

# 弦理論中的快子凝聚

文/林豐利

## 摘要

本文介紹了近來弦理論中有關快子凝聚的發展簡史，基本概念，研究動機、以及最新的研究進展。

## I. 源起

快子凝聚(Tachyon Condensation)是最近幾年來弦理論的一個重要的研究課題。有趣的是其他弦理論課題的進展通常是在美國發起，由多組研究人員在短時間之中共同參與，達成盛況，然後曲終人散。快子凝聚一開始卻只由Ashoke Sen 一個人在印度經過一年多(1998-1999，當時大多數的弦理論學家的心思都放在對著名的AdS/CFT全像對偶的理解上)的獨立研究，確立了快子凝聚研究的基本架構，之後才有其他人(主要是芝加哥學派)結合了1999-2000弦理論中有關非交換幾何孤立子(Noncommutative Solitons)的研究進展，闡明了D-brane 的荷(Charge)和數學上的K-理論之間的關聯，然後促成了停滯十幾年的弦場論(String Field Theory)研究的第二春。最近Sen 和 Strominger 等人又把時變(time dependent)的弦理論研究放在快子凝聚的框架下，分別引進滾動快子(Rolling Tachyon)和類空膜(Spacelike brane)的新概念，促成了對時變弦理論的研究熱潮，也引發了對快子凝聚在宇宙學中的應用的探討，尤其透過十年前二維弦理論(2-dimensional String Theory)和老矩陣模型(Old Matrix Model)的對偶性(Duality)的精

確研究，希望滾動快子的概念能有助於理解宇宙大爆炸奇點的性質。綜觀快子凝聚的研究從1998到2003已經邁入第五個年頭，這在課題研究新陳代謝特別快的弦理論發展史上，可說是個異數，尤其當中高潮迭起，左右逢源，雖深思熟慮如 Ashoke Sen 始做快子凝聚者，也應當是始料所未及啊！如今回顧起來，快子凝聚研究所以比較長壽，是因為弦理論在過去十年來雖然取得了許多形式上的進展，譬如各種各樣的對偶性，但對於動力學的研究相對而言是比較少的，快子凝聚則提供了研究動力學的窗口以測試弦理論的威力，從而逐漸吸引弦理論學家的興趣。

## II. 快子

所謂快子(Tachyon)，就是在理論的粒子能譜中有虛質量(Imaginary mass)的粒子，在早期的發現中，以為這樣的粒子跑的比光束快，所以命名為快子。不過這是一個錯誤的理解，快子其實是個不穩定的粒子，一般的自由標量粒子(free scalar particle)的運動方程是所謂的 Klein-Gordon方程，如果粒子的質量是正實數，那麼運動方程的解是正弦波，如果質量

是純虛數(pure imaginary)，則解是指數形式，會隨著時間衰減或發散。如果快子和理論中的其他有質量的粒子偶合(coupling)，那麼這些粒子會衰變成快子，因為快子的質量最低(實部為零)。所以嚴格來說，一個理論如果包含快子，那麼這個理論在物理上並不是一個基本理論(fundamental theory)，因為不存在一個穩定的基態(ground state)，有所謂的真空不穩定性(Vacuum Instability)。快子凝聚則是描述這個不穩定真空衰變的過程。

如果不是作為一個基本理論來對待，而是在模型中選擇特別的位勢(scalar potential)所造成的快子，在這樣的情況下，理論的假真空(false vacuum)和真真空(true vacuum)已經由位勢所決定，所以不會造成理論上的困擾，一般的量子場論已經足夠用來描述理論模型由假真空衰變到真真空的快子凝聚過程。最有名的例子之一就是粒子物理的標準模型(Standard model of Particle Physics)中的Higgs粒子，由於它所處的不穩定真空所引發的自發性破缺(Spontaneous Symmetry Breaking)，使得Higgs粒子的真空期望值(vacuum expectation value)在物理的真真空中(即我們目前所處的真空)像相變中的序參數(order parameter)一樣取得非零的值，從而給出其他基本粒子的質量。當然，更基本的問題是如何由基本理論決定Higgs位勢。

另外一個非常極端的例子是26維的玻色閉弦理論(Bosonic Closed String Theory)，它是一個數學上自治的理論，但由於能譜中有快子存在，所以並不被當作一個基本的物理理論來對待。在這裡快子的位勢不是由模型給出，而是必須由理論本身自治性地得到，所以人們事先並不知道真真空是什麼。而且閉弦理論的能譜包含重力與時空，所以真空的

衰變並不是侷限於一般量子場論上的意義，而是隱含着時空的衰變。這是一個超越廣義相對論的問題，到目前為止並沒有一個直覺上的理解，因此人們有許多猜想。有人說閉弦的真真空是一個拓撲態(topological state)，有人則說是10維的超弦理論，然而這些猜想都沒有嚴格的理論根據。儘管如此，閉弦的快子凝聚仍然是一個有趣和充滿挑戰性的問題。

### III. 快子凝聚

Ahsoke Sen 所發起的快子凝聚研究是在開弦理論(Open String Theory)中來探討的。開弦理論是用來描述Polchinski所發現的D-膜(D-brane)上的物理。什麼是D-膜呢？簡單的說，就是時空中類似孤粒子(solitons)的類時超曲面(timelike hypersurface)，而開弦的兩個端點則附著在這個曲面上，並且可以在上面自由運動。這樣的開弦端點在垂直於曲面的方向上遵守的是Dirichlet 邊界條件，所以叫做D-膜。與閉弦不同，開弦能譜的無質量粒子中並不包含重力，而是規範場。另外由於D-膜的曲面自發破壞了垂直方向的平移不變性，所以有相對應的Nambu-Goldstone 波色激發來描述它的振動。整個來說，D-膜的低能理論是一個規範場論(Yang-Mills gauge theory)，一般場論中的孤立子缺少基本理論來描述它自身的動力學，而D-膜不同，他的動力學是由規範場論或開弦理論來描述，所以人們很容易理解它。一般來說，有兩大類D-膜，如果它和時空的超對稱結構相一致，那它就是穩定的，否則就是不穩定的。不穩定的D-膜和穩定D-膜的差別在於前者的能譜中包含快子，後者則無。這個快子的凝聚過程則是用來描述不穩定D-膜的衰變過程。

也許有人要問D-膜不是帶有荷麼？那麼D-膜衰變後消失不見，荷也跟著不見，這樣一來不是違反荷的守恆律嗎？然而D-膜和一般的帶荷元激發(charged elementary excitations)不同，它本身也帶有規範場，所以不是一般的拓樸荷(topological charge)，不能用上同調類(cohomology class)來分類，而是像Witten (1998,2000)所主張的必須用數學上的K-理論來分類，所以D-膜的荷並不滿足一般的荷守恆律，而是必須同時考慮荷所帶的場(一般稱做Ramond-Ramond場或簡稱RR場)與其他場，譬如快子場、規範場以及重力場等的交互作用。

#### IV. Sen 的猜想(Conjectures)

所有快子凝聚理論首先要問的問題是真真空是什麼？Ashoke Sen 首先提出對這個問題解答的猜想。他認為不穩定D-膜的真真空就是閉弦的真空，也就是當D-膜衰變後，D-膜消失不見，導致開弦的激發或規範場也將禁閉(confinement)而消失不見。更進一步，如果堅持開弦理論在真真空附近仍然是個有效理論，那麼原來閉弦的元激發可以看做是開弦理論的束縛態。這是一個很大膽的猜想，說白一點，重力可以看作是規範場論的束縛態，雖然在弦理論中有許多證據顯示，規範場和重力場是一體的兩面，互為對偶，然而也沒有直接的論證來說明這個事實。所以到目前為止，從開弦的快子凝聚理論中建構出閉弦的元激發仍然是一件沒有解決但深具挑戰性的工作。類似的難題也出現在量子色動力學中(Quantum Chromodynamics, QCD)如何了解夸克禁閉(quark confinement)，從而導出束縛態，也就是強子(hadron)的動力學。所以了解開弦禁閉和了解夸克禁閉是可以互為啟發的，這也是弦理論家Gross

所一直強調的觀點。

Sen 的第一個猜想讓開弦理論的快子凝聚擺脫了類似閉弦快子凝聚中有關真真空性質的困擾，而來到比較接近場論Higgs粒子的情況。接下來就是如何從理論中決定出快子的位勢(tachyon potential)，相同的問題也出現在Higgs粒子的情況中。雖然Higgs粒子的位勢是由模型人為給定的，但這個位勢會得到圈圖(loop diagrams)的量子修正，而這個修正和Higgs粒子與能譜中其他粒子的耦合大小有關。所以某種意義上，Higgs粒子的有效位勢(effective potential)也是由理論自洽地決定出來。然而和量子場論不同的是：弦理論的元激發有無窮多個，所以要得到快子的有效位勢必然要考慮到快子和無窮多個元激發的耦合。這在一般弦理論的微擾論(perturbation theory)中是無法辦到的，因為在微擾論中快子和其他元激發的耦合不是像場論中是由一個基本作用量(fundamental action)給出的，而是由微擾論一階一階決定出來的。另外在快子凝聚的過程中，由於快子與其他粒子的交互作用，使得它不再遵守弦微擾論的運動方程(或稱做離殼，off-shell)，這也使得弦微擾論無用武之地。仔細想來，唯一派得上用場的是十幾年前為實現弦理論二次量子化(second quantization of string theory)所提出來的弦場論(String Field Theory, SFT)。

弦場論是個很複雜的理論，每個弦場(String field)包含有無窮多個弦的元激發，所以一般的計算都非常冗長。在進一步探討弦場論之前，我們必須先問在討論快子凝聚時弦場論可以做什麼？或者，就算是我們由弦場論中得到了快子的有效位勢，我們如何判斷答案是正確的呢？一般的科學理論都是可以經過實驗或觀測來否證(falsify)或確立之。由於弦

理論在目前沒有辦法這樣做，所以必須設想一些物理情況來檢證理論的結果。於是 Sen 又提出第二個猜想，這個猜想是基於能量守恆原理：真假真空之間的能量落差必須等於D-膜本身的質量。

這個猜想是一個很理想化的假設，譬如它忽略了時空由於快子凝聚的過程中放出來輻射所造成的反作用力(back reaction)，當然，這些效應是與弦的耦合常數(string coupling constant)成正比，如果耦合很弱，即可忽略，如此一來，弦場論所得到的結果便可用來與Sen的猜想做比較。

Sen 的最後一個有關快子凝聚的猜想是不穩定的D-膜除了衰變到真真空外，也可以衰變到比它低維的穩定D-膜或不穩定D-膜。這些低維的D-膜對應到原來的D-膜的開弦理論中的拓樸解(topological solution)，譬如所謂的 kink，或者孤立子解(soliton solution)。

## V. Witten 的立方弦場論(Cubic SFT)

一般而言，並沒有任何第一原理可以用來寫下弦場論的基本作用量，這樣的窘境在閉弦理論尤其明顯。在這種情況下，從物理的美學出發，簡單(simplicity)是唯一的要求。儘管如此，到目前為止沒有人能夠寫下一個簡單的閉弦場論的基本作用量。這也許不只是一個技術上的難題，如前所述，波色閉弦理論並沒有一個確知的物理真真空。相對於此，Witten 則在1989年寫下了一個簡單的開弦弦場論。基本上，弦場論中的交互作用項必須能夠描述兩根弦結合產生第三根弦，如果一個弦場代表一根弦，那麼上述的交互作用(interaction)就可以用弦場的三次方(cubic)來描述，當然也可能存在高次方項代表更複雜的交互作用。然而Witten論證：出於鬼數守

恆(ghost number conservation)的要求，只有動能項與三次方項可以存在於弦場論的基本作用量中，所以Witten的開弦弦場論是簡單的。從這個基本作用量所推導出來的運動方程式是原來自由弦場的BRST條件在相互作用不為零的情況下的推廣。BRST條件確保弦的元激發是在殼的(on-shell)，譬如，規範場激發滿足Maxwell方程式。

到目前為止，我們都還沒有定義弦場的代數，譬如乘法和微積分。由於兩根弦結合產生第三根弦與代數上的乘法是同構的(isomorphic)，所以弦場的乘法與兩根弦如何相接的方式是等價的。最一般的相接方式是頭接尾，然而它對應的乘法是非對易的(noncommutative)，但同時也不滿足結合律(nonassociative)。這種乘法讓弦場成為一個很怪異的代數結構，也造成實際運算的困難。於是Witten 提議將一根弦由中點分開成左右兩半，乘法的定義是左半根和右半根相接。這樣的乘法雖然是非對易的，卻是滿足結合律的(associative)，也就是一般矩陣的乘法。Witten 的弦場論是非對易幾何(noncommutative geometry)第一次運用在弦理論中。非對易幾何在弦理論中再度出現則是十幾年後的事了。有了乘法的定義，我們可以選擇一組基底將弦場展開，其中的每一項都對應到該組基底下某一個弦元激發的場，然後可以把乘法變成無窮大矩陣的乘法運算。如果選擇適當的基底，Witten 的非對易乘法就是 Moyal早年定義的非對易乘法。

儘管Witten 的弦場論已存在多時，Sen 和 Zwiebach 是第一次將它用在發展新物理，也就是檢驗快子凝聚中真假真空之間的能量落差與D-膜的質量的關係。要進行這樣的檢驗，首先要假設弦場中其他的高階元激發是快子的真空期望值的函數，然

後由弦場的運動方程式自治地解出這些函數，再帶入基本作用量中，此時這個在殼的基本作用量相當於快子的位勢，然後求取它的初值和極小值的差和D-膜的質量做比較來驗證Sen的猜想。不過由於弦場有無窮多個階的元激發，必須做弦場的階截斷(level truncation)以求得數值近似。令人驚訝的是，Sen 和 Zwiebach 發現在階數小的情況下，弦場論的結果已經可以很好的逼近Sen的猜想。

這個結果除了確立了開弦理論快子凝聚的物理圖像之外，也引發了新一波研究研究弦場論的高峰，其中最引人注目的是 Rastelli、Sen 和 Zwiebach(RSZ)所提出的真空弦場論(Vacuum String Field Theory)，關於這個理論陳斌博士在本期雙月刊中已有專文討論，請參閱之。

## VI. 邊界弦場論(Boundary SFT)

另一個受歡迎的用來探討快子凝聚的弦場論是邊界弦場論，它的出發點和Witten 的立方弦場論是完全不同的。這個理論主要是由芝加哥的弦理論學家Harvey、Kutasov 和Martinec等所提出的。已知一根開弦所掃出的世界面(worldsheet)是一個有邊界的二維曲面(相對的，閉弦的世界面沒有邊界，是一個二維的球面。)可以等價成一個圓盤(a disk)，這個圓盤的邊界對應到標的時空(target space)中的D-膜所在的曲面，而開弦理論可以由這個圓盤上的共形場論(Conformal Field Theory, CFT)來描述。反過來說，D-膜也可以看做是共形場論在邊界上的相干態(coherent state)，這個相干態可以很容易從閉弦理論中構造出來，並且這樣的構造表明閉弦的樹圖和開弦的一圈圖是互為對偶的，這樣的對偶性在弦理論早期的發展中就已經被發現了，而且陸陸續續啟發

了許多新的發現。現在回到邊界弦場論的正題上，芝加哥學派的主要論點是，開弦的快子就是外加在圓盤邊界上共形場論中所謂的有效(relevant)或臨界(marginal)的邊界算子(boundary operators)。從重整化群(Renormalization Group, RG) 的觀點來說，快子凝聚的過程就是一個 RG flow的過程，快子所對應的邊界算子將整個理論帶離自由開弦理論所對應的RG 不動點(RG fixed point)。從標的時空的觀點來看，共形場論的場(fields)對應到標的時空的座標(coordinates)，而沿著D-膜方向上的座標是有平移不變性的(translational invariant)，然而快子所對應到的邊界算子相當於強加一個位勢給這些座標，從而破壞了平移不變性，使得在快子凝聚的過程中，D-膜從在這個座標方向上的無窮延伸逐漸縮成只有弦尺度(string scale)大小的一個團塊(lump)。這樣的過程表示原來的D-膜衰變到低維的D-膜，賦與了Sen的第三個猜想一個理論的框架。

接下來我們要問的是邊界弦場論能不能給出快子的位勢。這裡包含兩個問題，一個是觀念上的，一個是實際計算上的。觀念上，必須確定邊界弦場論的什麼量對應到快子的有效基本作用量(effective tachyon action)。一般而言，共形場論的配分函數(partition function)對應到自由弦理論在標的時空中的有效作用量，而beta 函數為零的條件則是該偶合常數所對應的時空場的運動方程式。雖然快子的beta 函數不為零(因為它是relevant operator)，但在不動點附近，我們可以在理論的模空間中(moduli space of theories)選擇局部的座標(local coordinate)使得beta 函數在不動點為零。當然這個局域座標的存在與構造需要有嚴格的理論證明。Witten 在1992年已經粗略地證明了這一點。儘管如此，將邊界弦場量的配

分函數等同於快子的有效作用量仍然是假設的成分居多。至於要進行實際的計算則必須只能選擇可積的(integrable)邊界算子，使得配分函數基本上是場的高斯積分(Gaussian integral)。這樣子所決定出來的快子凝聚的有效場論(effective field theory of tachyon condensation)所具有的快子勢是一個指數衰變的形式，而後來對這個有效場論的許多討論和應用則確認它是一個可靠的有效理論。

大部分有關邊界弦場論的討論都只是侷限在樹圖的層次(tree level)，對於圈圖修正所代表的物理則不甚理解。主要的原因是圈圖同時牽涉到開弦和閉弦，所以必須考慮到閉弦對D-膜的反作用力(back-reaction)。到目前為止，並沒有很好的理論框架可以來討論這個問題。

儘管仍然有許多未解決的枝節問題，但總的說來，Sen 所提出有關開弦快子凝聚的三個假設已經在弦場論的架構下——的被證實了，而且引發了許多新的發現。

## VII. 滾動快子(Rolling Tachyon)

到目前為止，我們對快子凝聚的探討都只侷限於這個過程中的初態和末態，以及快子位勢的建構。然而快子凝聚畢竟是一個時變的過程(time dependent process)，其中又關係到開弦與閉弦的偶合，所以如果能直接探討這個時變過程，將有助於我們對時變弦理論的理解，而它的困難在於能夠找到一個好的理論框架。首先突破這個困難的是 Strominger 和 Gutperle，他們引進所謂的類空膜(space-like brane)，也就是開弦的端點在時間的方向上是滿足Dirichlet的邊界條件。這樣一來，這個膜很像時空中的瞬子(instanton)，只存在一個很短的時

間，所以整個類空膜可以看作是一個時變的過程，用來描述D-膜從產生到湮滅的過程。所以這個過程的後半段其實就是一個快子凝聚的過程。

在這個工作的不久之後，Sen 就成功地把快子凝聚的時變過程放進邊界弦場論的理論框架中。他把原來marginal 的非時變邊界算子作一個Wick rotation變成一個marginally relevant的時變算子，稱它為滾動快子。對於這種簡單的時變邊界算子，我們不僅可以算出快子的有效位勢，而且還可以算出D-膜能動張量(stress tensor)的時變曲線(profile of time dependence)。這是弦理論有史以來第一次成功地描述一個時變過程。而D-膜的能動張量的時變曲線則表明快子凝聚的最終狀態是沒有壓力的(pressureless)，Sen 稱它做快子物質(tachyonic matter)。

快子物質的存在似乎違背了Sen原來的假設，因為這樣一來快子凝聚的最終態並不是閉弦真空。不過這是因為以上這些考慮都是假設弦的交互作用為零(zero string coupling)。一旦弦的交互作用不為零，則時變的邊界算子不再是marginal而是relevant，所以在RG flow的過程中必須考慮到快子衰變成閉弦，產生閉弦輻射(closed string radiations)，而這些閉弦輻射的反作用力則會修正快子的運動方程式以及D-膜能動張量的時變曲線，所以D-膜有可能完全衰變成閉弦輻射而不是快子物質。

陳斌，李淼和我是第一個考慮在弦的交互作用不為零的情況下，快子衰變到重力波的過程。利用D-膜的邊界相干態，我們成功地算出重力波的輻射速率，但是發現快子物質仍然存在。不過我們只考慮了重力波輻射，並沒有包含高階的閉弦元激發，在我們的工作之後，有一連串對於閉弦輻射的探討，其中最重要的是Lambert，劉宏及Maldacena發現如果

將所有的閉弦元激發的輻射一起考慮進來，那麼輻射的總能量是發散的。這樣的結果並不意外，它主要是因為忽略了反作用力對於輻射速率的影響。雖然對於反作用力的效果有定性的理解，但到目前為止，定量的理論框架仍然付之闕如，所以對於滾動快子的最終態是閉弦輻射，快子物質或是兩者皆有，仍然是一個有待進一步研究的課題。儘管如此，已經有許多人將滾動快子應用到宇宙學中，希望這新的物質態可以解釋宇宙的加速，然而到目前為止，似乎還沒有一個好的結果。

## VIII. 結語

目前快子凝聚的研究已經轉向到二維的時變弦理論，希望用這個理論和矩陣模型(matrix model)的對偶性能夠解答快子凝聚中許多非微擾(non-perturbative)以及與反作用力有關的問題，尤其是希望透過對這個玩具模型(toy model)的研究，得到一些啟發來了解時變時空的性質，譬如時空的類空奇點(space-like singularity)是否可以因為弦理論的量子效應而去除(resolution)。這些都是大家非常關心的重要議題，希望未來弦理論從研究快子凝聚的啟發中對於宇宙起源的理解上能取得新的進展。

