旋轉，但在實際應用上，卻存在著一些缺陷。因有五顆星在某些時段內會做不規則的運行，與其他時段相比，彷彿向後退了，此種行星的「逆行」現象代表它們可在空中隨意漫步（圖二），因此這五顆星—水星、金星、火星、木星和土星—被取名為行星 (planet，原意為漫遊者)。



圖二：火星逆行圖。2007年8月至2008年4月間火星在每日午夜時的位置，這段期間內火星的軌跡並非總是筆直由西向東，11月18日附近，火星往東的速率變慢，看起來甚至像停住不動，稱之為「留」；11月18日之後，火星由東往西運動（白色虛線路段）稱為「逆行」，1月31日附近火星往西的速率又變慢了（為另一個「留」）；1月31日過後，火星由西向東運動回復正常的「順行」。而在逆行中點12月24日的火星看起來特別大、特別亮。Credit & Copyright:Tunc Tezel (TWAN).

很明顯地，同心球模型解釋不了行星的逆行，隨後托勒密 (Ptolemy, 85-165 AD)，保留著完美的圓周運動，但引入大圓 (均輪，deferent) 和小圓 (本輪，epicycle) 的「均輪—本輪」模型來描述行星逆行，常稱此系統為「托勒密系統」。經過千餘年許多天文學家的努力，托勒密系統可以精確預測各種天象，直到17世紀，托勒密系統與地心說一直都是天文學的主流。然而，「地心說」的代價是整個宇宙模型變成相當複雜，為了和觀測的結果相符，行星可能在一個、或一個以上的本輪中運行，完全失去了原創者所追求的簡單性 (圖三)。



圖三：「托勒密系統」描述行星逆行的方式。繼承「同心球宇宙」模型，托勒密系統以地球 (E) 為中心，行星 (M) 在本輪上，而本輪的圓心又繞著均輪運轉，均輪的圓為 E，均以逆時針繞行(由黃道北極來看)。本輪與均輪轉速不同，造成行星 (M) 在位置 2 和 3 之間有逆行的現象。

## 二、哥白尼模型—簡單、和諧、對稱的日心說

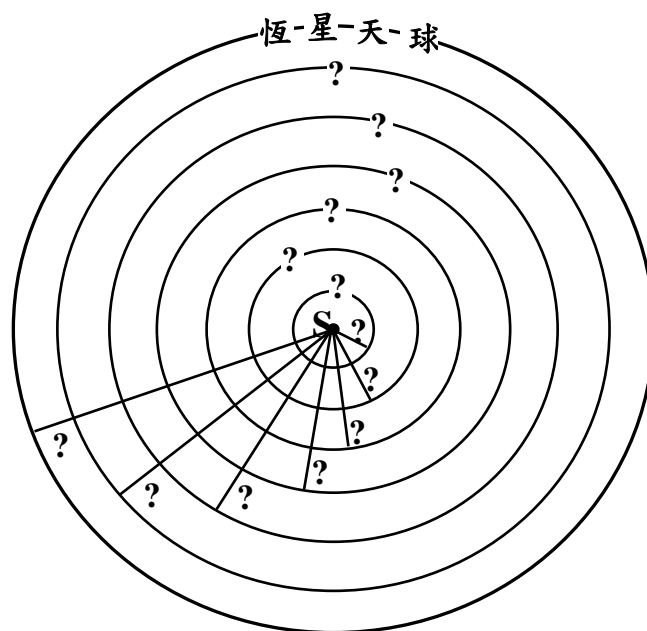
十六世紀初，哥白尼 (Nicolaus Copernicus, 1473-1543, 波蘭人) 受到文藝復興時期的新柏拉圖主義影響，認為數學為真實的實體 (reality)，亦為萬物的本質 (substance)。托勒密系統的過度複雜，顯然不符合數學的簡單性與幾何的對稱性，因此也不是真實的天文系統。他在 1543 年所出版的《天體運行論》的序言裡指出：

“同心圓、偏心圓和本輪，...引用了許多與均勻運動的基本原則，顯然牴觸的概念，...也不能得出...對稱性，...彼此不協調。...那些人採用偏心圓論證的過程或方法，要不是遺漏了某些重要的東西，就是塞進了一些外來的，毫不相關的東西。”

如果以地球為宇宙中心，並不能給出完美均勻的圓形，那麼要以什麼為天體的中心，才可達成此理想？在受到古希臘天文學家阿里斯塔克斯(Aristarchus of Samos, 310-230 BC)大膽假設地球環繞太陽運行的啟示，再加上自己耐心地研究，哥白尼於他的著作裡堅定地主張：

「太陽位於宇宙中心，地球與行星均圍繞著它做運動。」

依據這個「日心說」的性質，他要如何建構宇宙的體系？每顆行星的順序為何？它們至圓心的距離大小又是多少 (圖四)？



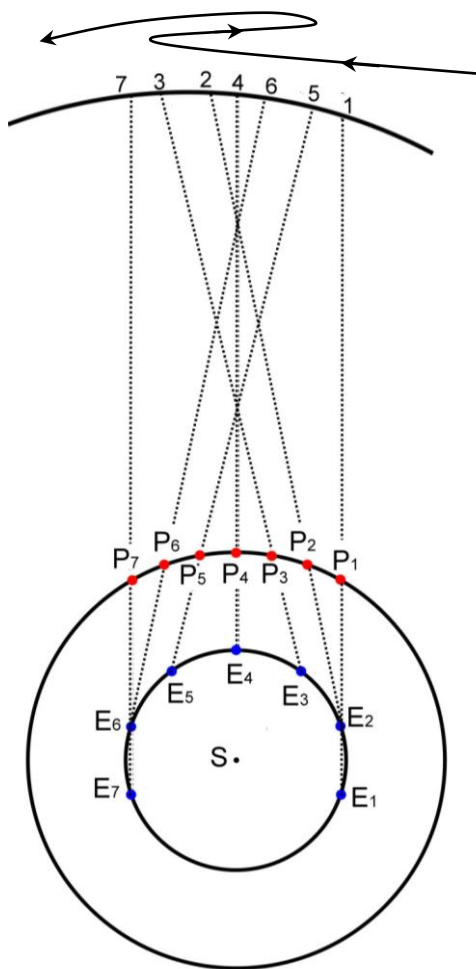
圖四：哥白尼理想中的宇宙模型。

### 三、由行星逆行現象決定出日心說模型

行星的逆行對歷經千餘年的托勒密系統而言，是相當困擾棘手的複雜現象，為了要「拯救」地心說，必須要引入越來越多的均輪、本輪來涵蓋逆行現象，而犧牲了簡單性。相反地，看似複雜的行星逆行，卻是支持日心說強而有力的證據。底下將就理論上日心說如何描述行星逆行，藉此決定出行星至太陽的距離與其公轉週期，並將這些理論值與現今的公認值比較。

#### (一) 理論描述

不同於托勒密系統，哥白尼模型中的五大行星從未真的「逆行」，而是地球與行星的相對位置的改變，所造成的視覺效應（圖五）。根據哥白尼的宇宙模型，地球與行星皆繞著太陽運動，靠近太陽的行星公轉速率較快，遠離太陽的行星公轉速率較慢，這樣的速率差異造成行星位置的視覺投影產生了「後退」的現象，也就是行星的「逆行」。

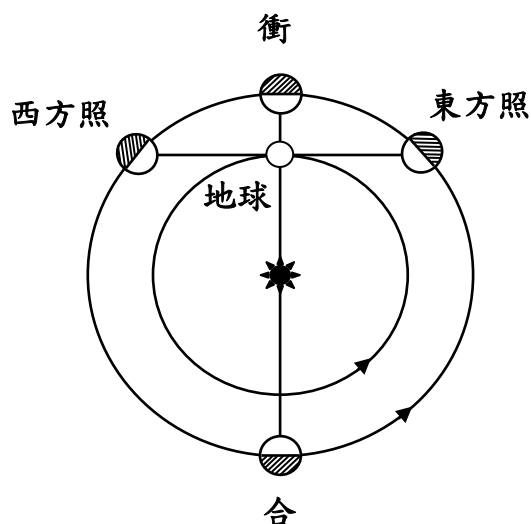


圖五：哥白尼模型中的行星逆行。S 是宇宙的中心太陽，E 是地球，P 是地外行星， $E_1$  到  $E_7$  與  $P_1$  到  $P_7$  分別是連續七個相同時間間隔，地球與行星的位置。最上方的背景 1 到 7，則是運動中的地球看運動中的地外行星，在天球上的投影位置，可以發現 1-2-3 是由西朝東方向行進，3-4-5 是由東向西方向前進，5-6-7 又回到由西朝東方向前進，由此可知 3-4-5 期間產生了「逆行」。

圖五中兩個簡單的圓形公轉軌道，加上各自不同的公轉速率，就能解釋行星發生逆行時的三種現象：

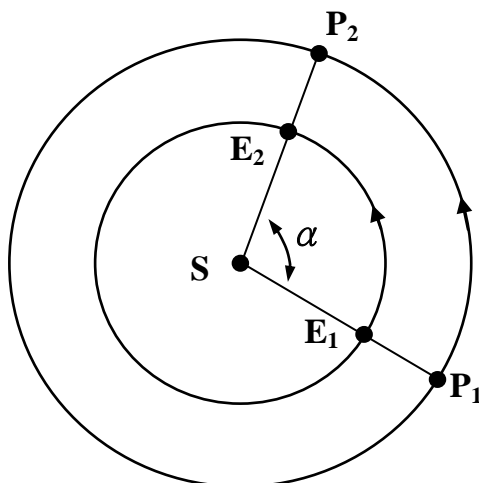
1. 行星逆行的中間點（圖五中之  $P_4$ ）距離地球最近。
2. 行星逆行期間（ $P_3$  到  $P_5$ ），行星特別明亮。
3. 符合觀測者所紀錄「順行—留—逆行—留—順行」的運動過程。

以地外行星（如火星、木星及土星）為例，在哥白尼系統的論述中，有兩個重要的行星位置需要掌握。當太陽、地球與行星連成一直線，且地球在行星與太陽中間時，稱為行星衝 (opposition)；當行星-地球-太陽成直角時，稱為方照 (quadrature) (圖六)。哥白尼在其著作後段中，為了要與觀測到的土星、火星衝之位置及時間精確的吻合，仍在正圓軌道上引入了小本輪來修正。在此為了簡化計算起見，我們將使用地球與行星均圍繞著太陽作等速率圓周運動的假設—可稱為「簡易日心說模型」，來代表哥白尼系統。由此簡易日心說模型，及衝與方照兩重要位置，我們即可由行星的逆行現象，求得各行星的公轉週期、行星至太陽的距離。



圖六：太陽、地球與地外行星的相對位置示意圖

1. 行星的公轉週期：



圖七：日—地—行星，形成兩次三連星位置（或稱「衝」）的關係圖。

以地球繞太陽一週的時間 1 年為單位，地球做等速率圓周運動的角速度為  $\omega_E = 360^\circ / 1 \text{ 年}$ ，若行星繞太陽一週的時間為  $T$  年，則該行星的角速度為  $\omega_P = 360^\circ / T \text{ 年}$ 。假設日—地—行星的相對位置為「衝」（即  $S-E_1-P_1$ ），此時為行星逆行運動的中間點，經過時間  $t$  年後，日—地—火星的相對位置又為衝（ $S-E_2-P_2$ ），地球由  $E_1$  繞過一圈後到達  $E_2$ ，走了  $(360^\circ + \alpha)$ （圖七），地球的角速率則為

$$\omega_E = \frac{360^\circ}{1 \text{ 年}} = \frac{(360^\circ + \alpha)}{t \text{ 年}} \quad \dots\dots (1)$$

而行星  $P$  前進了  $\alpha^\circ$ ，行星的角速率為

$$\omega_P = \frac{360^\circ}{T \text{ 年}} = \frac{\alpha}{t \text{ 年}} \quad \dots\dots (2)$$

合併式 (1) 與 (2) 可得

$$\frac{360^\circ}{1\text{年}} = \frac{360^\circ}{t\text{年}} + \frac{\alpha}{t\text{年}} = \frac{360^\circ}{t\text{年}} + \frac{360^\circ}{T\text{年}} \quad \dots\dots (3)$$

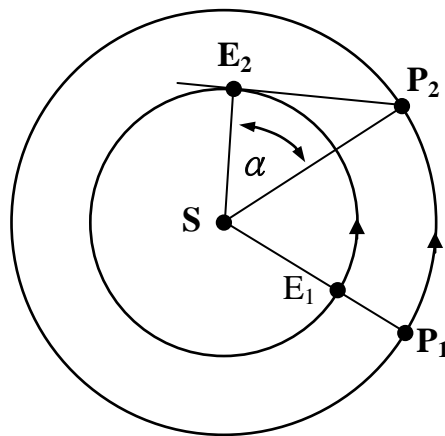
上式同除  $360^\circ$  後，移項可得

$$\frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{t},$$

取上式之倒數，可得行星週期為

$$T = \frac{t}{t-1} \quad \dots\dots (4)$$

2. 行星的軌道半徑：



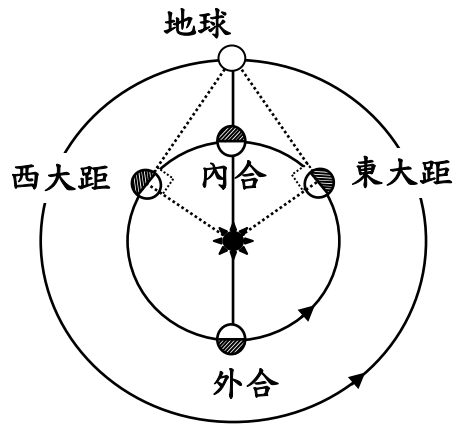
圖八：日—地與地—行星連線成直角時，稱為方照，它是決定地外行星模型所需要的重要觀測值。

設地球軌道半徑為  $r=1$ ，行星軌道半徑為  $R$ ，從日—地—行星的相對位置為衝開始 ( $S-E_1-P_1$ )，經過時間  $\tau$  年後，地球與行星的相對位置形成直角或方照時 (圖八)，利用直角三角形  $SE_2P_2$  之餘弦函數，及行星與地球之角速率值，與行星週期關係式(3)，經過一些代換運算後，可得行星軌道半徑為

$$R = \sec\left(\frac{360^\circ\tau}{t}\right) \quad \dots\dots (5)$$

其中  $t$  (單位年) 為連續兩次衝的時間間隔。

至於地內行星 (如水星、金星)，兩個重要的行星位置則為內合 (inferior conjunction) 與大距 (greatest elongation)。當行星、地球及太陽成一直線，且行星在太陽與地球中間時，稱為內合；從地球觀看地內行星和太陽的視角最大時，稱為大距 (圖九)。



圖九：太陽、地球與地內行星的相對位置示意圖

地內行星之內合、大距與地外行星之衝、方照的角色很相似，因此，由行星的逆行現象，來計算地內行星的公轉週期、和行星至太陽的距離，其描述及運算方法，與地外行星中所陳述的過程，也非常類似。茲僅將其計算結果，表示如下：

地內行星的公轉週期為

$$T = \frac{t}{1+t} \quad \dots\dots (6)$$

地內行星軌道半徑為

$$R = \cos\left(\frac{360^\circ\tau}{t}\right) \quad \dots\dots (7)$$

其中  $t$  (單位年) 為連續兩次內合的時間間隔， $\tau$  為內合過後，至日—行星與地—行星連線成直角 (大距) 所經過的時間間隔 (圖九)。

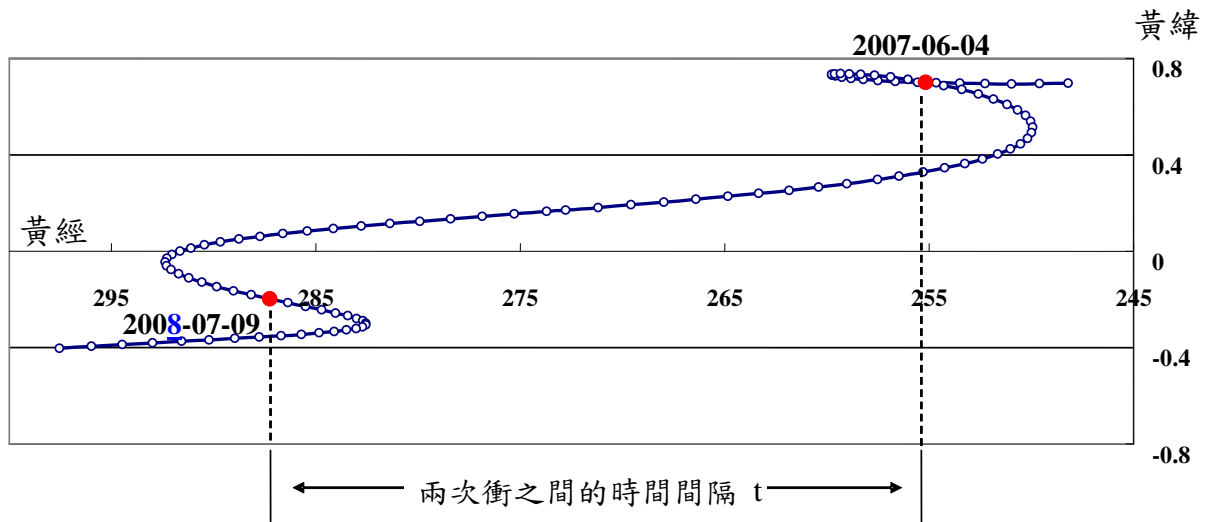
由上述可知，「衝」和「方照」(或「內合」與「大距」) 的角色在決定地外 (或地內) 行星軌道週期與半徑時，扮演著重要地位。利用它們，再使用一些基本的代數運算與幾何關係，即可決定出哥白尼模型中的行星順序、與公轉半徑。

## (二) 觀測比較

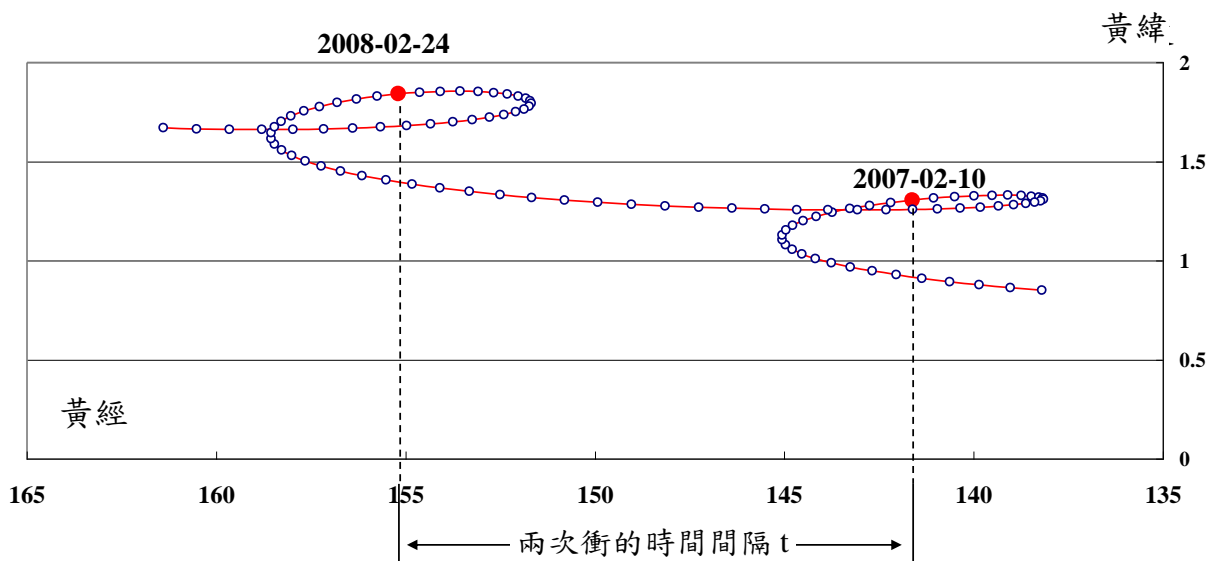
由於在地球上的觀察者，每天均可清楚地測量出地球與太陽、及地球與行星的相對角度 (黃經/黃緯)，因此日—地—行星形成一直線：衝 (或日—行星—地形成一直線：內合) 的時間可清楚的被觀察者觀測到，也可知兩次衝 (或內合) 的時間間隔 ( $t$ )，和衝至方照 (或內合至大距) 的時間間隔 ( $\tau$ )。在衝或內合之前後，行星很亮，肉眼即可觀測到，若將行星每天的位置記錄下來，便可發現其特殊的運動路徑。以下則是使用美國天文台的 MICA 軟體，輔助我們找尋到北台灣最近的行星位置數據後，所繪出 2007 年到 2008 年木星與土星兩次逆行之



間，於天球上的運動軌跡（圖十、圖十一）。



圖十：兩次逆行的木星在天球上的位置軌跡。兩次衝 2007 年 6 月 4 日至 2008 年 7 月 9 日的時間間隔為 400 天。

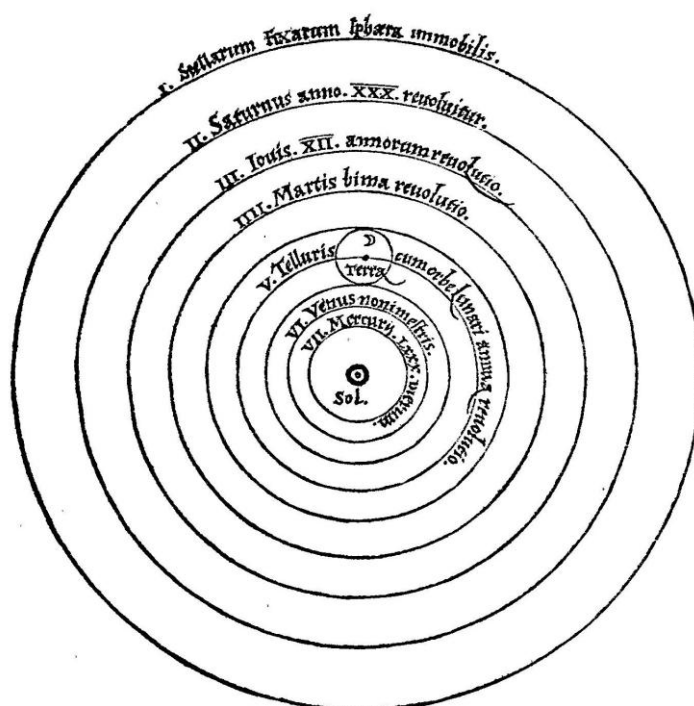


圖十一：兩次逆行的土星在天球上的位置軌跡。兩次衝 2007 年 2 月 10 日至 2008 年 2 月 24 日的時間間隔為 379 天。

將這些數據  $t$  與  $\tau$ ，代入式 (4)、(5) 或 (6)、(7)，即可求得簡易日心說模型中行星的公轉週期、與軌道半徑兩者之理論值，茲列於表一。表中所求得的軌道半徑的理論值，與公認值僅有些微的差異，主要是因為行星繞日的真實軌跡應為橢圓，而非正圓。

表一：通過觀察數據  $t$  與  $\tau$ ，及經由簡單的日心說模型，所求得的公轉週期（單位：年）與軌道半徑（單位：地球公轉半徑）之理論值

	水星	金星	火星	木星	土星
兩次衝(或內合)時間間隔 ( $t$ )	0.32	1.60	2.19	1.09	1.04
衝至方照的時間間隔 ( $\tau$ )			0.27	0.25	0.24
內合至大距的時間間隔 ( $\tau$ )	0.06	0.19			
公轉週期理論值	0.24	0.62	1.84	12.19	27.04
公認值	0.24	0.62	1.88	11.86	29.46
軌道半徑理論值	0.38	0.72	1.43	6.59	8.95
公認值	0.38	0.72	1.52	5.20	9.55



圖十二：哥白尼日心說的宇宙模型簡圖。由外往內第一層 (I) 是恆星天球，第二層(II) 是土星天球，第三層 (III) 是木星天球，第四層 (IIII) 是火星天球，第五層 (V) 是地球，同時月球 (D) 繞著地球運動，第六層 (VI) 是金星天球，第七層 (VII) 是水星天球。為一個簡單、對稱的完美宇宙模型。今天稱軌道在地球與太陽中間的行星為地內行星，如水星和金星；稱軌道在地球以外的稱為地外行星，如火星、木星和土星。

因此，如表一所示，各行星至太陽的距離終於可確定下來，依次為水星、金星、地球、火星、木星、土星（圖十二）。哥白尼在其巨著中寫著：

我終於發現：如果把其他行星的運動與地球軌道運行聯繫在一起，並按照每顆行星的運轉來計算，那麼不僅可以對所有行星和球體，得出它們的觀測現象，還可以使它們的順序和大小、以及穹蒼本身，全部聯繫在一起了，以致不能移動某一部份的任何東西，而不在其他部份和整個宇宙中引起混亂。

通過這些軌道半徑的比值，所有行星和天球的秩序穩定下來，變得渾然一體，最後終於建立起他的日心說，哥白尼讚嘆：

我們從這種排列中發現宇宙具有令人驚異的對稱性，以及天球運動和大小已經確定的和諧關係，而這是用其他方法辦不到的。

#### 四、結論

以哥白尼的日心說模型描述太陽的行星系統，雖然與觀測仍有些微出入，但是這無損於哥白尼宇宙模型的偉大，而其偉大之處就在於該體系所呈現出來的簡單、對稱、和諧與均勻，這是所有學者追求的完美境界，也代表著更接近真理！同時，也因為哥白尼偉大的工作，原本陷入混亂的天文學又重獲新生。由於他率先建立了一個基於地動的天文學體系，哥白尼常常被稱為第一位近代天文學家，這是我們從 16 世紀科學革命至今，仍忘不了哥白尼的原因。至今波蘭還有許多哥白尼的紀念雕像。波蘭科學院外哥白尼的雕像，右手拿著兩腳規，左手拿著宇宙模型，象徵他是熱切追求自然真理的巨人。往後他的繼承者如克卜勒、伽利略與牛頓，一致堅信：日心天文學掌握了解決行星問題的鑰匙。並且在他們的追尋中，仍致力追求哥白尼所揭櫫的簡單與和諧性，從哥白尼止步的地方出發，這些繼承者也成為影響後世偉大的人物。



圖十三：波蘭科學院外哥白尼的雕像

## 五、參考資料

1. 哥白尼 (Copernicus, N. [1543] 2004) : 天體運行論。台北：大塊文化。
2. 庫恩 (Kuhn, T. 1985) : 哥白尼革命—西方思想發展中的行星天文學。北京：北京大學出版社。
3. 伯特 (Burt, E. 1994) : 近代物理學的形而上學基礎。成都：四川教育出版社。
4. 邱國光 (2007) : 2008 年星象手冊。台北：台北市立天文科學教育館。
5. 袁尚賢 (1986) : 天體運行論與哥白尼。台北：科學月刊，196 期。
6. Bechler, Z. (1991) , Newton's physics and the conceptual structure of the scientific revolution. Boston ; Kluwer Academic Pub.
7. Duhem, P. (1985) , To save the phenomena: An Essay on the Idea of Physical Theory from Plato to Galileo . Chicago, IL; University of Chicago.
8. Multiyear Interactive Computer Almanac (MICA, 美國海軍天文台用星體位置計算軟體), Version 2.0
9. Tezel, T. <http://apod.nasa.gov/apod/ap080511.html> (火星逆行圖)