普物期中考

Apr. 2026

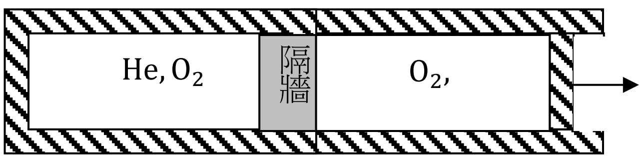
1. 考慮如下圖周圍**絕熱**的汽缸（斜線），以固定但不絕熱之隔牆（氣體無法通過）分為左右兩室（隔牆固定所以左右兩室壓力可以不同）。左室體積固定為V_0，內含1.0 莫耳、質量0.004kg的氦氣 He（單原子分子，原子量4），以及2.0 莫耳，質量0.064kg的氧氣O_2（雙原子分子，分子量32），起始溫度為600 K。$R = 8.31\ \mathrm{J/mol \cdot K}$。$k \equiv \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$。一莫耳氣體有$N_A = 6 \times 10^{23}$顆分子。

   A. 計算左室氦氣、以及氧氣中，單一分子的動能平均值，以及單一分子的$v_{\mathrm{rms}} \equiv \sqrt{\langle v^2 \rangle_{\mathrm{avg}}}$分別是多少？（20）

   右室體積起始時亦為V_0，內含2.0 莫耳、質量 0.064kg的氧氣O_2，起始溫度低於600 K。右室右方有一可移動活塞。活塞壓力為一大氣壓$1.0\ \mathrm{atm} = 1.01 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$。兩室間緩慢進行熱量流動，設導熱過程進行緩慢，兩缸氣體分別各自一直維持熱平衡，右室壓力維持一大氣壓。過程結束後，兩室之間彼此達到熱平衡，測得右室溫度為500 K。

   B. 在此過程，左室的氣體總共放出熱量多少 J？右室在過程之前的溫度是多少K？右室在過程中的內能變化是多少J？

   提示：左室為定容，右室為定壓過程。左室放出熱量即是右室吸收的熱量。（20）



解答：

A. 氦氣內分子的平均動能

$$\langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 600 = 1.24 \times 10^{-20}\ \mathrm{J}$$

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2\rangle_{\text{avg}}} = \sqrt{\frac{2}{m}\left\langle\frac{1}{2}mv^2\right\rangle_{\text{avg}}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3\times 1.38\times 10^{-23}\times 600}{0.004/6\times 10^{23}}}$$

$$= 1.93\times 10^3\ \text{m/s}$$

氧氦內分子的平均動能與氦氣相同：

$$\langle\frac{1}{2}mv^2\rangle = \frac{3}{2}kT = 1.24\times 10^{-20}\ \text{J}$$

v_{rms}則不同：

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2\rangle_{\text{avg}}} = \sqrt{\frac{2}{m}\left\langle\frac{1}{2}mv^2\right\rangle_{\text{avg}}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3\times 1.38\times 10^{-23}\times 600}{0.032/6\times 10^{23}}}$$

$$= 6.0\times 10^2\ \text{m/s}$$

B. 左室是一定容過程，$Q = nc_V\Delta T = 1.0\cdot\frac{3}{2}R\cdot\Delta T + 2.0\cdot\frac{5}{2}R\cdot\Delta T$

$$Q = n\frac{3}{2}R\Delta T = (12.5+41.6)\times(600-500) = 5.4\times 10^3\ \text{J}$$

右室氧氣雙原子分子氣體，進行定壓過程，定壓比熱為：$c_P = \frac{7}{2}R = 29.1$。

$$Q = 5.4\times 10^3\ \text{J} = n\frac{7}{2}R\Delta T = 2\times 29.1\times(500-T)$$
$$T = 407\ \text{K}$$

$$\Delta E = n\frac{5}{2}R\Delta T = 2\times 29.1\times(500-T) = 4.0\times 10^3\ \text{J}$$

2. 考慮一大空間，在中央置一球型黑體熱源，熱源球的半徑遠小於空間的大小，其熱輻射是球對稱的。在距熱源距離 a 處，置一小的黑體 A，其形狀為一正方形薄片，邊長為d，厚度很小可以忽略，平面方向垂直於熱源與薄片間的距離。另外在距熱源距離b處，置一小球狀的黑體 B，半徑為r。$d, r \ll a, b$。假設空間的牆面只吸熱，且溫度極低，空間中的空腔輻射及牆面放熱都可以忽略（即可完全忽略牆面），李黑體距離很遠，彼此影響可以忽略。達成熱平衡後，兩個黑體的溫度比$T_A : T_B$是多少？ 答案以a, b, d, r表示。黑體熱輻射的公式為 $P = \sigma AT^4$。（20）

解答：熱源的總輻射P，平均分配至距球心a 處的每單位面積功率為：$P\times\frac{1}{4\pi a^2}$。

小黑體 A 的截面積為d^2，故吸收$\frac{P}{4\pi a^2}\ d^2$。

此能量必須等於小黑體的輻射總量：$\sigma \cdot 2d^2 T_A^4$：

$$\sigma \cdot 2d^2 T_A^4 = \frac{P}{4\pi a^2}\ d^2$$

$$T_A = \sqrt[4]{\frac{P}{8\pi a^2}}$$

小黑體 B 的截面積為圓：πr^2，本身球體總面積：$4\pi r^2$

$$\sigma \cdot 4\pi r^2 T_B^4 = \frac{P}{4\pi b^2}\ \pi r^2$$

$$T_B = \sqrt[4]{\frac{P}{16\pi b^2}}$$

$$T_A : T_B = \sqrt[4]{2}\sqrt{b} : \sqrt{a}$$

3. 在一空曠室內有一塊10.0 kg的冰塊，保持0°C全部融化為液態水，已知冰塊周圍空氣溫度為27°C，而且房間夠大，以至空氣溫度一直沒有改變。在這個融化的過程中，冰水系統及它的環境的熵變化分別是多少J/K？冰的溶解熱為：$L_f = 334 \times 10^3$ J/kg。注意正負號。（20）

解答：冰的吸熱為：$Q = 334 \times 10^3 \times 10 = 3.3 \times 10^6$ J，冰的熵變化：

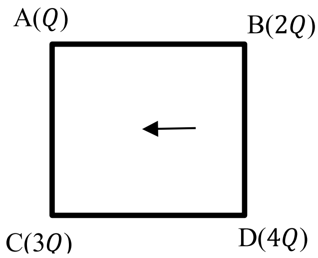
$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{3.3 \times 10^6}{273} = 1.2 \times 10^4 \text{ J/K}$$

。空氣放出同樣大小的熱，但符號為負，溫度不同：

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{-3.3 \times 10^6}{300} = -1.1 \times 10^4 \text{ J/K}$$

。總熵是增加的。

4. 考慮如下圖一個正方 ABCD，邊長為a。在四個頂點 A,B,C,D 分別固定放置電荷，電荷量分別為Q(A), $2Q$(B), $3Q$(C), $4Q$(D)的電荷，計算在正方形的中心處（圖中箭頭所指處）的電場大小。以上答案以Q, a, ϵ_0或k表示。（20）



解答：A,D 的電荷產生的電場，因為在相反方向，可以先計算，大小為$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{3Q}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{6Q}{a^2}$，B,C 的電荷的電場亦然，大小為$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Q}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2Q}{a^2}$。，這兩個電場彼此垂直，向量加總後大小為$\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\sqrt{10}Q}{a^2}$。