習題一

1. 考慮一個質量為的粒子在二維平面上運動，已知它的座標與時間的關係分別可以寫成：，，式中長度單位為m，時間為s。在時間為時該粒子所受的力，大小是多少N？(20)

解答：Differentiating twice with respect to *t*, we get



Similarly, differentiating twice with respect to *t* yields



The acceleration is



At , we have . . N.

1. 考慮一雲霄飛車，列車由高處下滑，進入一段螺旋型的軌道。在此段，軌道繞水平軸旋轉，因速度很快，旋轉可以近似視為等速，每一圈旋轉時間為，同時軌道水平前進。螺旋軌道的最低點就接近地面，最高點的高度為。與軌道相比車廂極小，可視為一質點。重力加速度：
2. 當某乘客的車廂到達螺旋軌道的一頂點時，她的項鍊突然斷裂，於是墜子與項鍊分離。計算墜子離開後，多久會落到地面。假設墜子落地前，並沒有其他撞擊。

提示：拋體運動，水平與垂直方向運動是互相獨立。

1. 承上題，計算項鍊突然斷裂時車廂的速率大小。

提示：先算平行旋轉軸、及垂直旋轉軸的速度分量。

1. 承上題，計算墜子落地處，與該頂點（也就是墜子脫離項鍊處）之間的水平距離。

解答

1. 當一個乘客的列車車廂到達螺旋軌道的一個最高點時，速度沿水平方向，因此墜子在鉛質方向等於一初速為零的自由落體，落地時間等於：。
2. 沿旋轉軸的速度分量，。垂直旋轉軸的速度分量：。因此速率為
3. 投影在水平平面上，此墜子作等速運動。其初速度即沿軌道方向，速率為，墜子落地處，與該最高點之間的水平距離等於：。
4. 有兩個方塊，方塊質量為（尚未知），方塊質量為。點固定於垂直的軸上，而方塊以一支架連接於點，方塊又以一同樣支架連接於方塊（如圖所示）。支架與方塊及點的連接無摩擦，所以支架可以自由改變方向，但兩支架的長度*l*（尚未知）相等且保持固定，質量可以忽略。使兩方塊及支架以相同角速度繞*z*軸旋轉，週期為秒，即角速度。旋轉時三點及支架一直保持在通過軸的鉛直平面上。此時觀察到間支架與垂直線的夾角為，間支架與垂直線的夾角為向心加速度公式為：。
5. 分析方塊的受力，求支架對方塊的張力是多少。(8)
6. 由方塊向心加速度，計算支架的長度是多少。

提示：別忘了支架對旋轉半徑的貢獻。 (7)

1. 設支架對的施力為，分析方塊的受力，求是多少。(10) 。

O

B

A

*z*

解答：

A. 拉力在垂直方向的投影必須正好抵消所受的重力：，。

B. 重力無水平分量，因此拉力在水平方向的分量，必須等於向心加速度乘上質量，

1. 設支架對的施力為，垂直方向的總受力為零：

水平方向的總受力必須正好等於向心加速度乘上質量：

由此二式削去可得：