

習題二

1. 考慮一大空間，在中央置一球型黑體熱源 A，熱源球的半徑為 b ， b 遠小於空間的大小。熱源的溫度為 T_1 且一直保持不變，其熱輻射是球對稱的。在距熱源 A 距離 a 處，置一小的黑體 B，其形狀為一正方形薄片，邊長為 d ，厚度很小可以忽略，已知 $d, b \ll a$ ，平面方向垂直於熱源與薄片間的距離。假設空間的牆面只吸熱，且溫度極低，空間中的空腔輻射及牆面放熱都可以忽略（即可完全忽略牆面）(25)

- A. 在小黑體 B 吸收的輻射功率是多少？
B. 當小黑體 B 達成熱平衡後，溫度是多少？。

答案以 a, b, d, T_1, σ 表示。黑體熱輻射的公式為 $P = \sigma AT^4$ 。

解答：熱源的總輻射 $P = \sigma AT^4 = \sigma 4\pi b^2 T_1^4$ ，平均分配至距球心 a 處的每單位面積功率

$$\text{為：} P \times \frac{1}{4\pi a^2} = \sigma T_1^4 \frac{b^2}{a^2}。$$

小黑體的截面積為 d^2 ，故吸收 $\sigma T_1^4 \frac{b^2}{a^2} d^2$ 。

此能量必須等於小黑體的輻射總量： $\sigma \cdot 2d^2 T_2^4$ ：

$$\sigma \cdot 2d^2 T_2^4 = \sigma T_1^4 \frac{b^2}{a^2} d^2$$

$$T_2 = \sqrt[4]{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{b}{a}} T_1}$$

2. 韋伯太空望遠鏡能量的來源為太陽能板所吸收的太陽熱輻射。現在假設太陽是一個黑體，太陽表面的溫度為 5790K，太陽半徑為 $R_S = 7.0 \times 10^8 \text{m}$ 。黑體輻射的公式為： $P = \sigma AT^4$ ， $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 \text{K}^4$ 。
- A. 計算整個太陽表面所發出的黑體輻射的總功率為多少 W。韋伯望遠鏡展開的太陽能板大約為 $10.0 \text{m} \times 15.0 \text{m}$ 的長方形，假設其平面面積保持垂直於太陽的方向，且亦為黑體。韋伯望遠鏡是繞地球軌道運動，因此與太陽的距離，可以以太陽與地球的距離近似： $r \sim 1.5 \times 10^{11} \text{m}$ 。計算太陽能板所吸收的太陽輻射總功率。(10)
- B. 設太陽能板的溫度維持在 150K，太陽能板也會發出熱輻射。忽略板的厚度，板的前後

都是黑體。假設太陽能板吸收的能量扣除自身熱輻射的能量，完全轉化為望遠鏡的耗能，計算望遠鏡耗能的大小。(10)

解答：

- A. 太陽熱輻射的總功率等於： $P_S = \sigma AT^4 = 5.7 \times 10^{-8} \times 4\pi \times (7 \times 10^8)^2 \times 5790^4 = 3.87 \times 10^{26} \text{W}$ 。在太陽能板也就是地球的距離處，太陽的功率會平均分配在以 $r \sim 1.5 \times 10^{11} \text{m}$ 為半徑的球面上，每單位面積所接收的功率等於： $I = \frac{P_S}{4\pi r^2} \sim 1368 \text{W/m}^2$ 。太陽能板接收的能量即： $IA = 1368 \times 10 \times 15 = 2.05 \times 10^5 \text{W}$ 。
- B. 太陽能板的溫度維持在150K，太陽能板發出熱輻射 $P_A = \sigma AT^4 = 5.7 \times 10^{-8} \times 150 \times 150^4 \times 2 = 8.6 \times 10^3 \text{W}$ 。兩者的差： $\sim 1.96 \times 10^5 \text{W}$ 為望遠鏡的耗能。