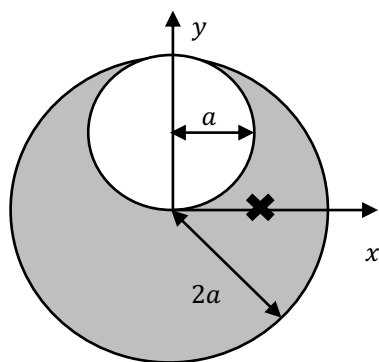


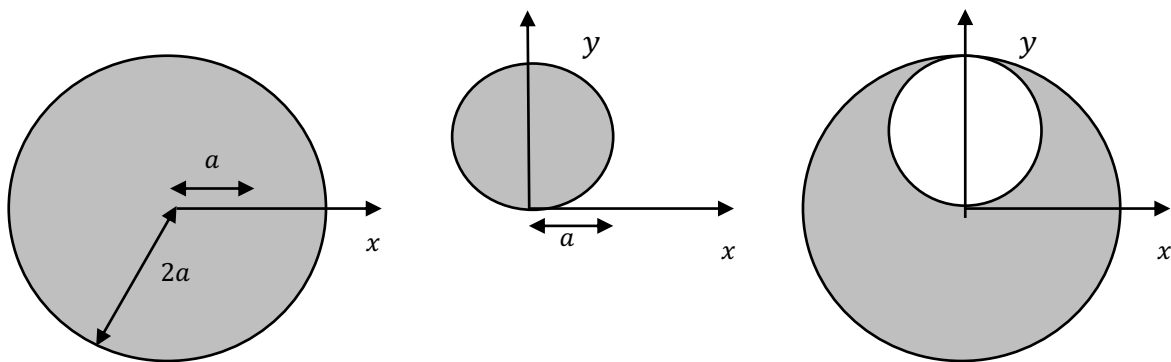
習題三

1. 考慮一個半徑為 $2a$ 的帶電圓球，設球心為原點 $(0,0,0)$ 。球內有一個半徑為 a 、球心在 $(0, a, 0)$ 的圓球型空洞，空洞內無電荷，如圖所示。在帶電圓球內、空洞以外的體積中，電荷是均勻分布的，每單位體積電荷密度為 ρ 。計算在位置為 $(a, 0, 0)$ 處，電場沿 x 方向分量 E_x 及沿 y 方向分量 E_y 。以 ρ, a, ϵ_0 表示。

提示：此圖等於一大球減去一小球。

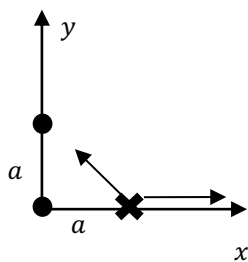


解答：



將半徑為 $2a$ 實體帶電圓球，加上半徑為 a 、電荷密度為 $-\rho$ 圓球的電場即可得到答案。

因測量點都在球外，因此電荷分佈可以視為全部集中於球心。



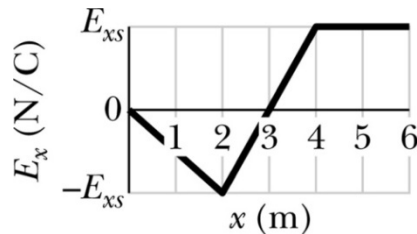
半徑為 $2a$ 實體帶電圓球球心在原點，但測量點在球內 $x = a$ ，因此選擇高斯面為半徑為 a 的球，利用高斯定律， $4\pi a^2 E = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho / \epsilon_0$ ，高斯面內的正電荷： $Q = \rho \frac{4}{3}\pi a^3$ ，電場沿 x 方向，大小 $E_x = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi a^3}{4\pi \epsilon_0 a^2} = \frac{\rho a}{3\epsilon_0}$ 。半徑為 a 帶電圓球球心在 $(0, a, 0)$ ，電荷： $Q = -\rho \frac{4}{3}\pi a^3$ ，距離測量點 $\sqrt{2}a$ ，電場沿大小 $E = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi a^3}{4\pi \epsilon_0 2a^2} = \frac{\rho a}{6\epsilon_0}$ ，沿 x 方向分量： $E_x = -\frac{\rho a}{6\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{2}}$ ，沿 y 方向分量： $E_y = +\frac{\rho a}{6\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{2}}$ 。

加總起來：

$$E_x = \frac{\rho a}{3\epsilon_0} - \frac{\rho a}{6\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$E_y = \frac{\rho a}{6\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2. 考慮某介質內一個區域的電場，此電場的方向是沿 x 軸方向，大小與所在位置的 y, z 座標無關，只與其 x 座標有關，因此可以寫成 $E_x(x)$ 。 $E_x(x)$ 與 x 座標的關係如下圖所示：



在上圖的軸上 $E_{xs} = 20.0 \text{ N/C}$ 。

- A. 考慮空間中的兩點， $A = (4.0, 0)$ 與 $B = (6.0, 3.0)$ 之間（所有位置座標的單位是 m ）的電位差 $V_B - V_A$ 是多少 V ? (10)
- B. $C = (2.0, 0)$ 與原點之間電位差 $V_C - V_0$ 是多少 V ? 假設在 $C = (2.0, 0)$ 處的電位為 10V 。
 $D = (4.0, 0)$ 處的電位是多少 V ? (10)

提示： $\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$

解答： A. $V_B - V_A = -\int_A^B E_x \cdot \Delta x = -20 \cdot 2.0 = -40\text{V}$

B. 電位差即是電場曲線底下所包圍的面積乘上-1：

$C = (2.0, 0)$ 與原點之間電位差是 $V_C - V_0 = -\frac{1}{2} \times 2 \times (-20) = 20 \text{ V} \circ \circ$

$$V(x=4) - 10 = 0 \text{ V}. \quad V(4) = 10 \text{ V}$$