

希望能在這個課程中，讓你感覺到物理思考的 **fun**—樂趣。

了解物理是一種有系統而且理性的思考方式  
提供了我們面對自然世界，一個珍貴而不可或缺的觀點。

以這個觀點來了解自然，是充滿了 **fun** 樂趣。

It is an exciting time to be a physicist !

做物理、科學很令人興奮！

DAILY NEWS 23 August 2017, updated 23 August 2017

## **Exclusive: We may have detected a new kind of gravitational wave**



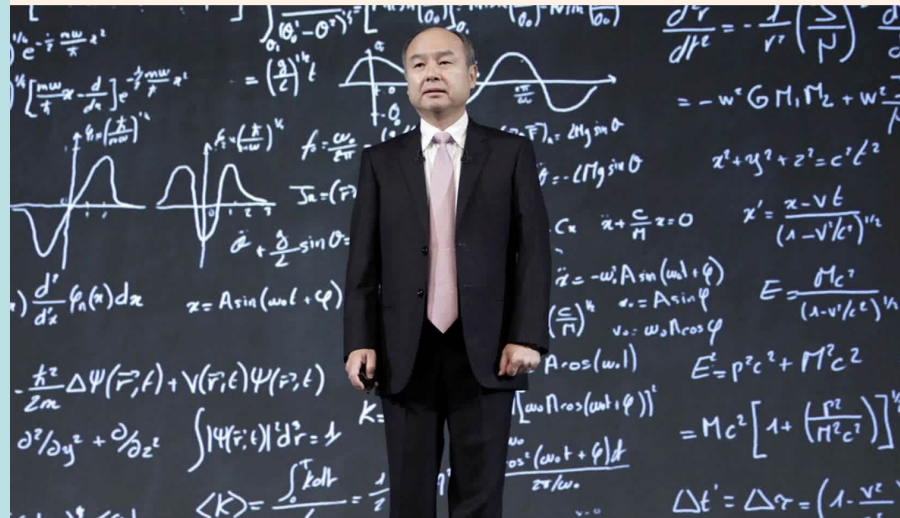


# 物理是什麼？

SoftBank Group Corp + Add to myFT

## SoftBank shareholders push for answers on ‘Nasdaq whale’ bets

Japanese group urged to reveal who is running unit at centre of large US equity options trades



Investors have unsuccessfully quizzed SoftBank for details on its new asset management unit since founder Masayoshi Son, pictured, disclosed it last month © Bloomberg

YESTERDAY by **Leo Lewis** and **Kana Inagaki** in Tokyo, and **Robert Smith** and **Katie Martin** in London

📄 5

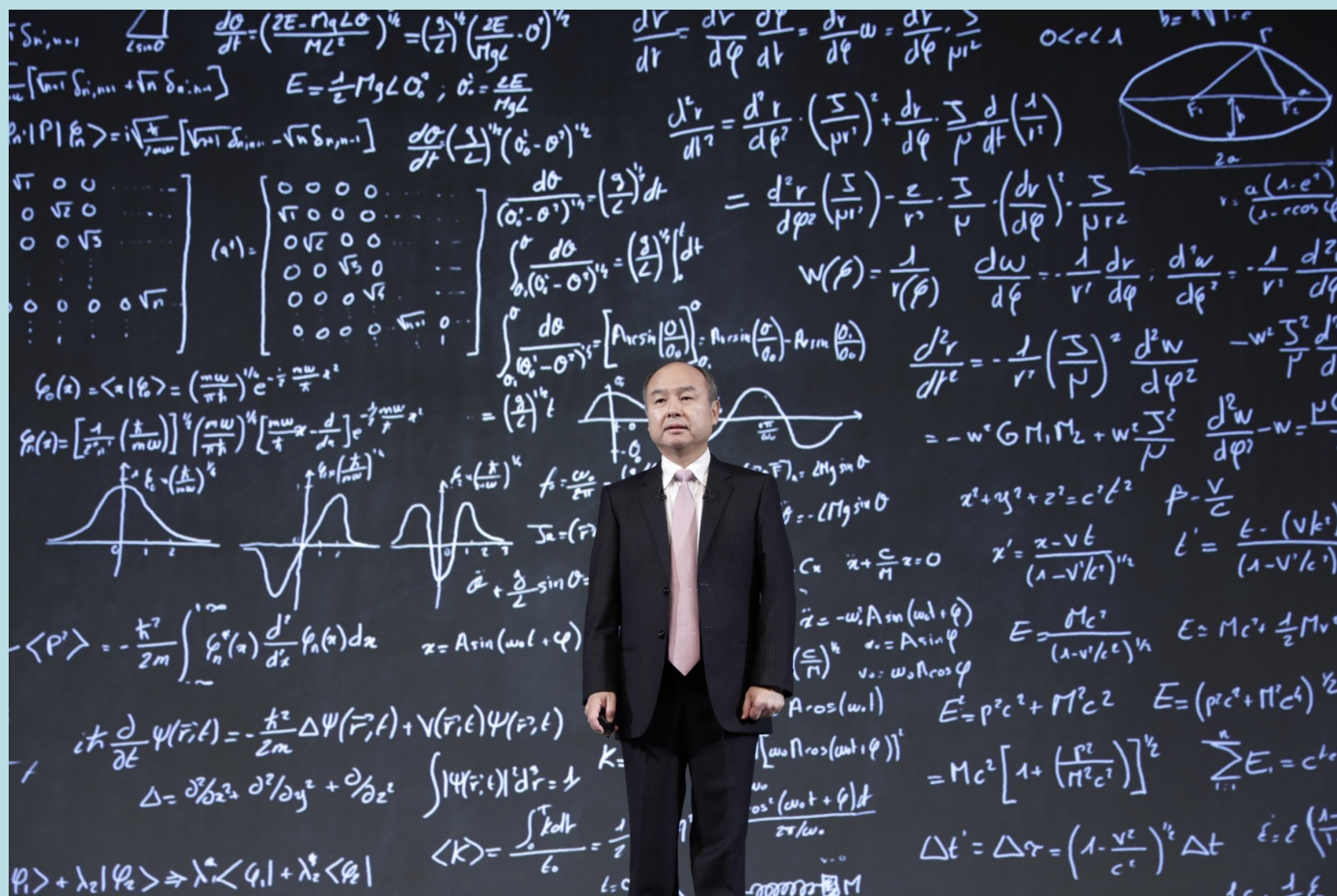
SoftBank shareholders are calling on the technology conglomerate to reveal who is running the unit at the centre of its large US equity options trades, with nerves over an unexplained strategic shift stoking a 10 per cent decline in its share price.

Investors have unsuccessfully quizzed SoftBank — famed for big bets on unlisted tech start-ups — for details on its new asset management unit since founder Masayoshi Son disclosed it last month, according to people briefed on the discussions.

日本軟體銀行孫正義

孫想讓人覺得軟銀很聰明，很尖端，用的就是一大堆的物理公式！

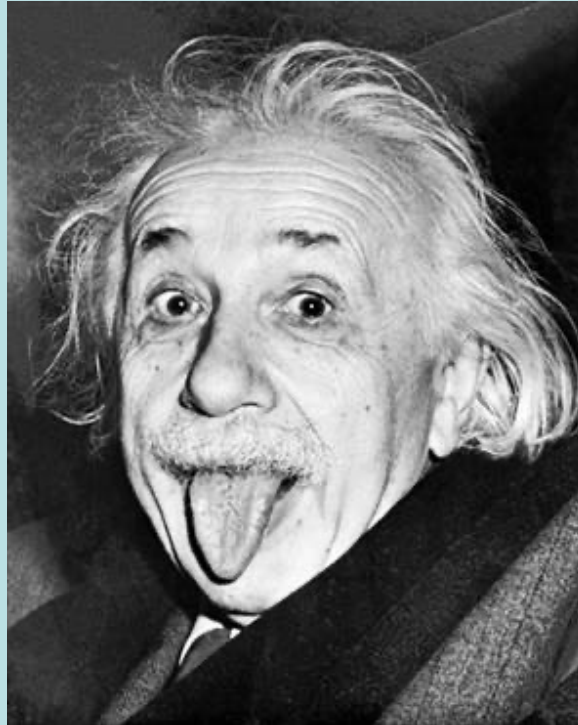




因此：物理 = 聰明！

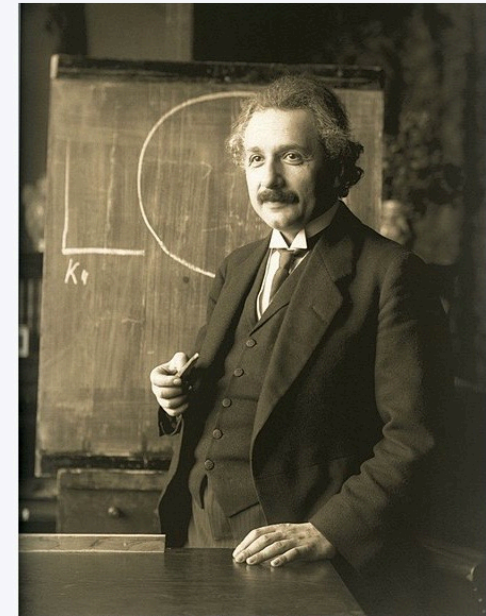
物理 = 有錢！

# 物理是什麼？



史上最佳代言人

Albert Einstein



Albert Einstein in 1921

|                    |                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Born</b>        | 14 March 1879<br><a href="#">Ulm, Kingdom of Württemberg, German Empire</a>                                                                                                                                   |
| <b>Died</b>        | 18 April 1955 (aged 76)<br><a href="#">Princeton, New Jersey, US</a>                                                                                                                                          |
| <b>Residence</b>   | Germany, Italy, Switzerland, Austria (present-day Czech Republic), Belgium, United States                                                                                                                     |
| <b>Citizenship</b> | Subject of the <a href="#">Kingdom of Württemberg</a> during the German Empire (1879–1896) <sup>[note 1]</sup><br><a href="#">Stateless</a> (1896–1901)<br>Citizen of <a href="#">Switzerland</a> (1901–1955) |



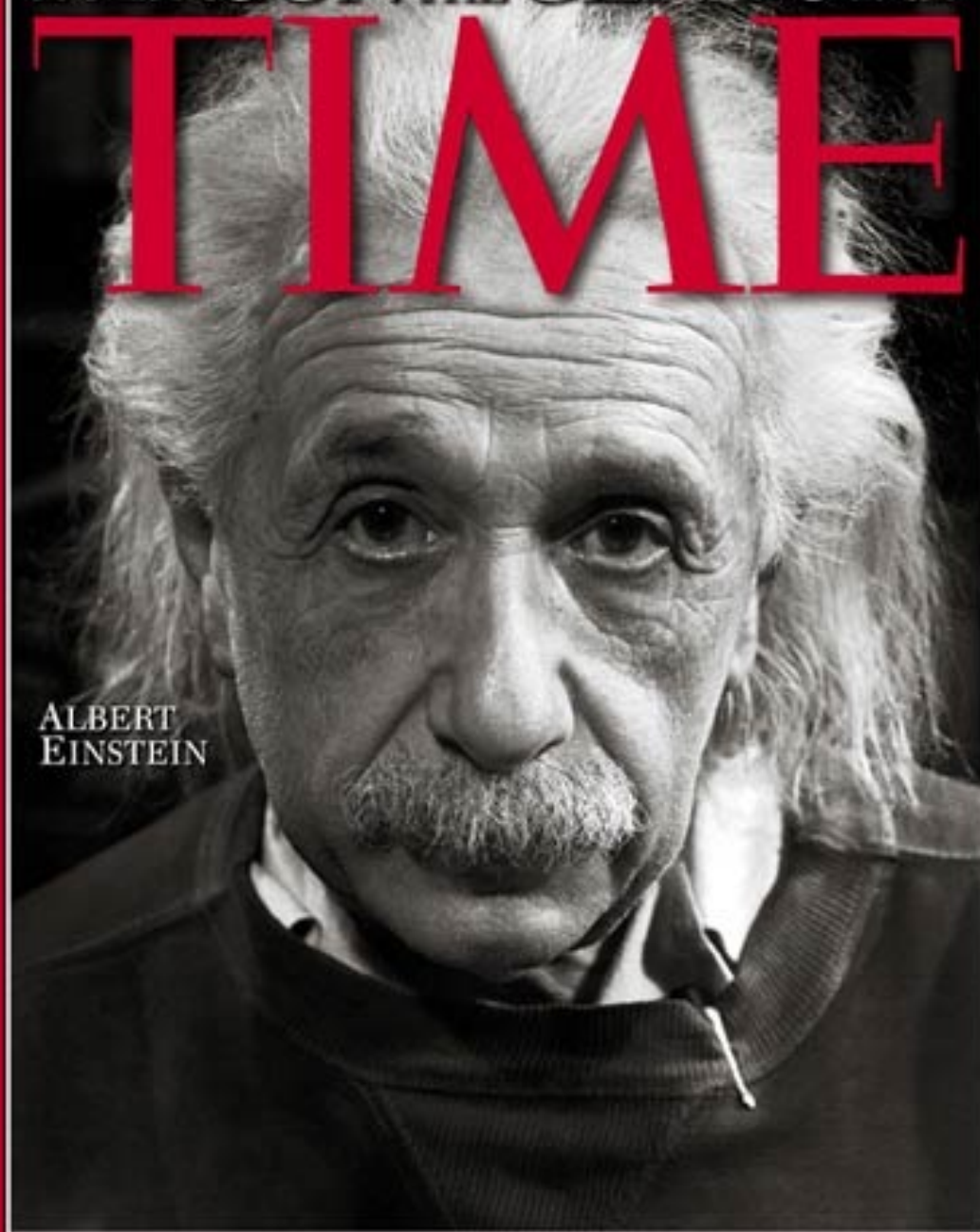
DECEMBER 31, 1999 \$4.00

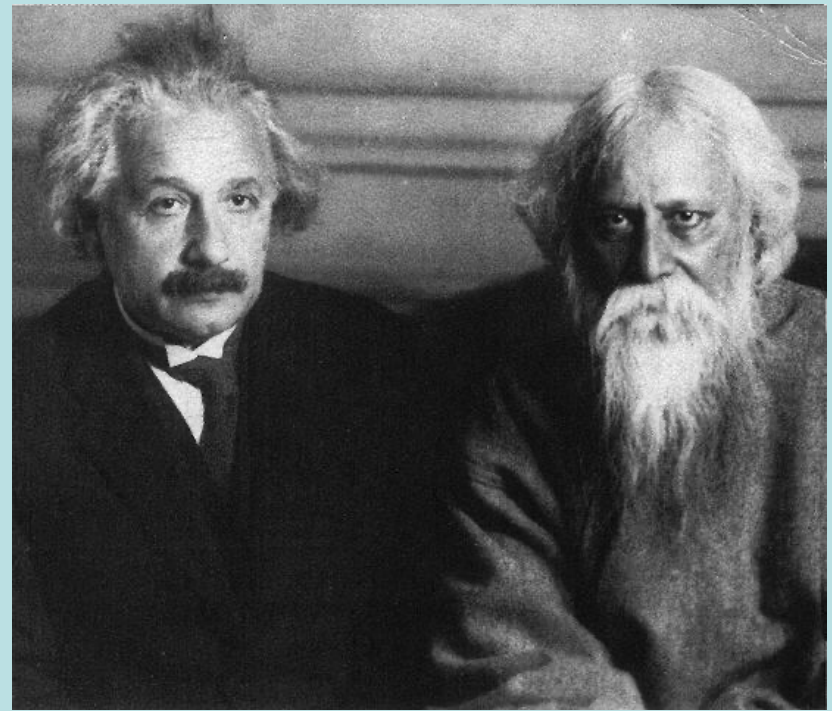
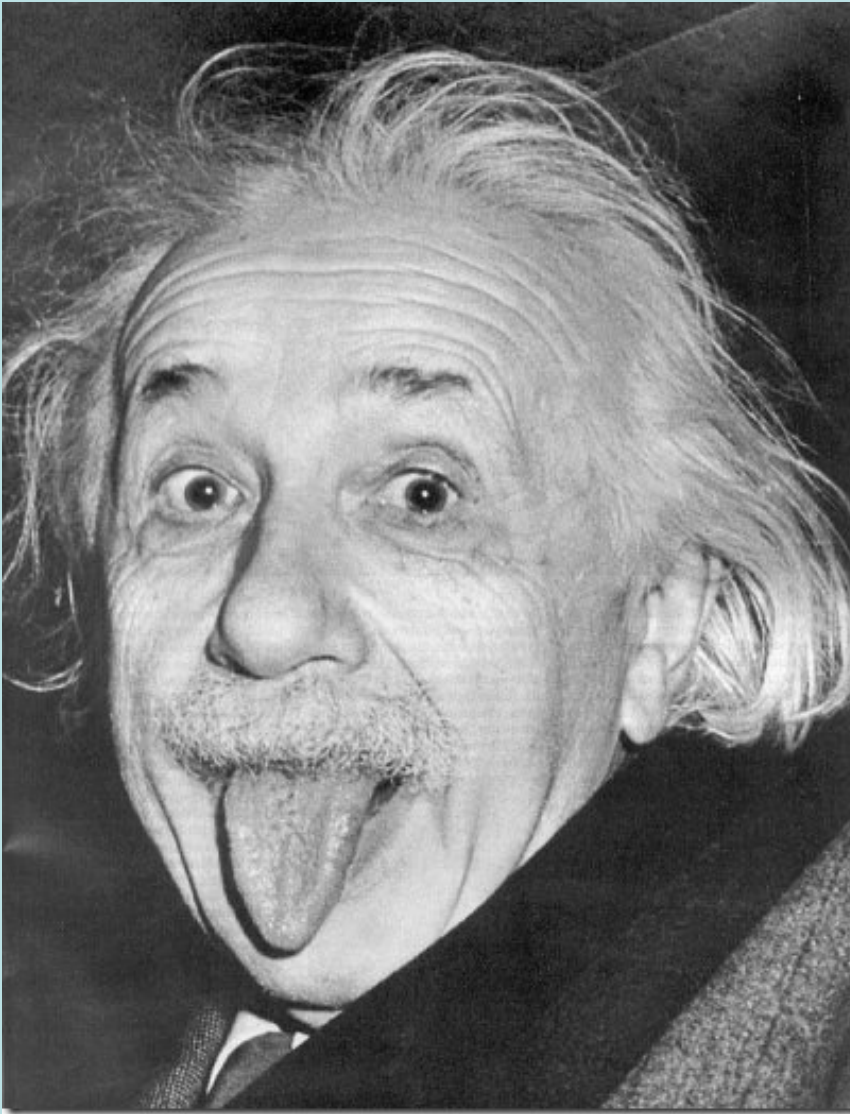
[www.time.com](http://www.time.com)

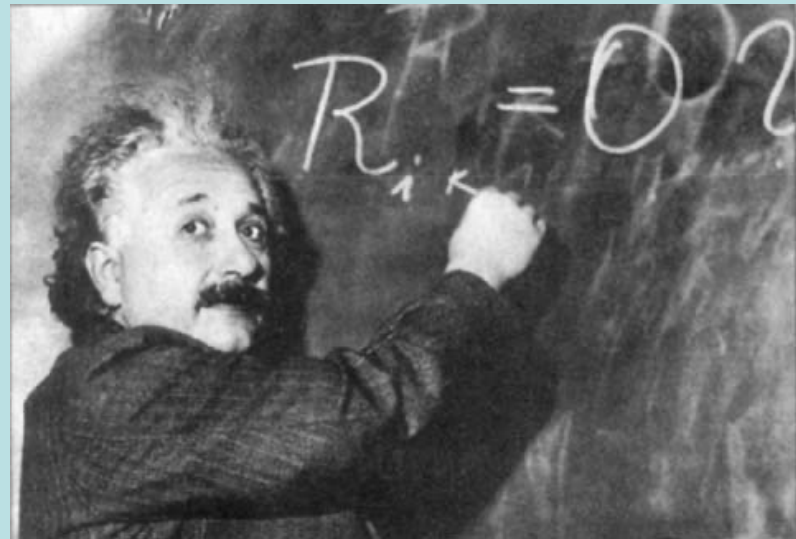
# PERSON OF THE CENTURY

# TIME

ALBERT  
EINSTEIN

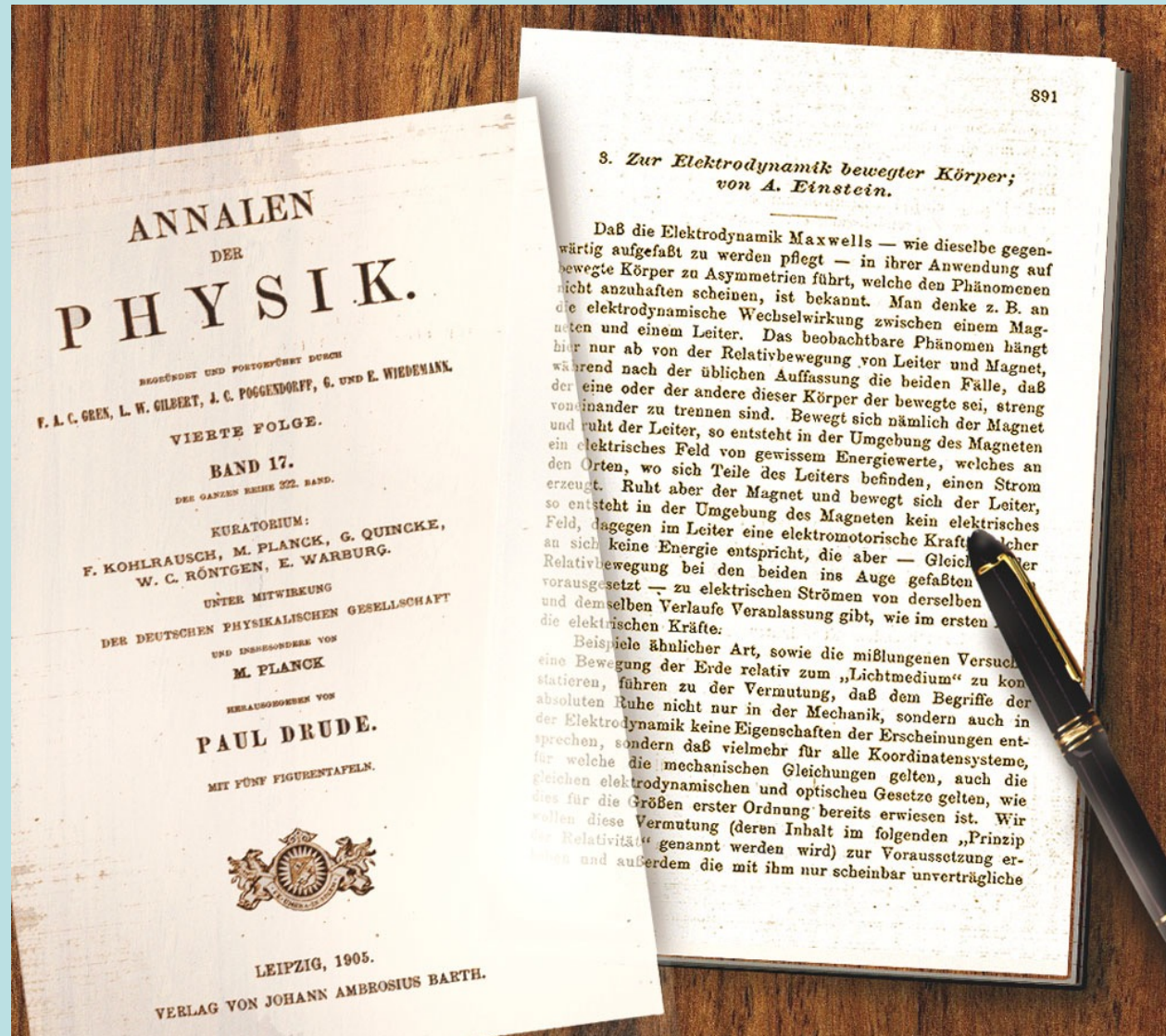


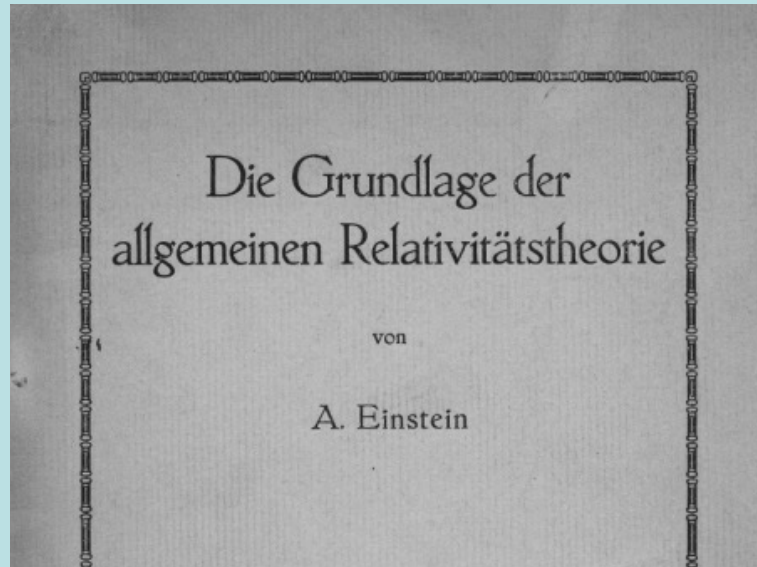






## 1905 Special Relativity 狹義相對論





## THE FOUNDATION OF THE GENERAL THEORY OF RELATIVITY

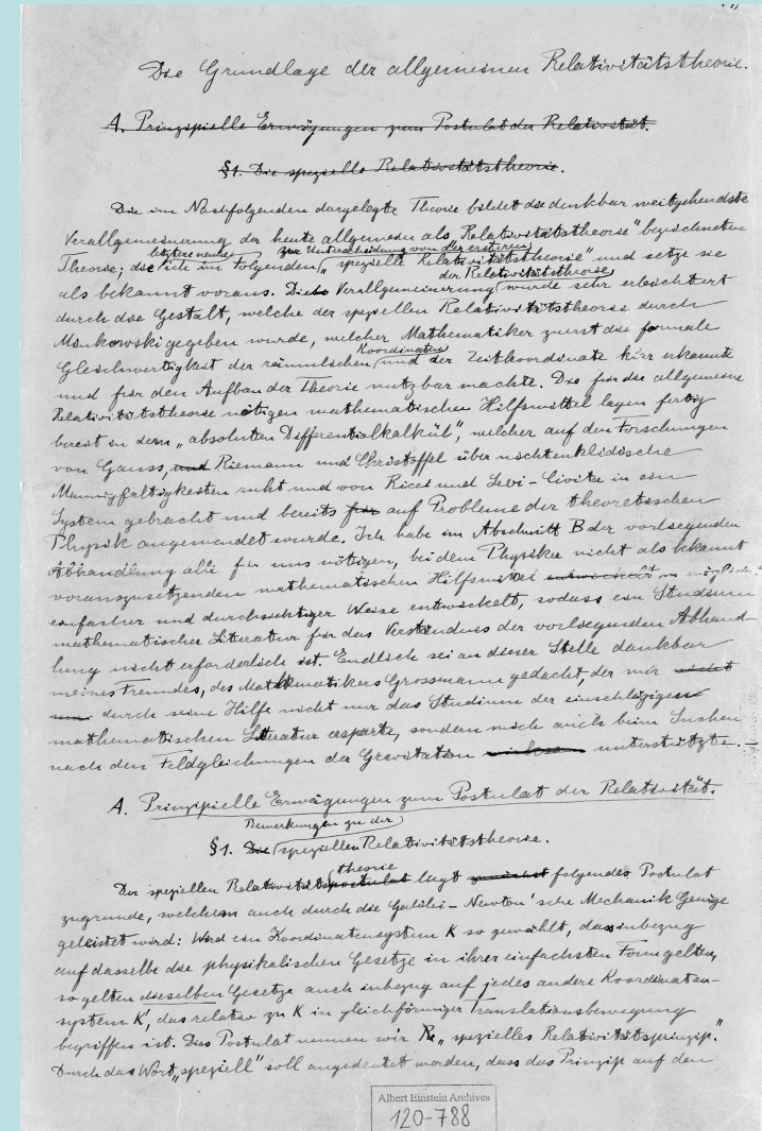
By A. EINSTEIN

### A. FUNDAMENTAL CONSIDERATIONS ON THE POSTULATE OF RELATIVITY

#### § 1. Observations on the Special Theory of Relativity

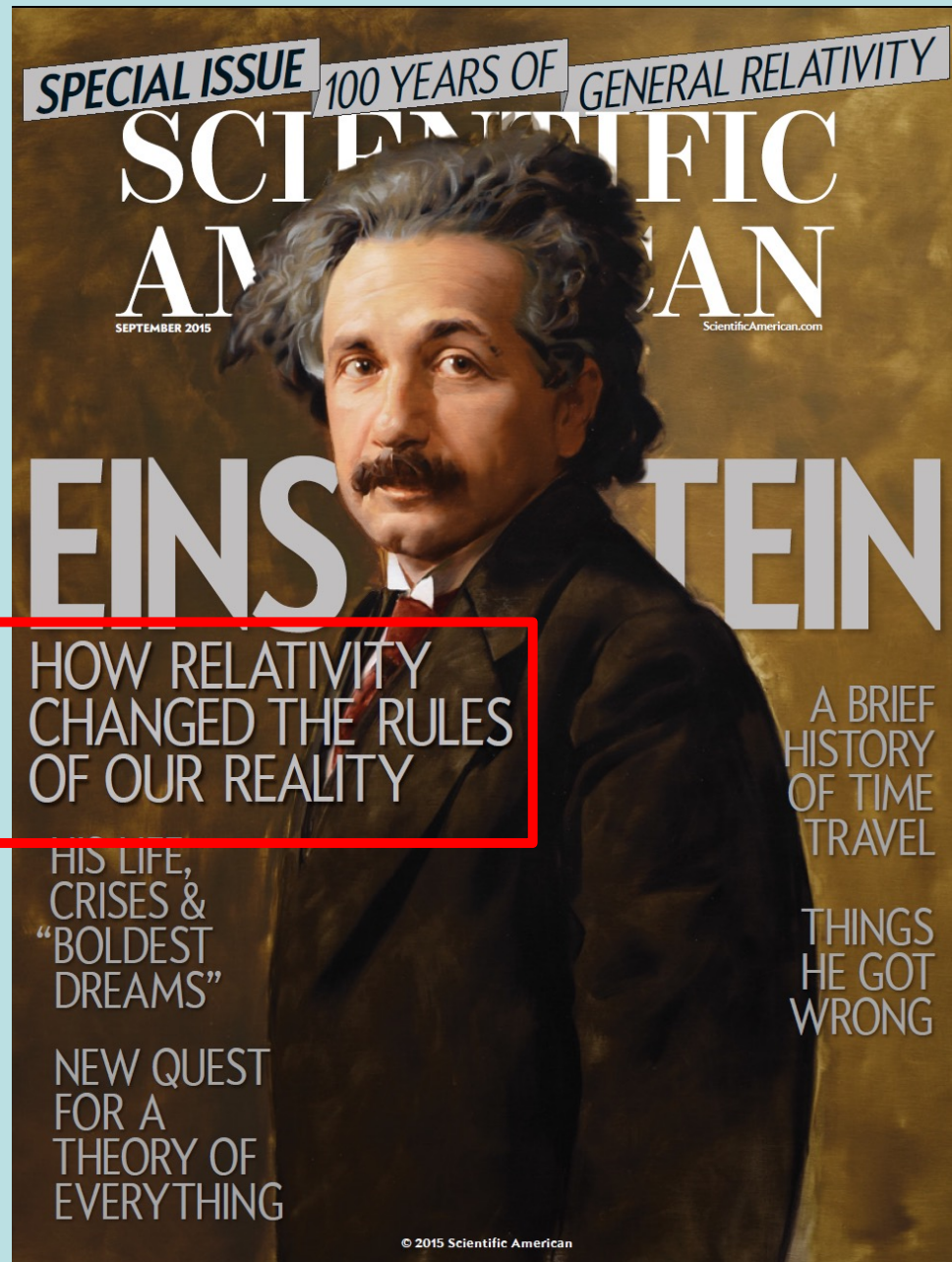
**T**HE special theory of relativity is based on the following postulate, which is also satisfied by the mechanics of Galileo and Newton.

If a system of co-ordinates  $K$  is chosen so that, in relation to it, physical laws hold good in their simplest form, the *same* laws also hold good in relation to any other system of co-ordinates  $K'$  moving in uniform translation relatively to  $K$ . This postulate we call the "special principle of relativity." The word "special" is meant to intimate that the principle is restricted to the case when  $K'$  has a motion of uniform translation relatively to  $K$ , but that the equivalence of  $K'$  and  $K$  does not extend to the case of non-uniform motion of  $K'$  relatively to  $K$ .



1916 General Relativity 廣義相對論

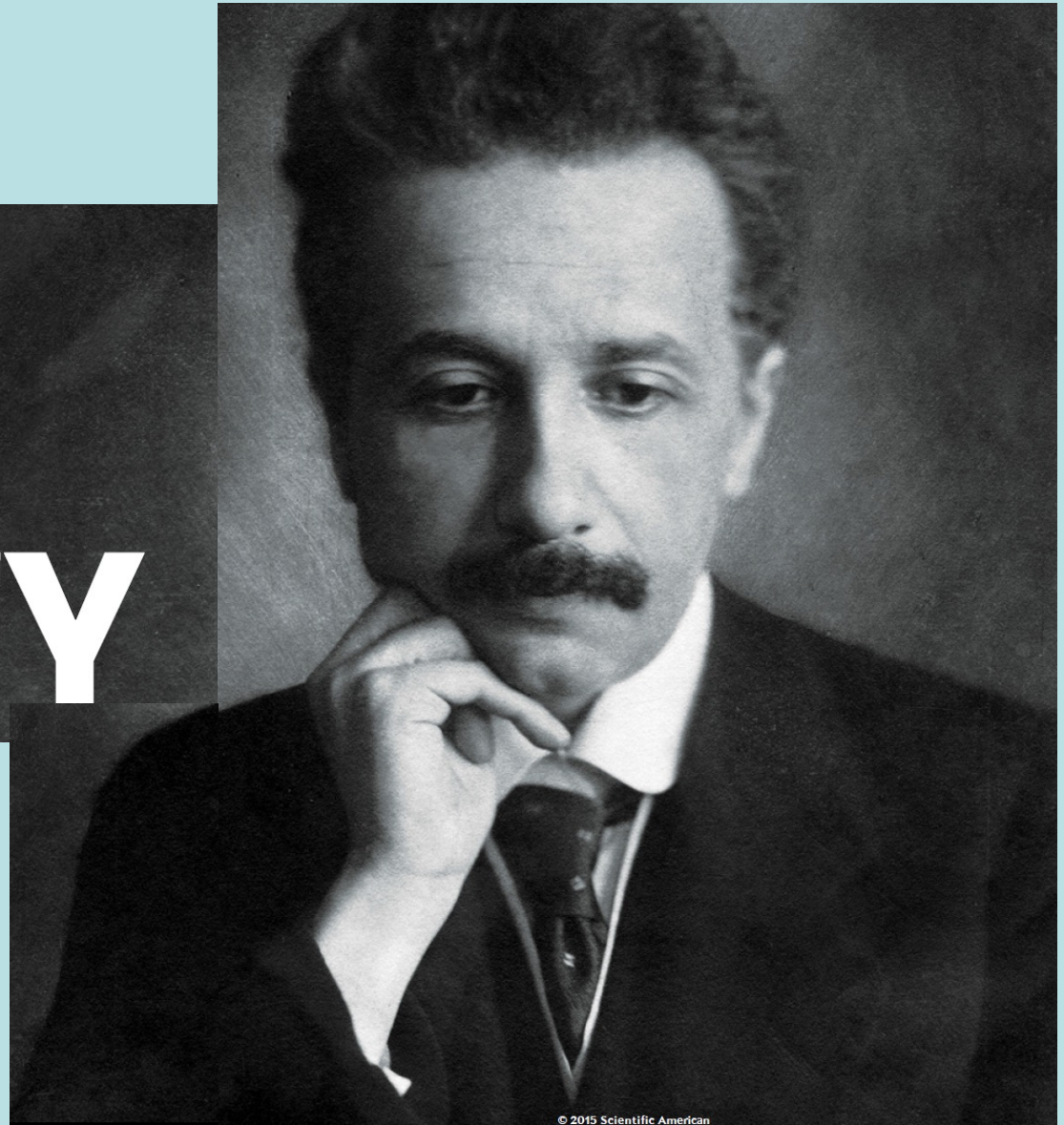
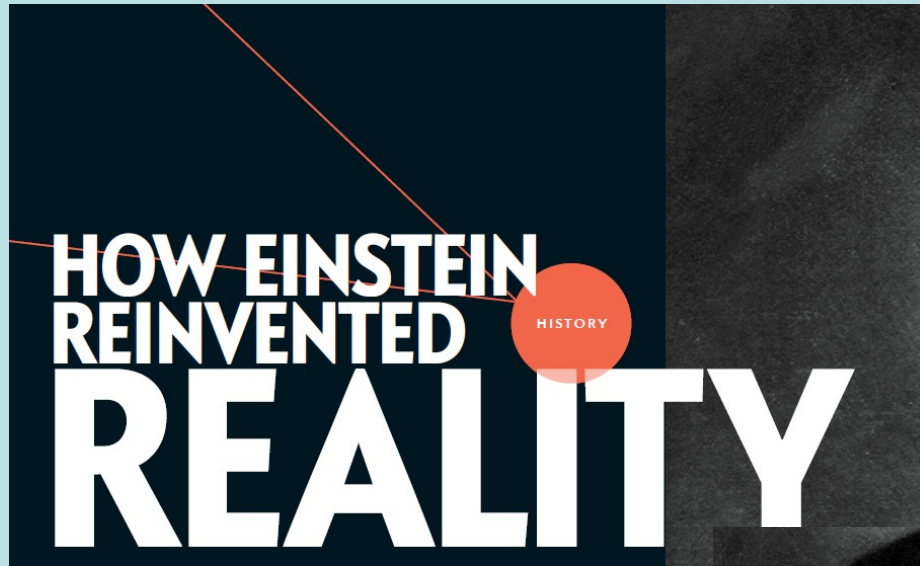




相對論之所以偉大，它改變了現實世界的基本規則！



愛因斯坦重建了現實！



許多我們自然以為是真實的，其實不一定是真實的。

感覺平凡的自然，原來如此奧妙！

重建現實竟如此簡單！只是你原來沒注意。

關鍵就是：思考力的重訓！





別忘了，思考是你最厲害的功能！因此要多鍛鍊！





發現 節目 有聲書 課程 節目主持人/有聲書主播

立即訂閱



登入 / 註冊



節目 知識好好玩

## EP12 | 為何移動的時鐘走得比較慢【物理好好玩第一季】

主持人 | 張嘉泓

單曲長度 | 00:14:00 發布時間 | 2021-12-07

#張嘉泓 #物理好好玩 #原子彈 #法拉利 #鏢子 #能量守恆定律 #光速  
#普羅米修斯



▶ 試聽

專輯資訊



時序一接近歲末，似乎處處都開始有耶誕節的氣氛。我常會偶而放慢腳步，好似想看清楚，台北的天空是不是已開始飄下，從未出現過的晶瑩雪花。在這充滿幸福感的季節，最應景的莫過於在心中，思索著自己的願望。我小的時候，比較俗氣，那時的心願是：如果我能得到一台超快的法拉利跑車，那會有多好啊！現在，知道這個願望越來越不切實際了，反而常常問：就算有了法拉利，那又能怎麼樣。

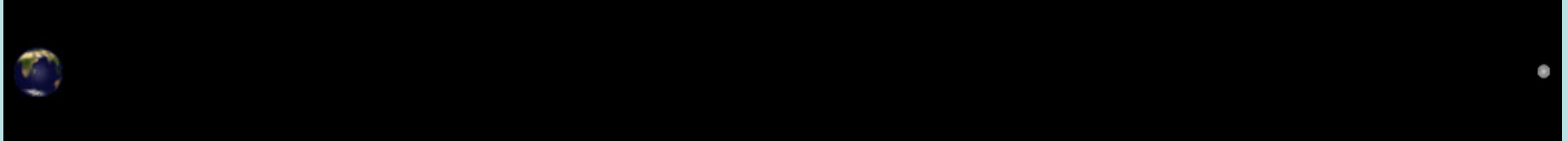
其實這個問題，是有一個物理的答案的：若是有了超快的法拉利跑車，比較起周圍的人，我將會更年輕。別誤會，這不是炫富的效果，也不是因為跑車拉風的外型，讓人看起來年輕，而是如果我常常開著它到處跑，我的錶會比地面的時鐘走得慢。

### 人行道上，站著一位美麗的女子

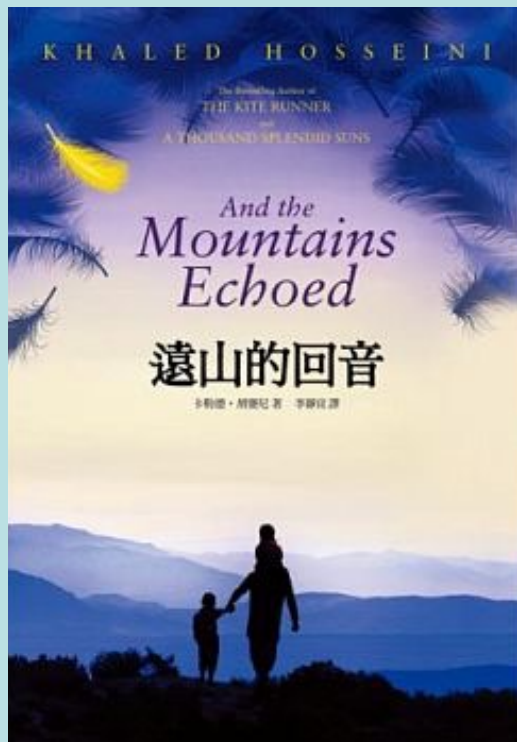
你若是不相信，讓我來說給你聽。容許我幻想自己開著一輛超快的法拉利，疾駛於台北的街上。內心充滿興奮的同時，我不自覺的向右看了一眼，注意到右方乘客座位的窗戶上，投映著我意氣風發的身影。我的臉如同漂浮在布滿耶誕裝飾、流動的光影之中。偶而，遠方的燈光，會在臉的中央點燃，如同川端康成在小說雪國中所描述，夜晚火車車廂中的情景。這個現象是因為來自我的臉的光線，於車內向右邊傳過去，在玻璃上反射回來，被我的眼睛看到了，大腦會誤以為我在車窗的外面。我不禁開始想：這道光，垂直於道路的方向，在車的兩邊之間來回傳送，過程是需要一點時間的。不難算，把車寬的兩倍，除以光的速度，就得到這段時間的大小了。因此，如果我突然眨一個眼，在窗子裡的我，應該要慢一點，才會跟著回應眨眼才是。

相對論的中心論述是植基於下列的事實：

自然界存在光，光傳播的速度非常快，但，是有限的。



$$c = 299,792,458 \text{ m/s} \sim 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$



自然界存在光，光傳播的**速度**非常快，但是有限的。



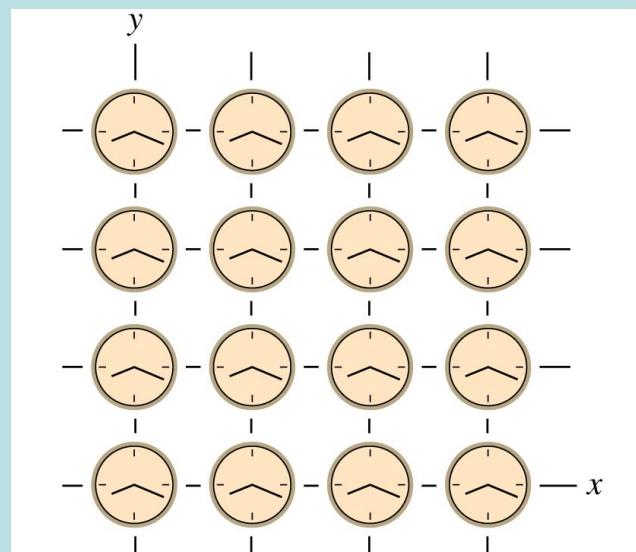
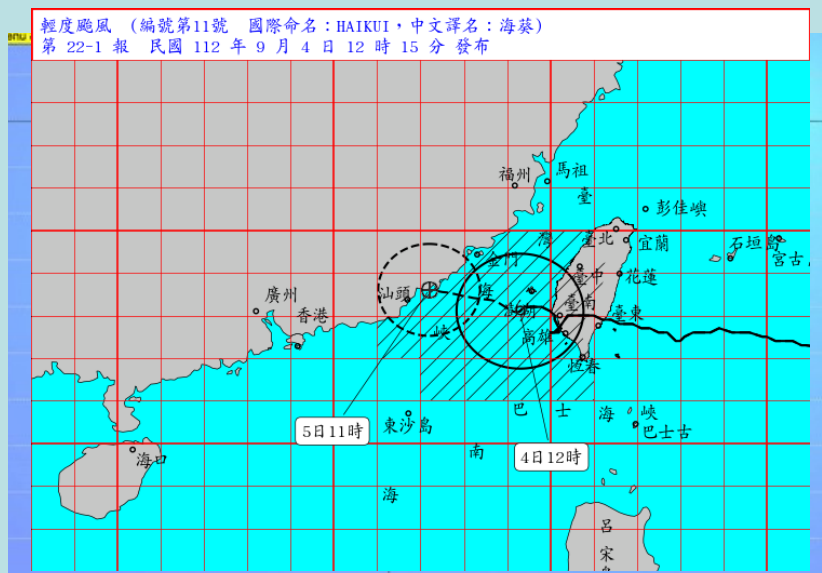
速度是運動快慢的度量，是位置的變化率 rate of change !

變化率 = 單位時間的變化 =  $\frac{\text{一段時間內的變化 (位移)}}{\text{這段時間}}$

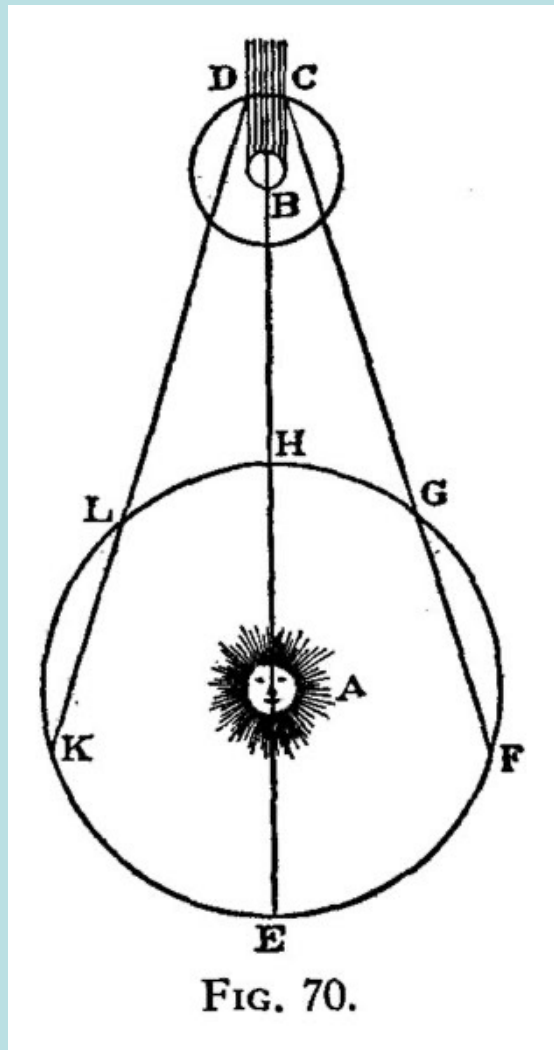
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \frac{dx}{dt}$$

所以我們要會量**位置**座標及位移 $\Delta x$ 、會量**時間**及時間差 $\Delta t$ 。

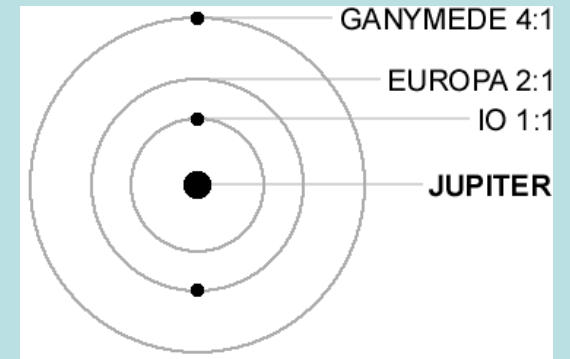
**空間位置 $x$ 與時間 $t$** 是物理最基本的兩個量，而且比你想像複雜。







1676 Ole Rømer



木星衛星IO繞木星的時間，是固定的 $\sim 42\text{h}$ 。

這也就是IO兩次離開木星影子遮蔽之間的時間。但地球也在運動。

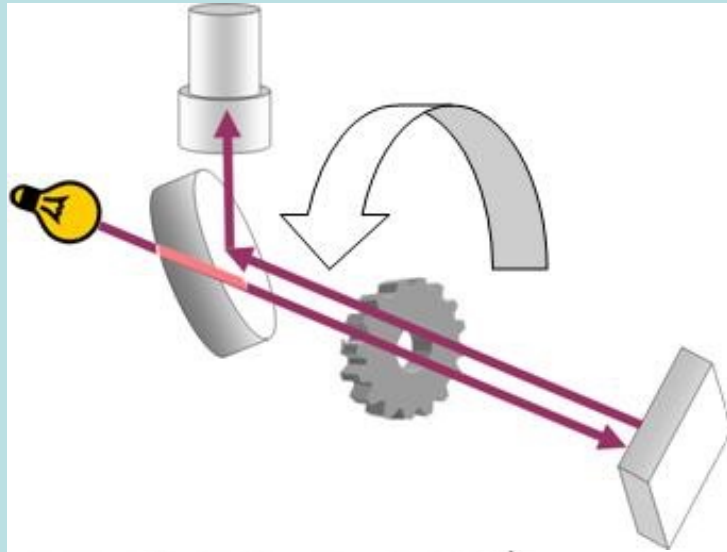
實際經過測量，在地球遠離木星圖中LK段時，此間隔會比週期稍長，

此差異，就是光要通過多走的距離上圖LK所需的時間。





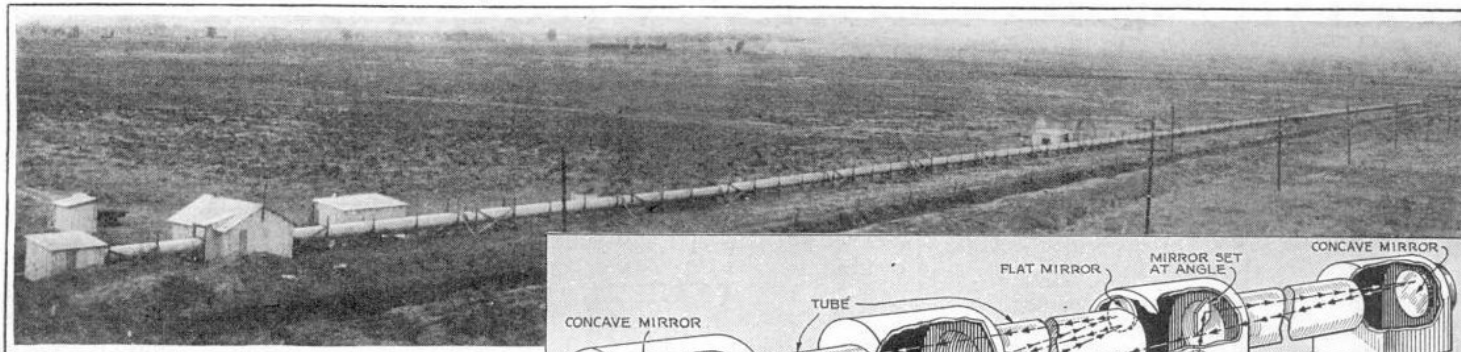
## 地面上的實驗



### Fizeau-Foucault apparatus

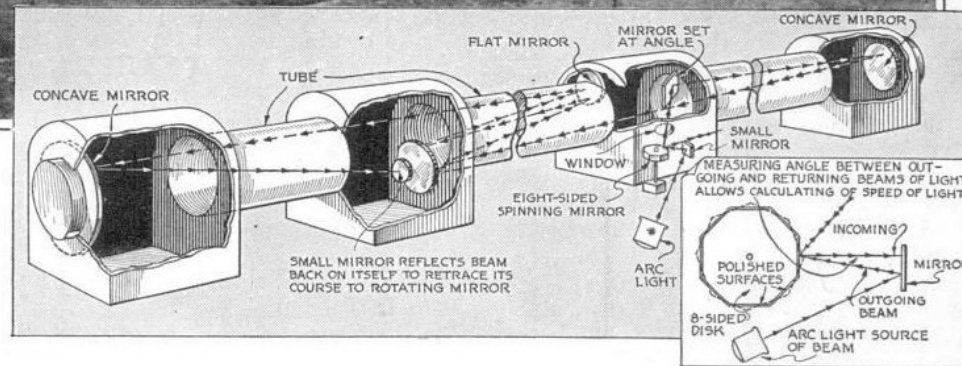
In 1848–49, Hippolyte Fizeau determined the speed of light between an intense light source and a mirror about 8 km distant. The light source was interrupted by a rotating cogwheel with 720 notches that could be rotated at a variable speed of up to hundreds of times a second.

Fizeau was able to calculate a value of 315000 km/s for the speed of light, about 5% too high.



A view of the mile-long vacuum tube, three feet in diameter, lying in a California valley. This is the main feature of the apparatus used by Dr. Michelson.

At right, the drawing shows the giant tube which Michelson is using, with the arrangement of mirrors which reflect the light ray up and down the tube until it has traveled ten miles. Inset shows how speed of light is calculated from the known angle.



One of the last and most accurate time of flight measurements, Michelson, Pease and Pearson's 1930–35 experiment used a rotating mirror and a one-mile (1.6 km) long vacuum chamber which the light beam traversed 10 times. It achieved accuracy of  $\pm 11$  km/s



自然界存在光，光的速度是有限的。



接下來就可以問這個相對論最核心的問題：

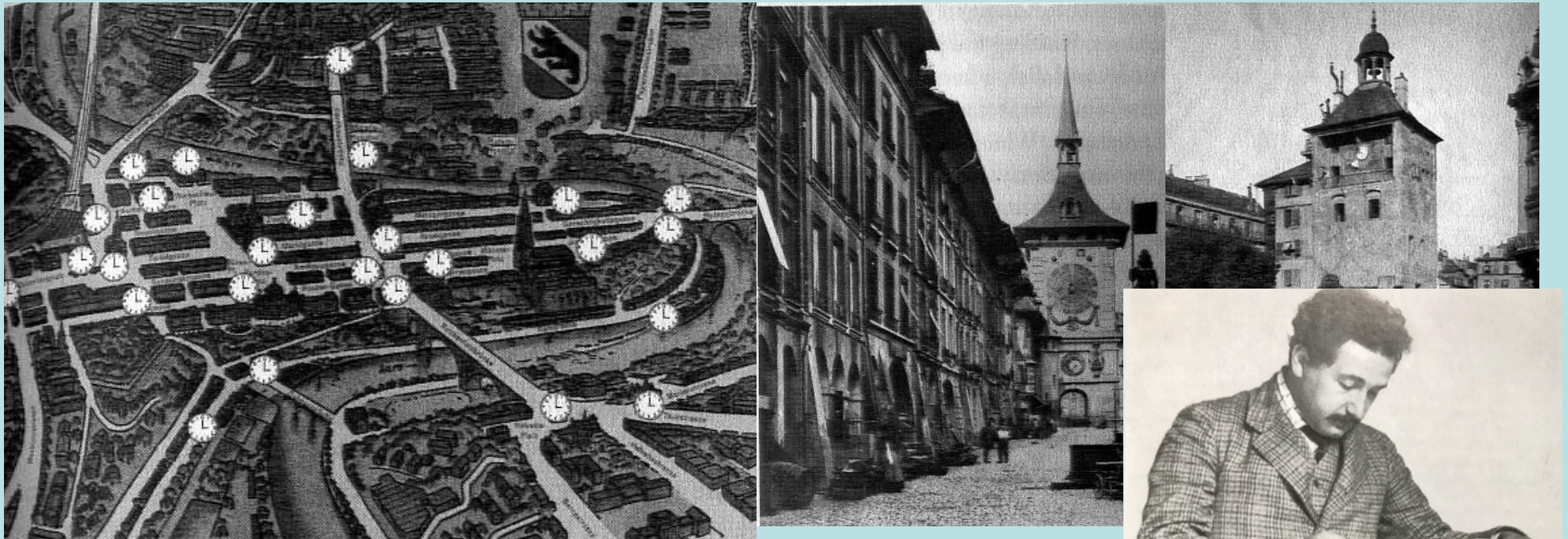
光的移動的速度，是否與觀察者的運動狀態有關？

地球上量到的太陽光的光速，與火箭上量到的一樣嗎？



這個問題除了學術上的興趣之外，是有實際上的巨大影響

在Einstein的年代，二十世紀初，歐洲都市開始在市內建造一系列的鐘塔。



他在專利局的工作可能使他注意到同步這些鐘塔的問題。







*Viki's Lazy Channel*  
HARUHII.PIXNET.NET

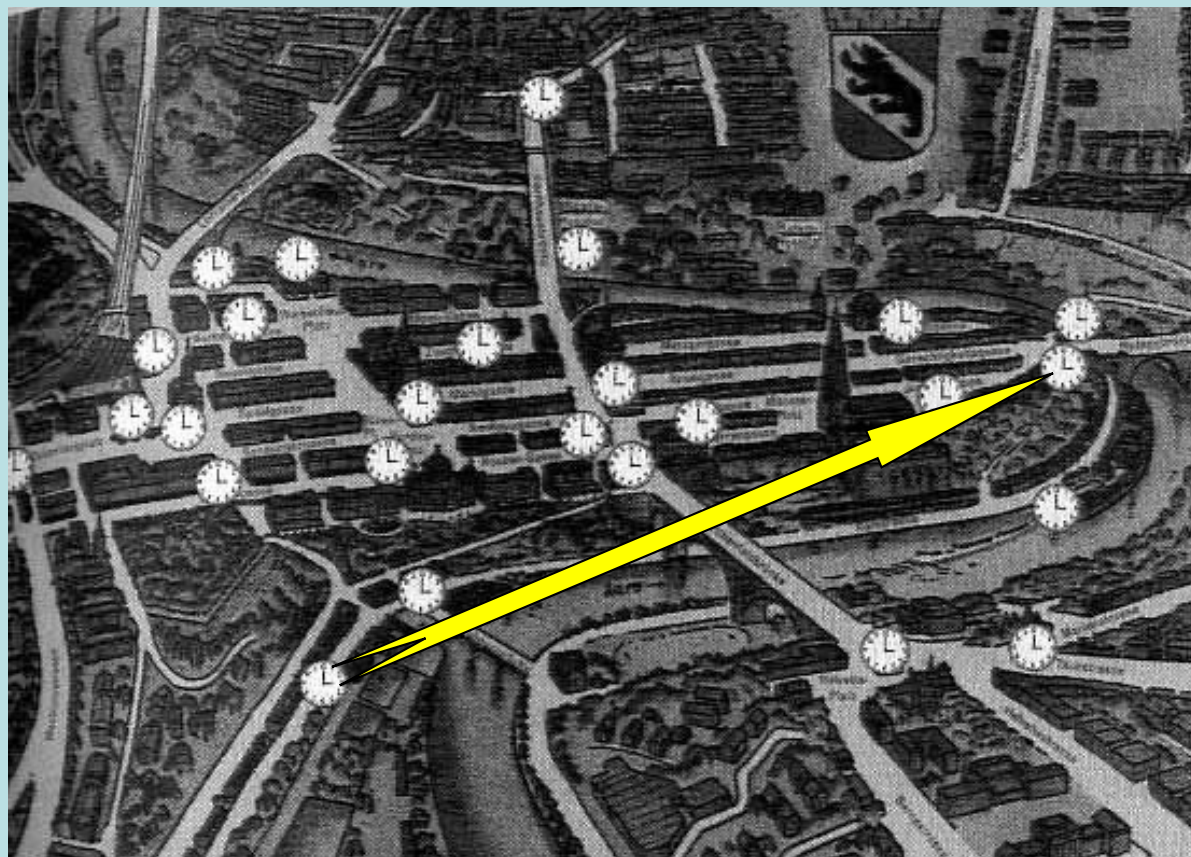
*Lazy Channel*  
PIXNET.NET



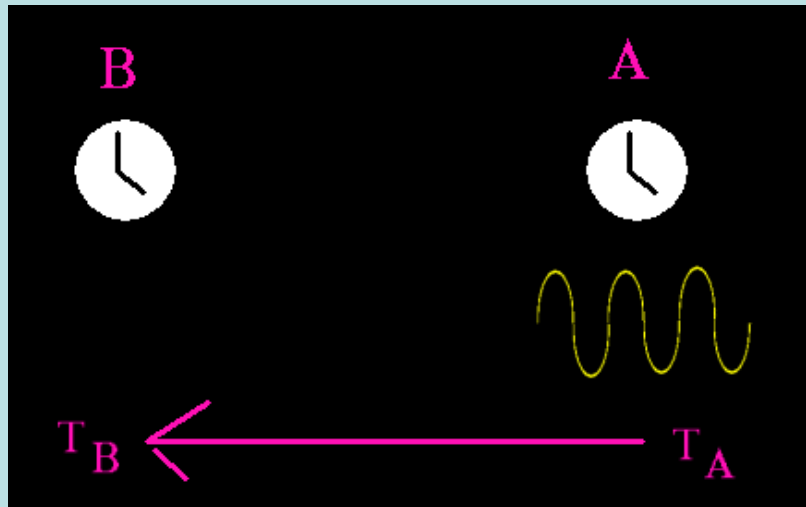




用光信號來將不同位置的計時器同步！



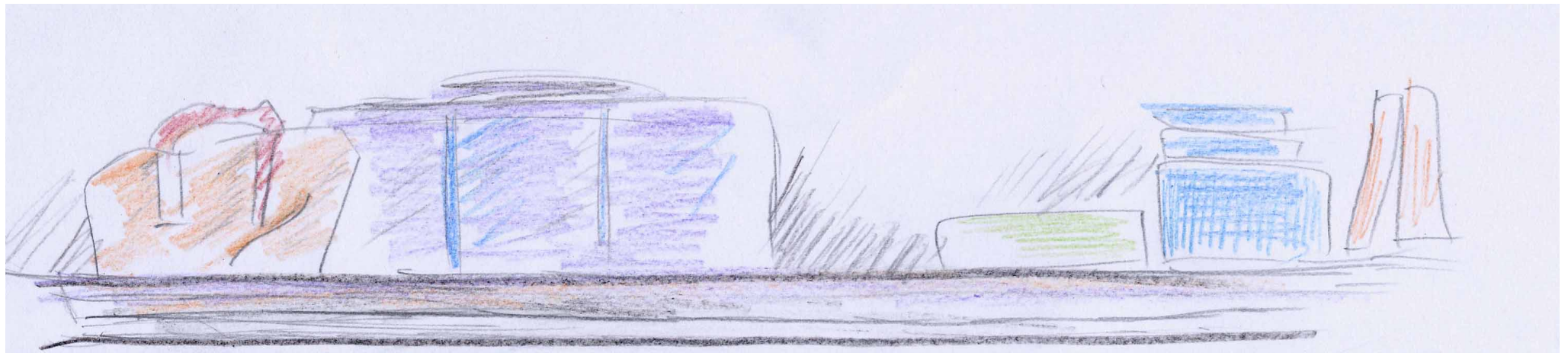
既然光速是有限的，光旅行的時間就必須被考慮進來。



$$T_B = T_A - \frac{AB}{c}$$

但如果不同方向的光速相等，這個方法就非常不方便！



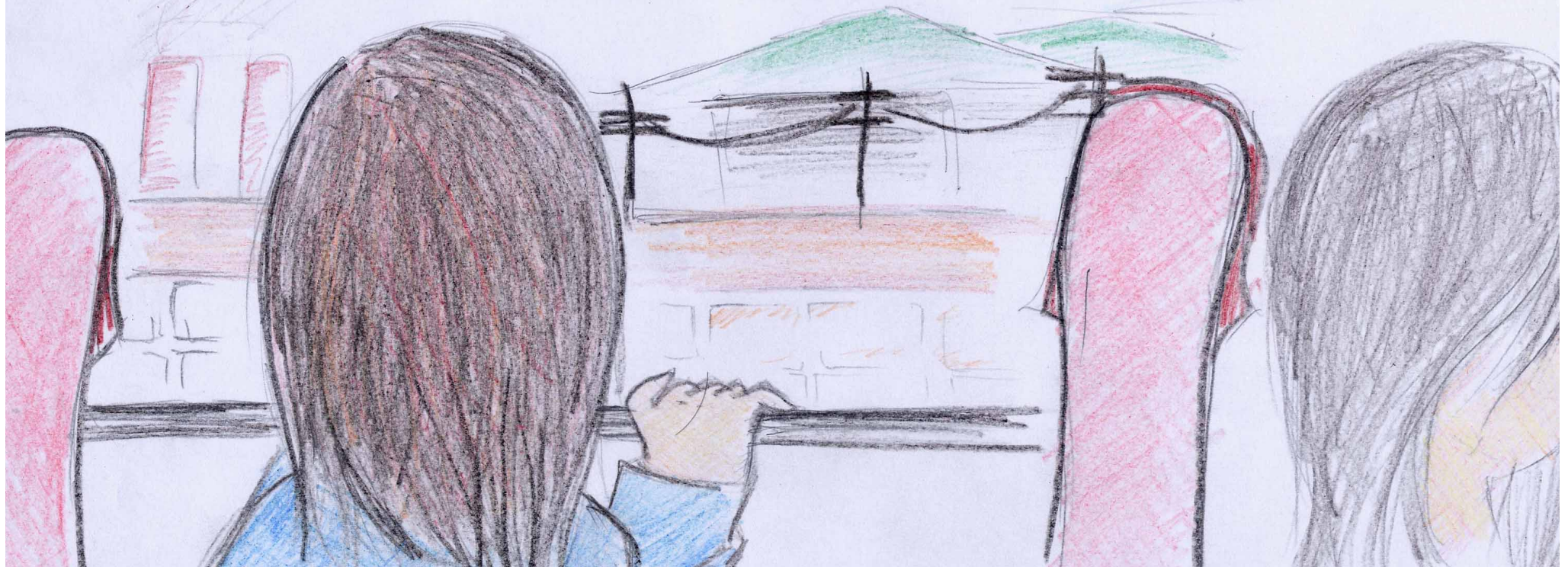


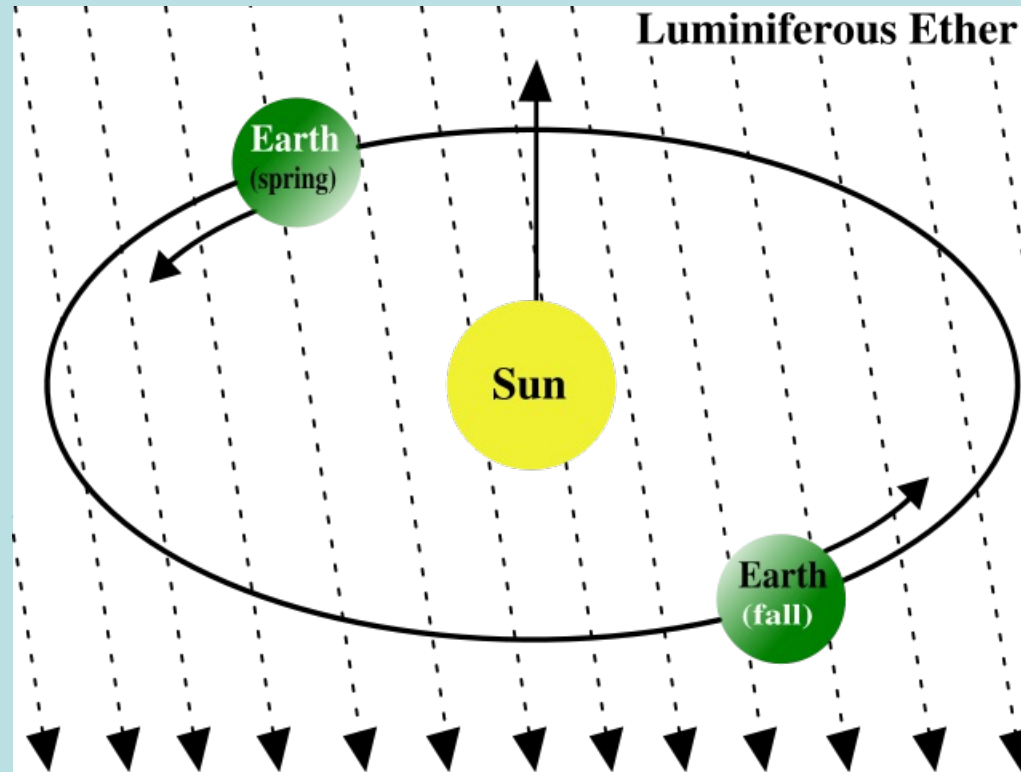
一般來說，物體速度大小與觀察者的運動有關！

$$u' = u - v$$

$$c' = c - v$$

$u'$  是以速度  $v$  移動的人，觀察靜止人以為速度是  $u$  的飛行物，得到的速度值！





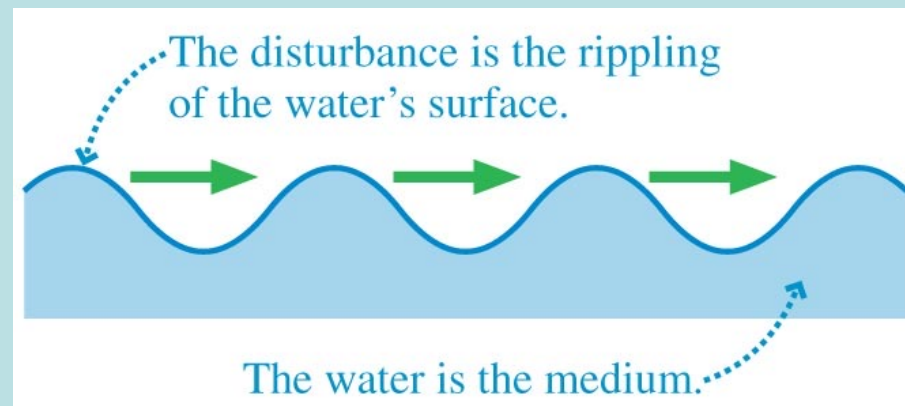
既然地球是在運動之中，那地面上觀察到的光速是不是一直在變。

$$c' = c - v$$

$c$ 是空無一物的宇宙中的光速， $c'$ 是以速度 $v$ 移動的人，觀察得到的光速！

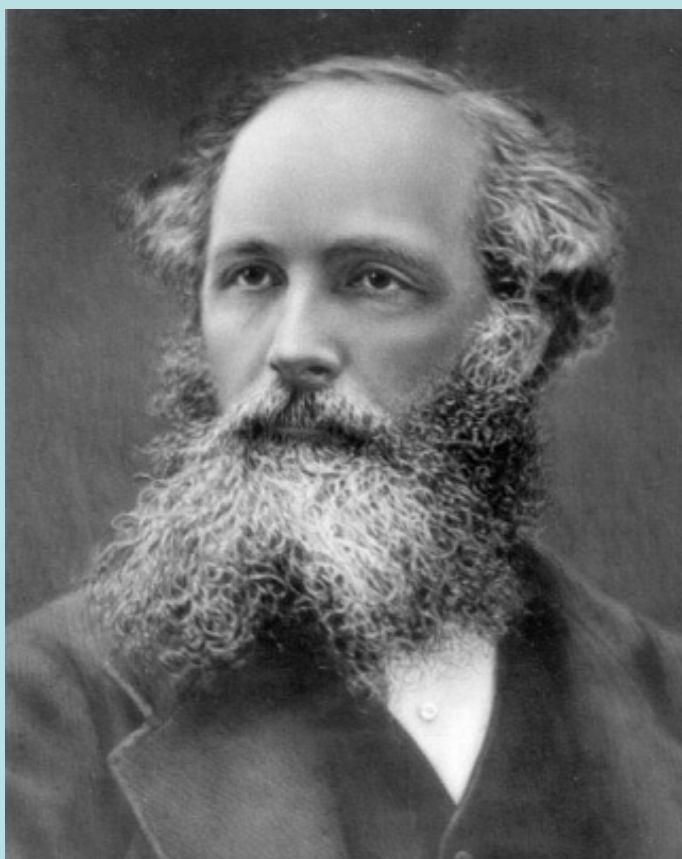


而光是一種波。波一般相對於其介質有固定的波速！  
水波對不同速度船上的人看起來速度是不一樣！

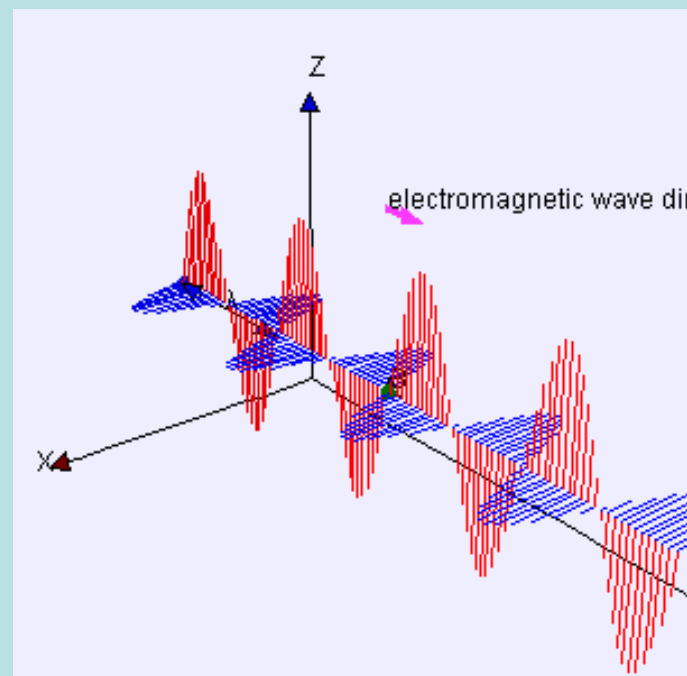


但電磁波卻是非常少數在真空中傳播的一種波！它不需要介質。

電磁波：電與磁的自動化！

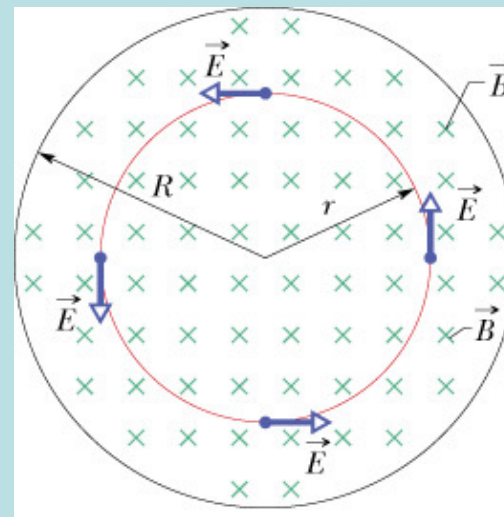
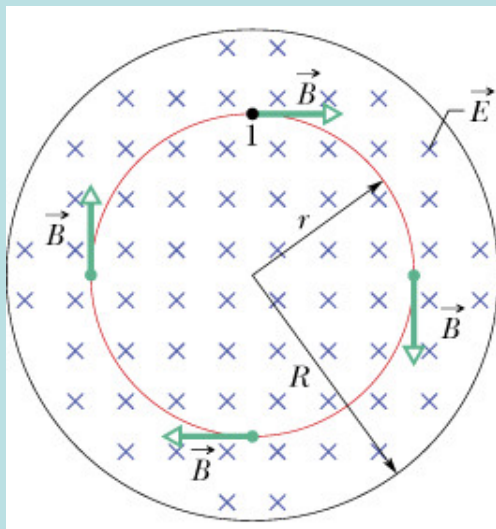


James Clerk Maxwell (1831–1879)





## 電磁波：電與磁的自動化！ 電磁感應



電場變化時會感應產生垂直的磁場！

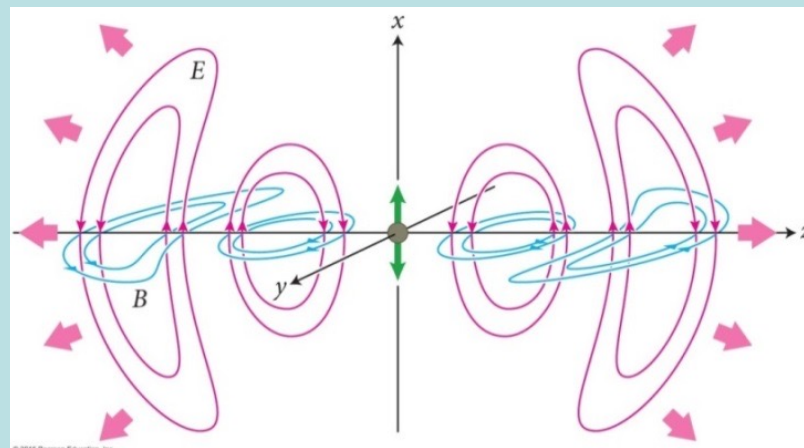
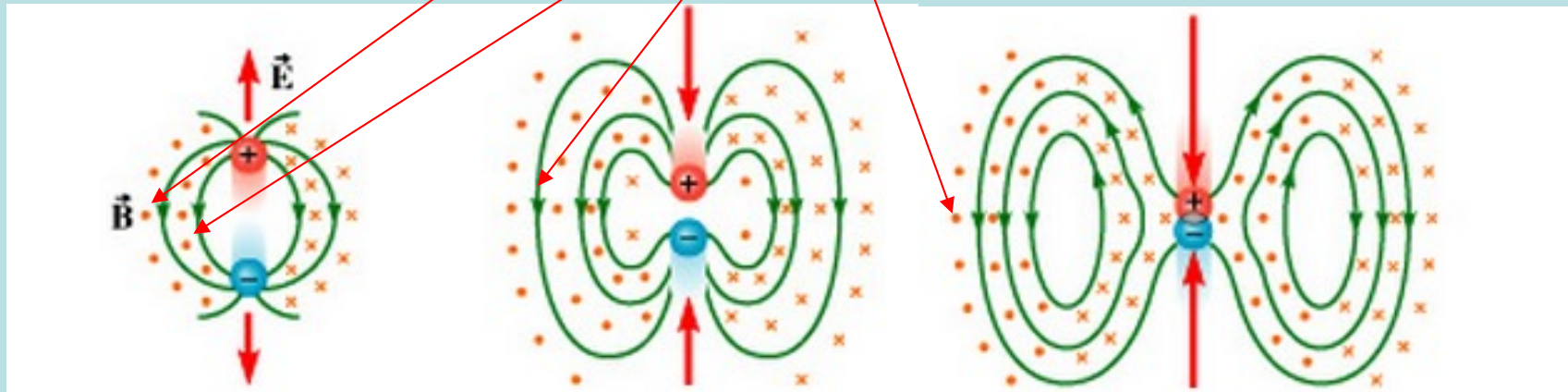
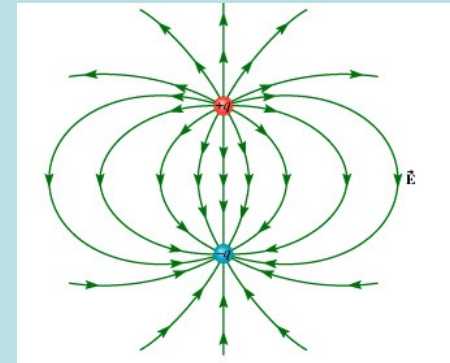
磁場變化時會感應產生垂直的電場！

即使沒有電流與電荷，變化的電磁場也可以成為電磁場的來源！

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

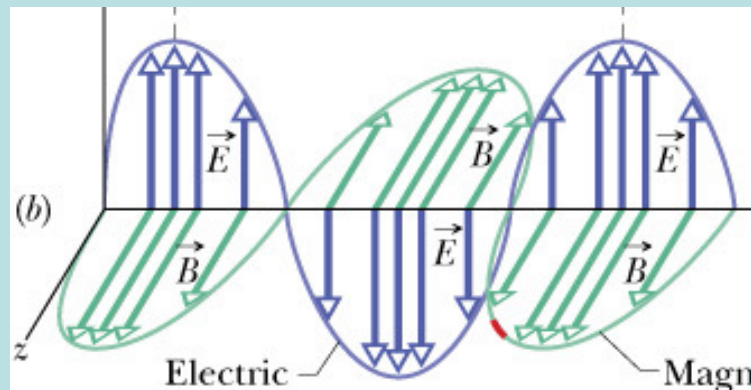
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

設想如果在原點突然出現一個電偶極，  
在近處應該會突然出現一電場，類似電偶極的靜電場：  
此突然的電場變化會產生垂直的感應磁場。  
突然的磁場變化又在更遠處產生感應電場。  
突然的電場變化又在更遠處產生感應磁場。





愛因斯坦很小時就在思考，當一個人以光速移動，他看到的光會變成怎樣？



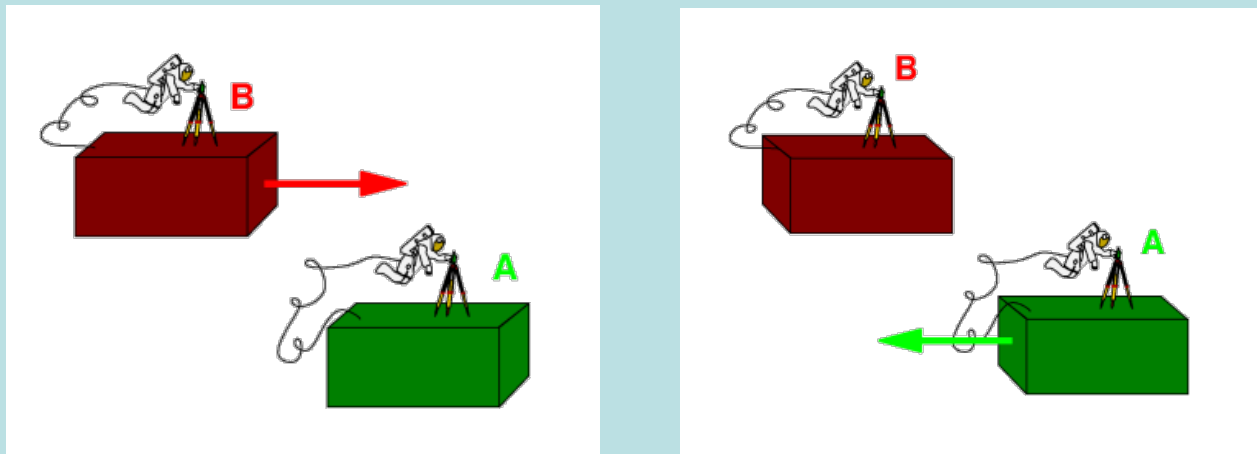
如果光的移動不需要介質，在真空中，如何區別靜止的人及快速移動的人呢？

答案似乎是沒有辦法！

在真空中，靜止的觀察者與快速移動的觀察者，似乎應該完全沒有分別。

想像一個靜止的觀察者A，一個移動的觀察者B，

從運動的觀察者B的觀點，會以為自己是靜止的，而靜止者是在移動。



這個觀點並沒有錯，愛因斯坦認為運動是相對的，而不是絕對的。

我們無法絕對區分靜止與移動，這稱為相對性原則。

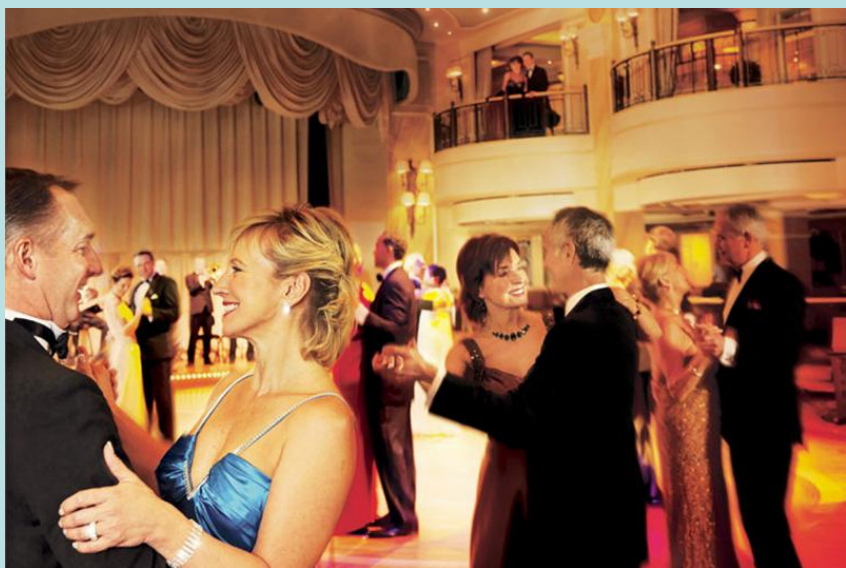
在平穩移動的火車上，你會以為自己是靜止的，移動的是山。  
這樣的想法並沒有錯。





在遊輪中，你幾乎會以為自己是靜止的。

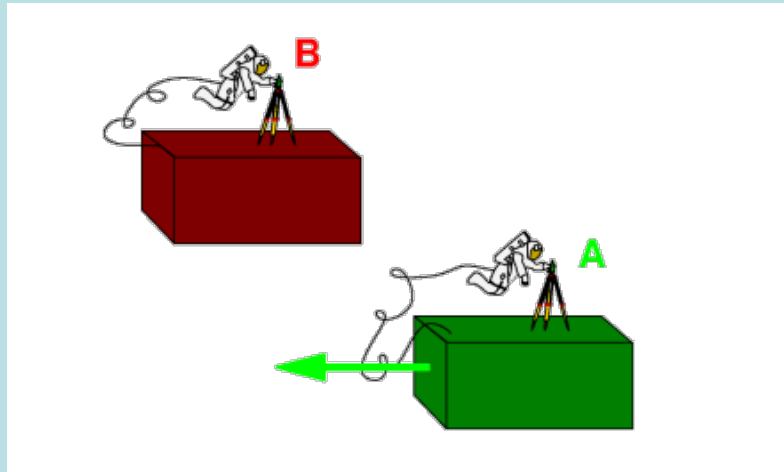
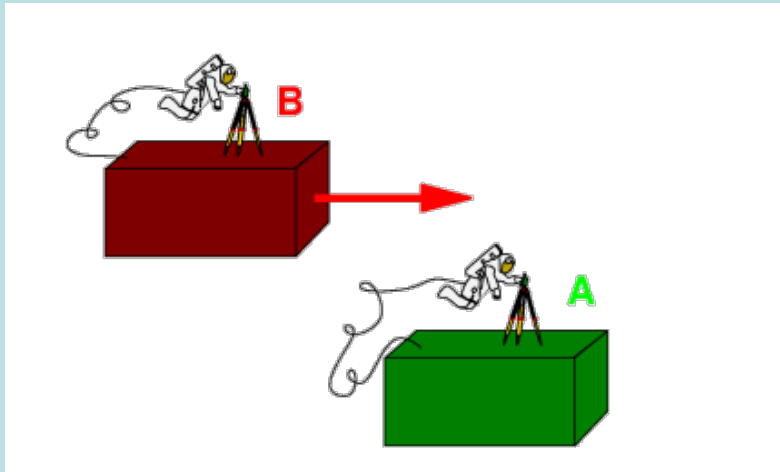
在遊輪上，你看到的世界與靜止時無異。你無法確認遊輪在運動。



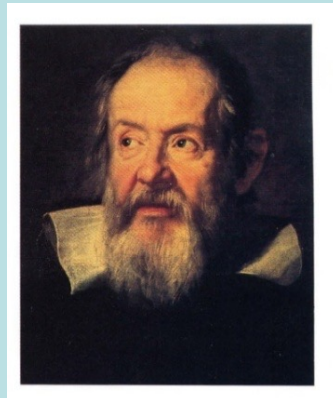
這樣的觀點被稱為相對性原則 **The Principle of Relativity**。

沒有任何力學實驗與觀測可以讓你決定觀察者的絕對運動速度！

換言之，絕對運動速度是沒有意義的概念！速度永遠是相對的。



以上兩張圖中的物理現象看起來不同，但都是合理的。

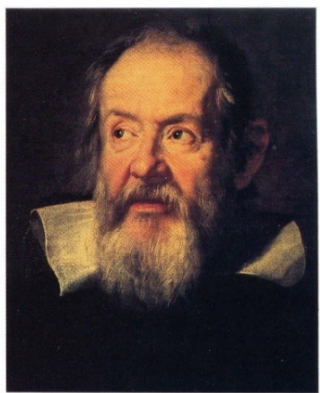




在船艙裡盡可能找到一間大房間，然後將一群人關進去，同時設法弄進一些蚊子、蝴蝶或其他類似的小昆蟲，再拿一個裝滿水的器皿，裡面放一些魚；另外，在房間的屋頂掛上一個小桶子，裡面先裝滿水，然後讓水能從上面的桶子一滴一滴地滴進一個事先放置在地板上的細頸器皿。現在請仔細觀察，只要船還保持靜止，然後讓船以任意的速度移動：你將會發現——只要船的移動是有節奏的，而不是毫無目的地搖搖晃晃

——船上的所有現象都沒有發生任何改變；也就是說，沒有任何徵兆可以让你察覺船

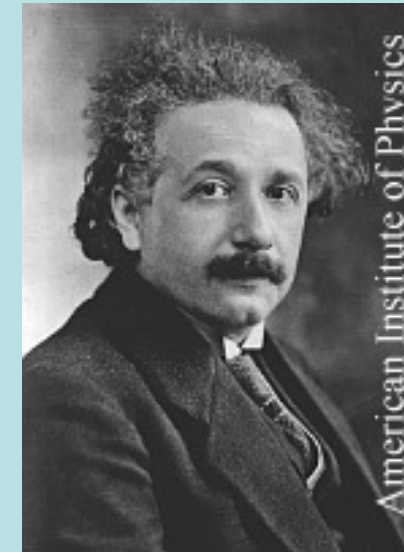
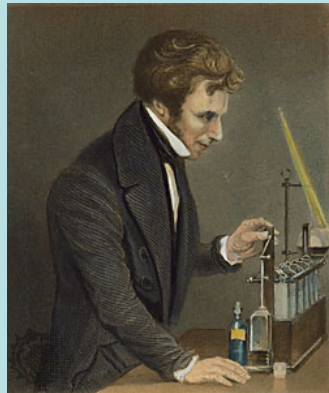
究竟是在停止或是在航行的狀態中。如果這時你在船上跳遠，你能跳出的距離和船靜止時是一樣的；這也就是說，即使船以很快的速度前進，你也無法期待在往船尾方向跳躍騰空之際，船的前進會將地板從你的腳下帶往船首的方向，使你因此跳得更遠。如果你想朝同伴扔擲物體，你花費的力量是一樣的，無論是你船尾而你的朋友站在船首或是相反。屋頂水桶中的水還是會滴進地面的器皿中，沒有任何一滴會滴到器皿外靠船尾方向的地板上，儘管水滴還在空中時船已經往前行進了一段距離。最後，我們也知道蚊子和蝴蝶都能朝所有的方向繼續飛行，絕不會被迎面而來的牆壁壓迫，也不必費力追趕快速前進的船隻，儘管牠們在空中飛行時是與船體分離的。如果在船艙內焚香，就會產生一些煙，不久後上升的煙會形成一朵煙雲，讓我們無法分辨出煙飄的方向。所有這些現象的一致性原因在於，船的運動本身對所有在船上的事物，包括空氣，都有相同的影響。







愛因斯坦假設：如果相對性原則普遍都是對的，  
那在平穩移動的火車上，你將觀察不到與靜止時有任何差異。  
如此，看到的光也應該沒有分別才對。  
因此火車上的你測量到的光速必定與靜止時的你無異！



電磁方程式預測電磁波是以一定速 $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ 傳播。

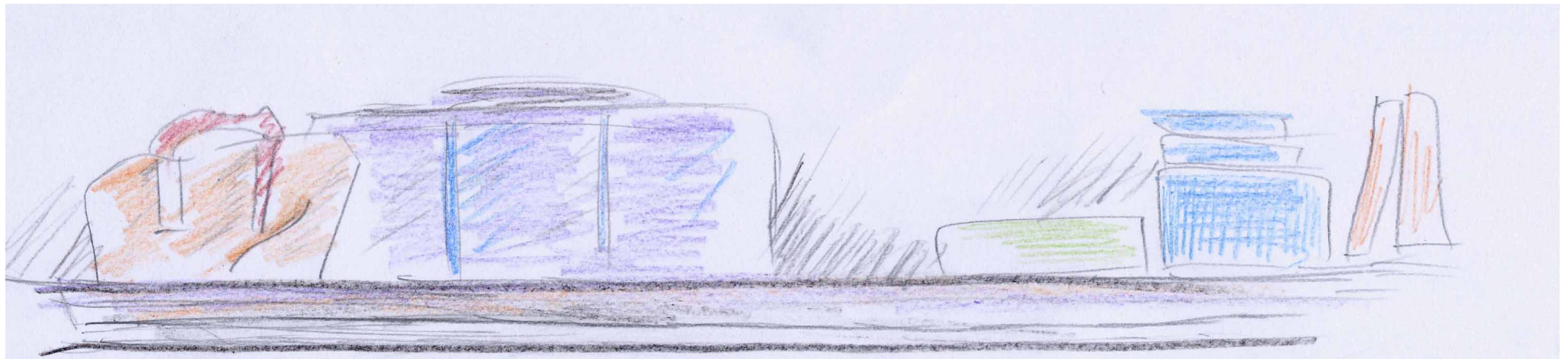
根據相對性原則，我們無法透過光學實驗，來判斷觀察者的運動狀態。

那麼光速與測量者的運動狀態必須無關，永遠是 $c$ 。

$$c = c'$$

這是愛因斯坦根據假設的相對性原則所作的**猜想**，但他堅定的相信這是對的！



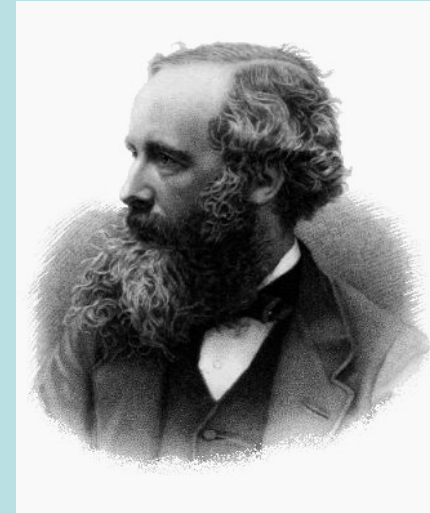
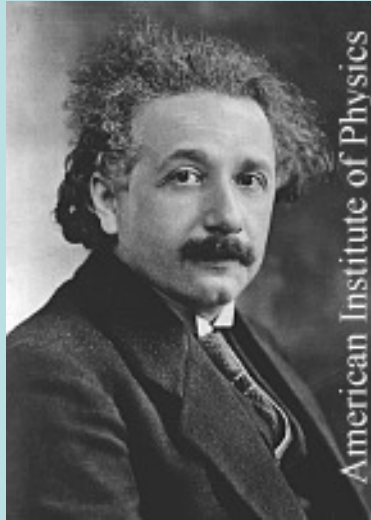


但這樣的想法是與一般的生活經驗違背的，是愛因斯坦對，還是日常經驗對呢？





## 大對決！



馬克斯威爾方程式遵守相對性原則！

馬克斯威爾方程式不遵守相對性原則！

電磁波無介質！

存在無質量的介質以太。

光速與觀察者無關！

相對於以太移動的觀察者，會測到不同的光速。

誰對？



物理的對決不是由份量來決定

只有實驗可以判定誰對誰錯！

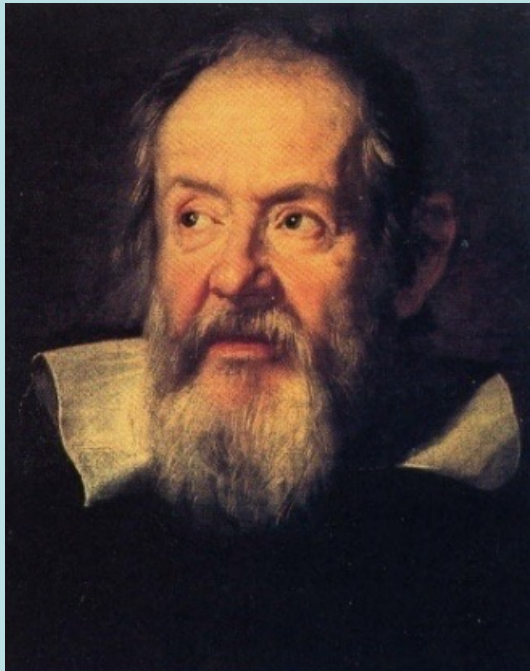


Galileo Galilei (1564-1642)

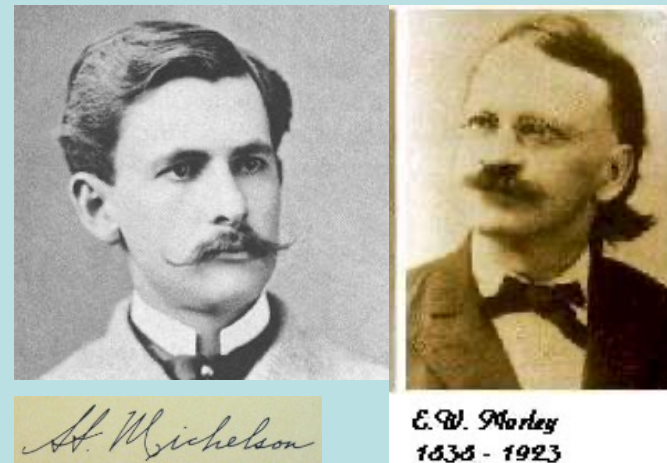
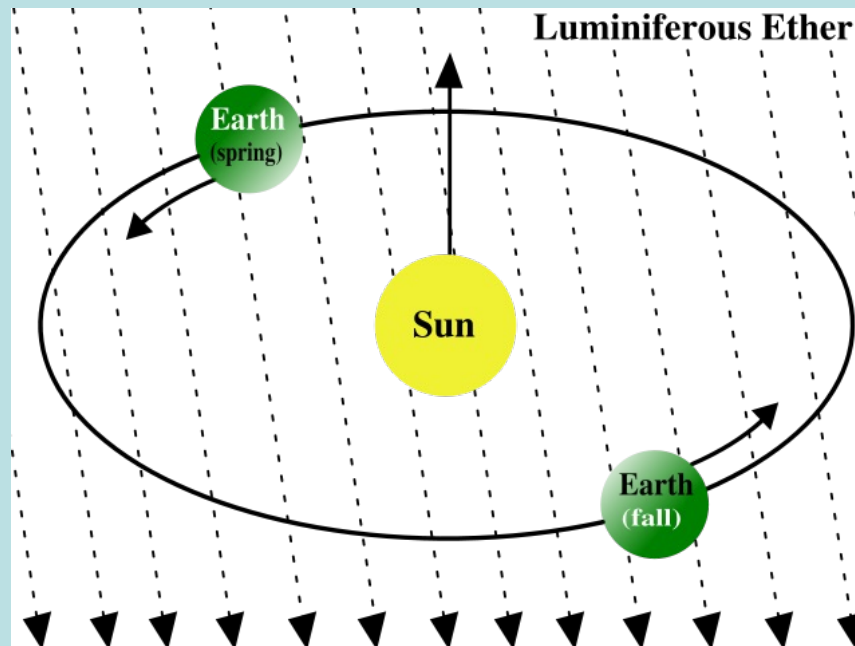
科學是描述自然現象的！

*Galileo Galilei*

以實驗觀察現象是科學最基本的方法！

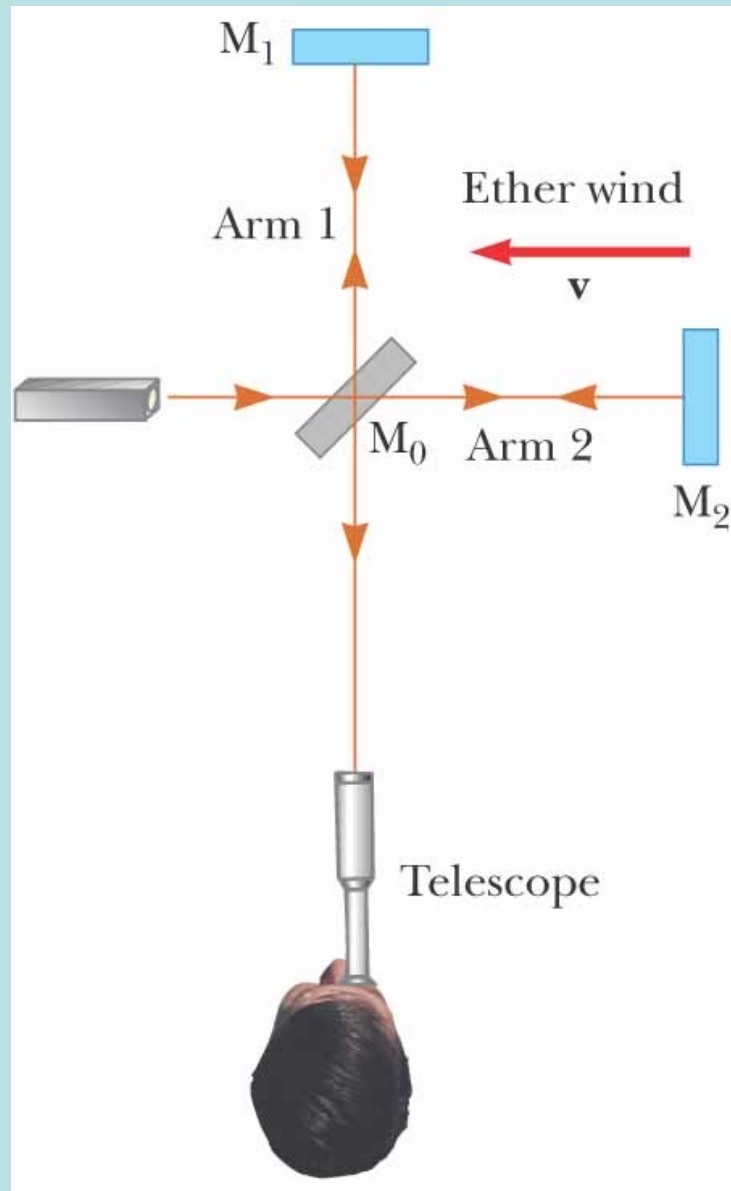


只有實驗能決定！ Michelson and Morley 干涉儀



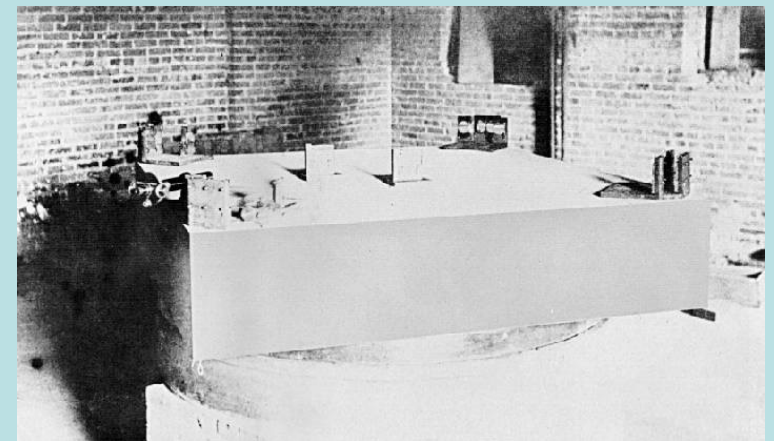
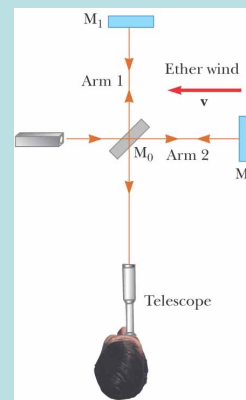
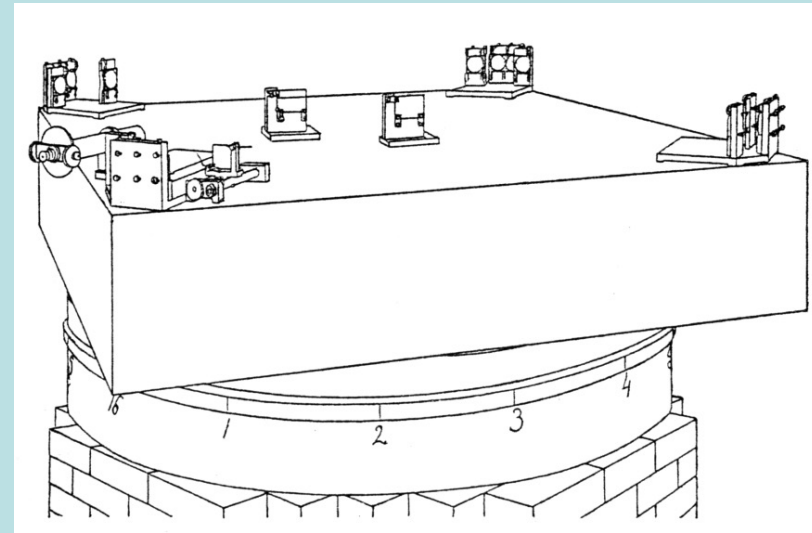
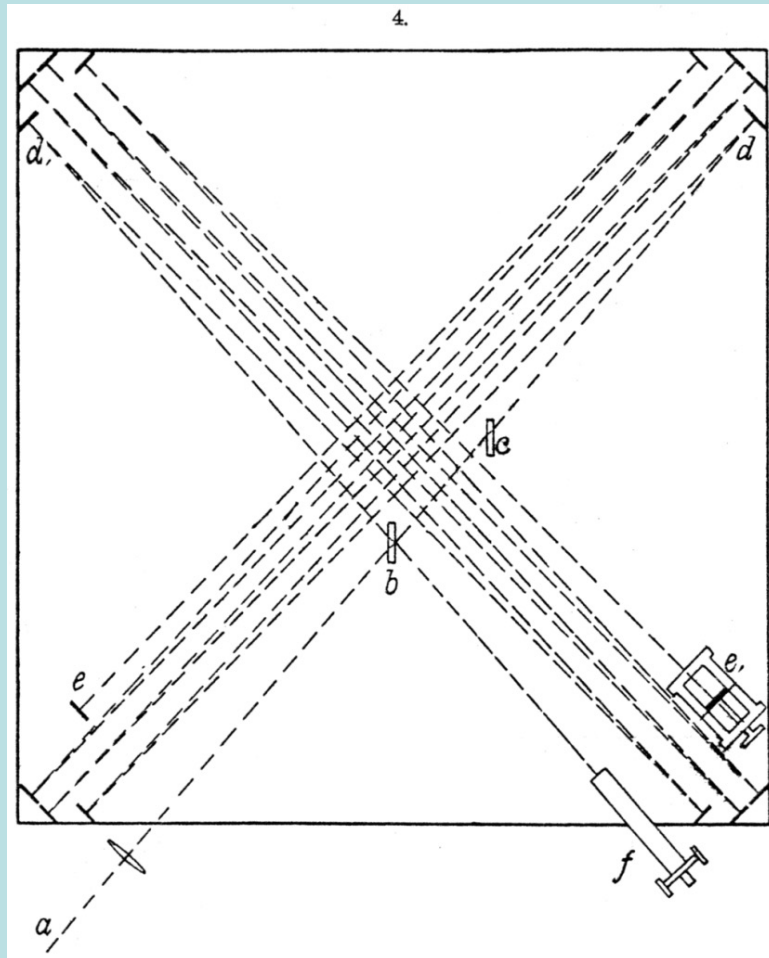
Michelson and Morley (1887)

若光速與觀察者的運動有關，那地球表面上不同方向測得的光速不相同。



若光速與觀察者的運動有關，那地球表面上不同方向測得的光速不相同。  
圖上不同段落的光速就不相同。





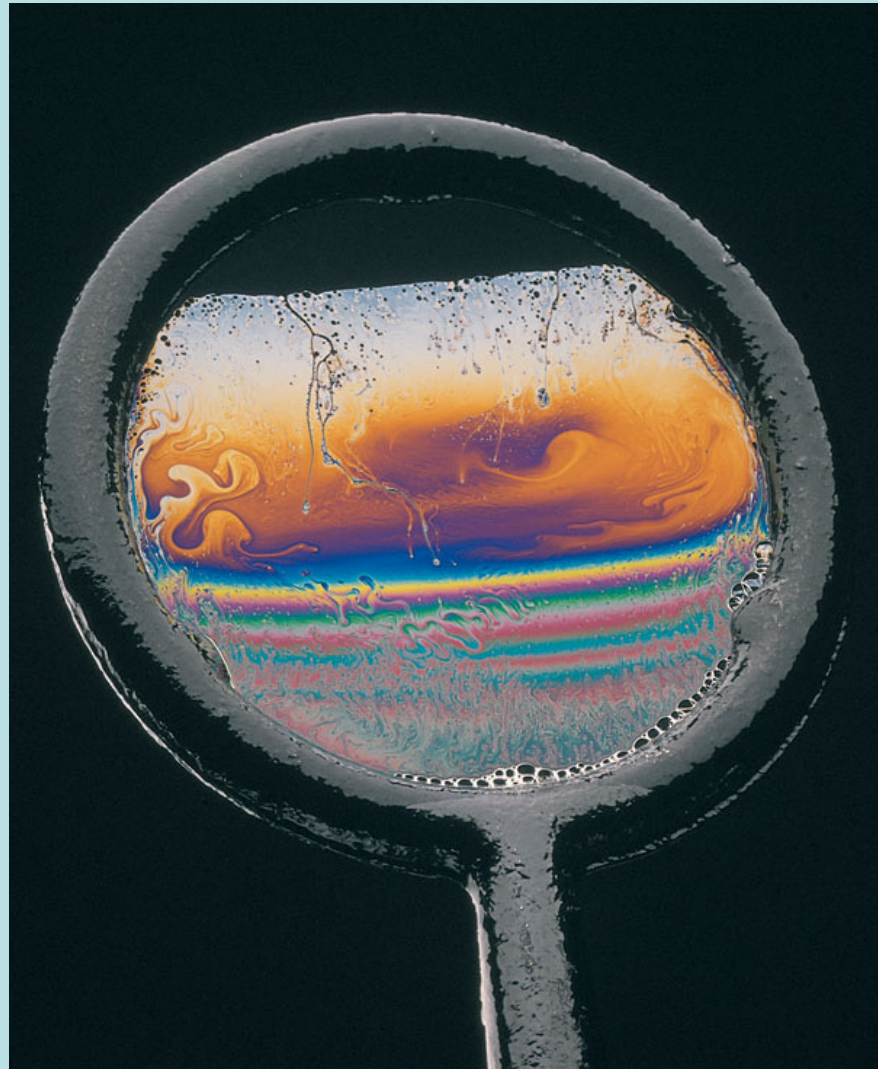
將兩條路徑長調整為相同。

若不同方向的光速不同，則兩道光走完全程時間不同。

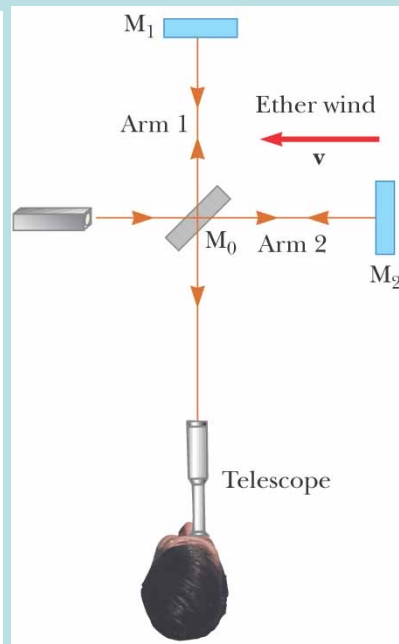
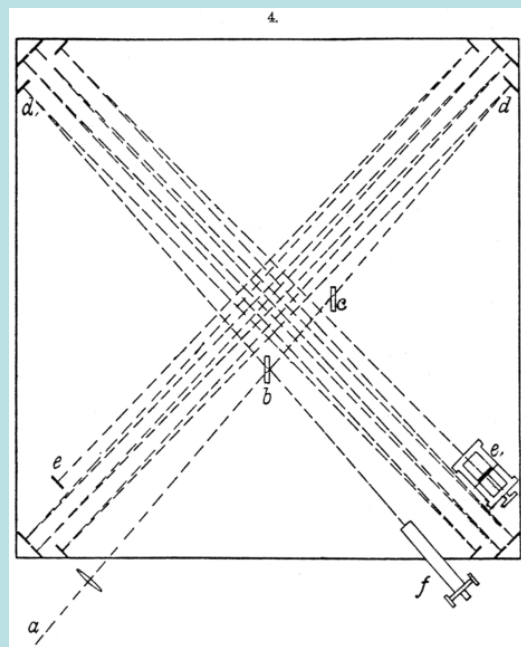
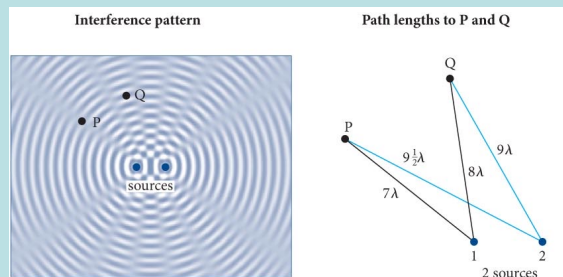
但差距只有  $\sim \Delta t \cdot \frac{v_{\text{地球}}}{c} \sim \frac{10\text{m}}{3 \times 10^8 \text{m/s}} \cdot \frac{3 \times 10^4 \text{m/s}}{3 \times 10^8 \text{m/s}} \sim 10^{-12} \text{s}$

時間如何能測得如此精準？

## 薄膜干涉



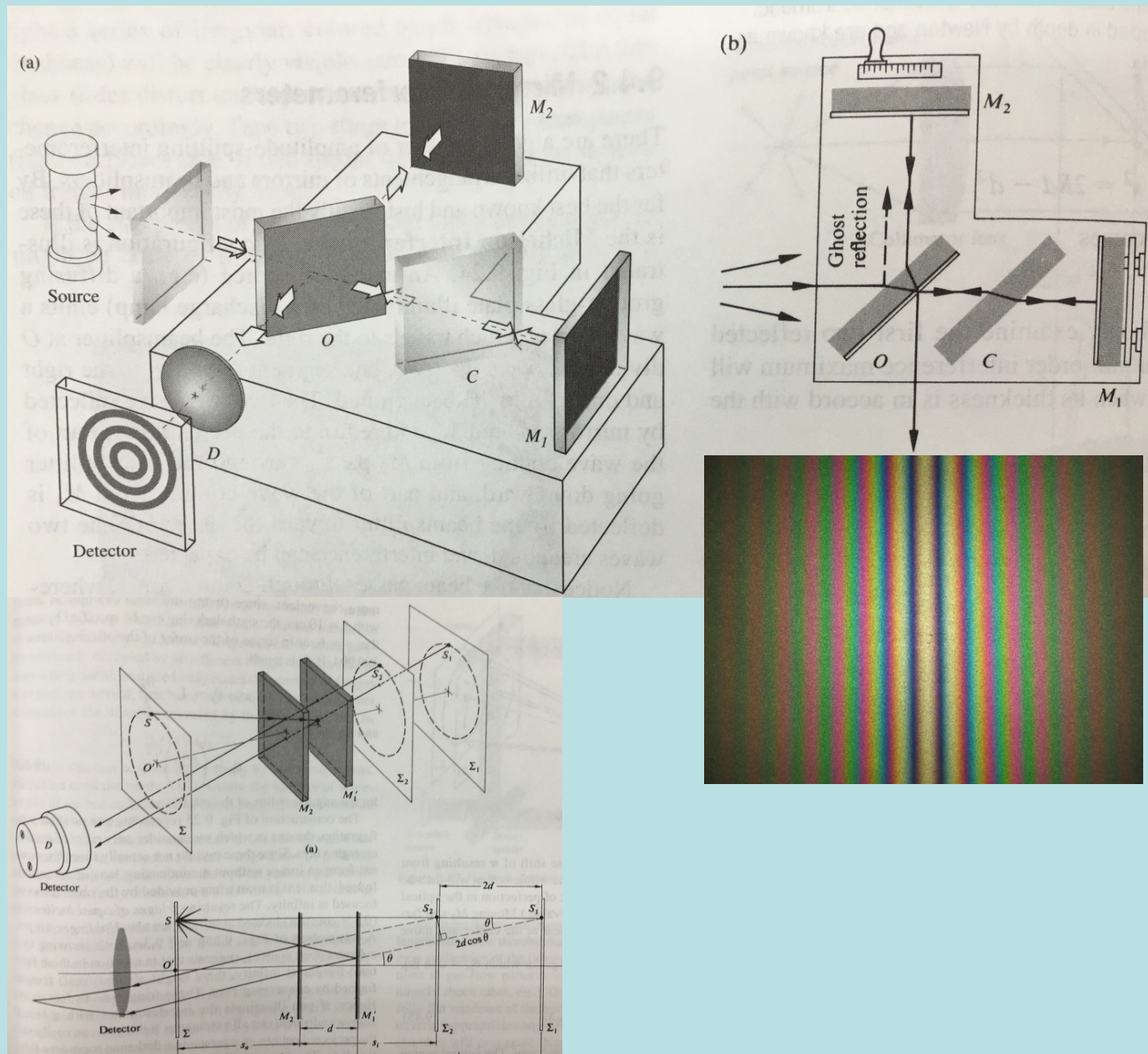
© 2004 Thomson - Brooks/Cole



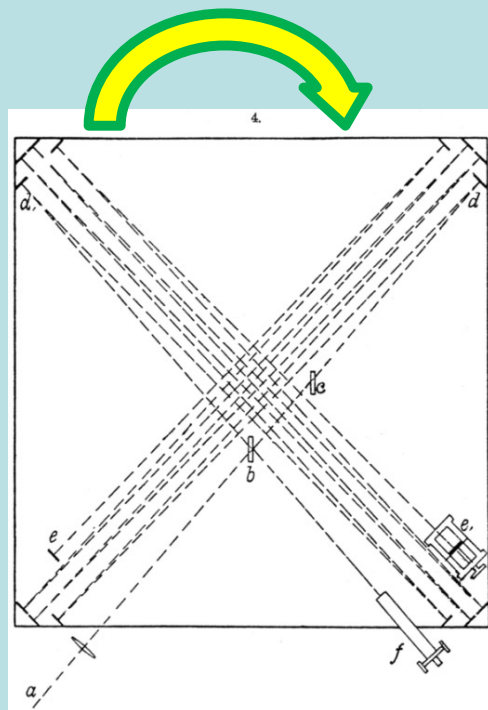
Michelson實驗以不同路徑到達觀察者的兩道光，就如干涉現象的兩個波源的波。若不同方向光速不同，則兩道光走完全程時間不同。因此兩者會有干涉的現象。

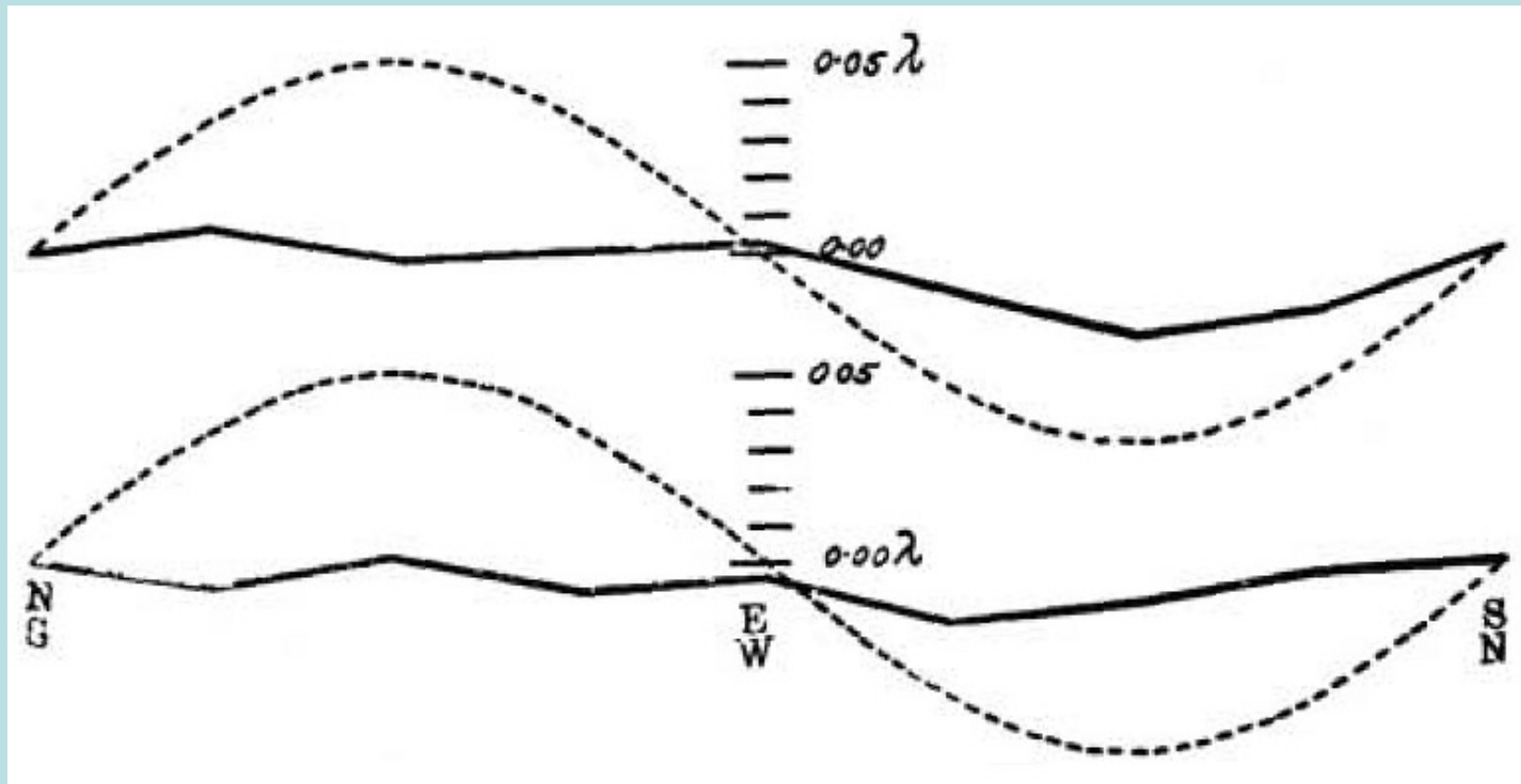


因為光源及透鏡都有大小，觀察者在鏡頭中看到的會是一個干涉條紋：



旋轉整個儀器，兩道光的时间差就会跟著变化。干涉亮度跟著改变。  
當干涉儀被轉動時，干涉條紋應該會移動。





兩道光走的時間一直相同，光速與觀察者的運動無關。

|                            |               |
|----------------------------|---------------|
| Mean result                | 299728        |
| Correction for temp. (20°) | -12           |
| Velocity of light in air   | 299740        |
| * Correction for vacuo     | +88           |
| Velocity of light in vacuo | 299828. Kilo- |
| meters per second.         |               |



THE  
AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE.

[THIRD SERIES.]

ART. XXXVI.—*On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether*; by ALBERT A. MICHELSON and EDWARD W. MORLEY.\*

THE discovery of the aberration of light was soon followed by an explanation according to the emission theory. The effect was attributed to a simple composition of the velocity of light with the velocity of the earth in its orbit. The difficulties in this apparently sufficient explanation were overlooked until after an explanation on the undulatory theory of light was proposed. This new explanation was at first almost as simple as the former. But it failed to account for the fact proved by experiment that the aberration was unchanged when observations were made with a telescope filled with water. For if the tangent of the angle of aberration is the ratio of the velocity of the earth to the velocity of light, then, since the latter velocity in water is three-fourths its velocity in a vacuum, the aberration observed with a water telescope should be four-thirds of its true value.†

\* This research was carried out with the aid of the Bache Fund.

† It may be noticed that most writers admit the sufficiency of the explanation according to the emission theory of light; while in fact the difficulty is even greater than according to the undulatory theory. For on the emission theory the velocity of light must be greater in the water telescope, and therefore the angle of aberration should be less; hence, in order to reduce it to its true value, we must make the absurd hypothesis that the motion of the water in the telescope carries the ray of light in the opposite direction!

AM. JOUR. SCI.—THIRD SERIES, VOL. XXIV, No. 203.—Nov., 1887.

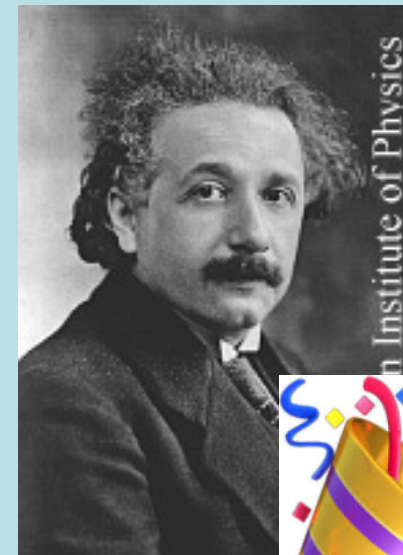
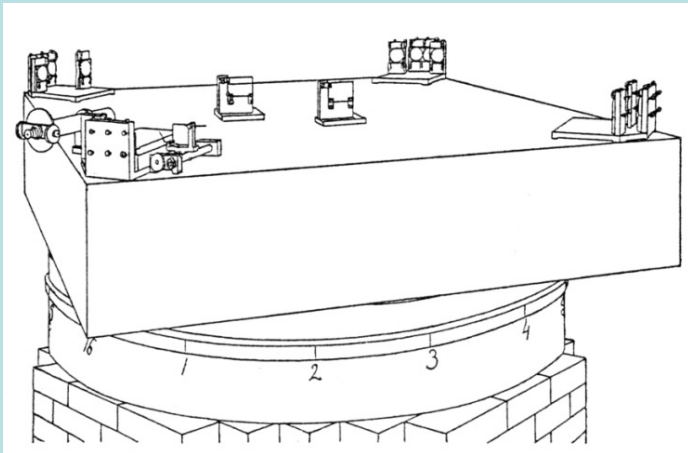
22

displacement should be  $2D\frac{v}{V} = 2D \times 10^{-8}$ . The distance  $D$  was about eleven meters, or  $2 \times 10^7$  wave-lengths of yellow light; hence the displacement to be expected was 0.4 fringe. The actual displacement was certainly less than the twentieth part of this, and probably less than the fortieth part. But since the displacement is proportional to the square of the velocity, the relative velocity of the earth and the ether is probably less than one-sixth the earth's orbital velocity, and certainly less than one-fourth.

In what precedes, only the orbital motion of the earth is considered. If this is combined with the motion of the solar system, concerning which but little is known with certainty, the result would have to be modified; and it is just possible that the resultant velocity at the time of the observations was small though the chances are much against it. The experiment will therefore be repeated at intervals of three months, and thus all uncertainty will be avoided.

It appears, from all that precedes, reasonably certain that if there be any relative motion between the earth and the luminiferous ether, it must be small; quite small enough entirely to refute Fresnel's explanation of aberration. Stokes has given a theory of aberration which assumes the ether at the earth's surface to be at rest with regard to the latter, and only requires in addition that the relative velocity have a potential; but Lorentz shows that these conditions are incompatible. Lorentz then proposes a modification which combines some ideas of Stokes and Fresnel, and assumes the existence of a potential, together with Fresnel's coefficient. If now it were legitimate to conclude from the present work that the ether is at rest with regard to the earth's surface, according to Lorentz there could not be a velocity potential, and his own theory also fails.

這個實驗本來是要測量地球相對於以太的速度。但怎麼都測不到。  
唯一可能的結論是以太並不存在。電磁波並沒有介質！



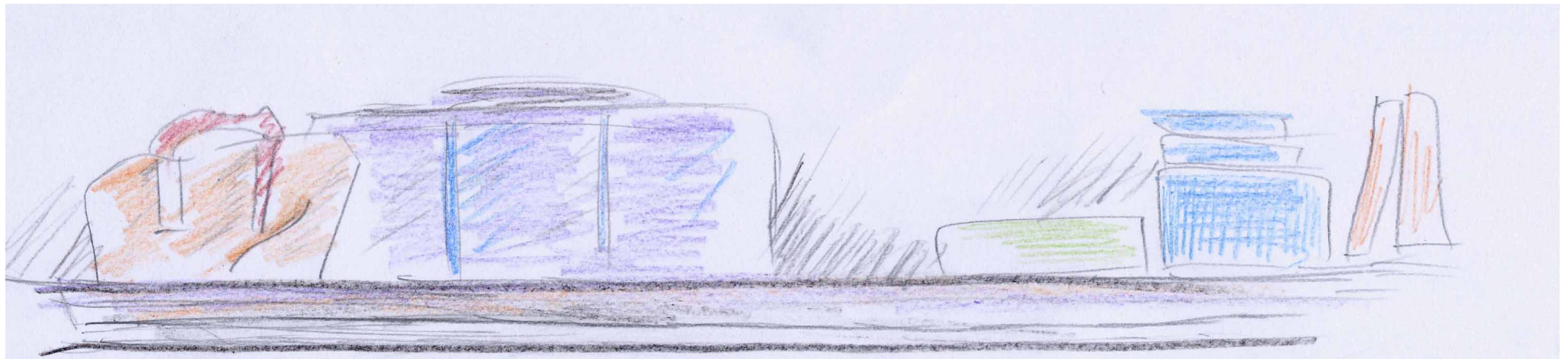
勝！

根據實驗的結果，光速與測量者及光源的運動狀態無關，永遠是 $c$ 。

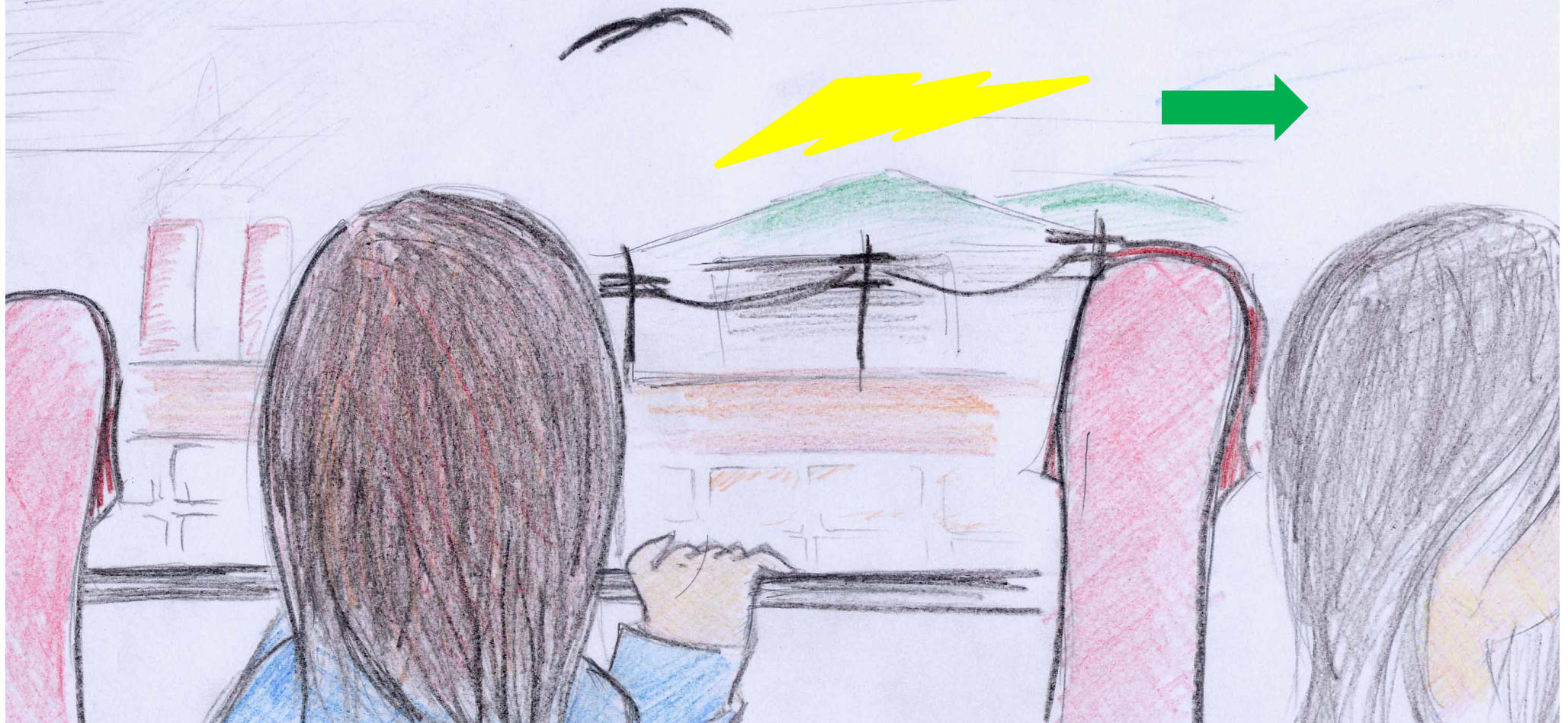
$$c = c'$$

這對大家都是一個驚奇。





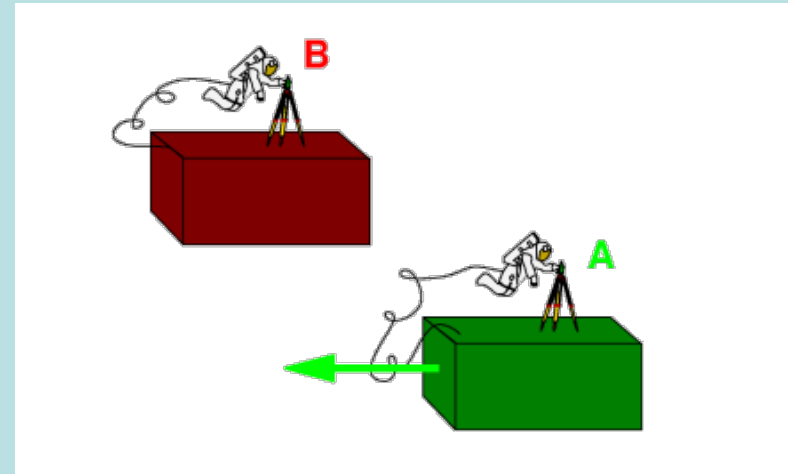
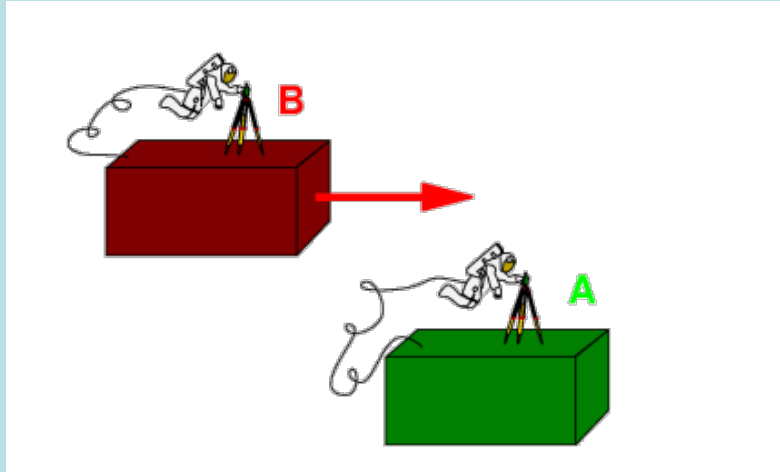
地面上量到的光速，與移動的觀察者量到的光速，完全一樣，光是很特別的東西！





## 相對性原則 The Principle of Relativity。

沒有任何力學實驗與觀測可以讓你決定觀察者的絕對運動速度！

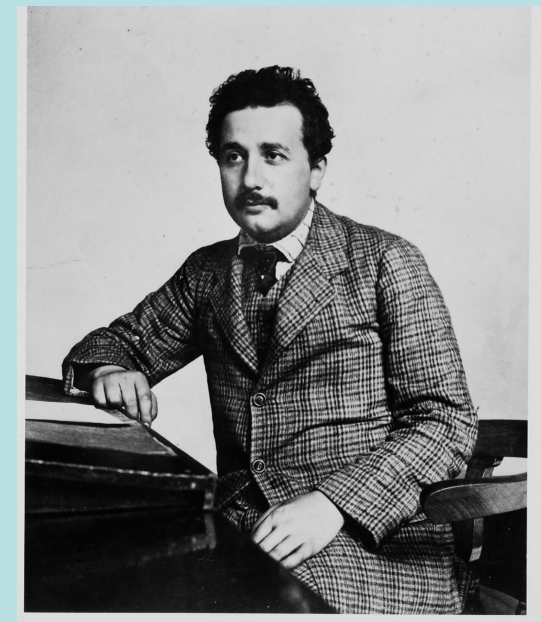


## 光速恆定原則 The Constancy of the speed of light。

光速與測量者及光源的運動狀態無關，永遠是 $c$ 。

這是愛因斯坦特殊相對論兩個假設。

光速恆定多少可以自相對性原則得出。





Albert Einstein, 1905

Annus Mirabilis (Miracle Year)

愛因斯坦的天才使他進一步看出別人未察覺的光速恆定所隱含的爆炸性結論！





Mileva Maric and Albert Einstein lived at 49 Kramgasse (second apartment from the left) in Berne, Switzerland. At the end of the street is Berne's famous clock tower.

這一年Einstein發表了四篇撼動物理學基礎的論文！



### 3. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper;* *von A. Einstein.*

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen; ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng

## ON THE ELECTRODYNAMICS OF MOVING BODIES

運動物體的電動力學

BY A. EINSTEIN

June 30, 1905

It is known that Maxwell's electrodynamics—as usually understood at the present time—when applied to moving bodies, leads to asymmetries which do not appear to be inherent in the phenomena. Take, for example, the reciprocal electrodynamic action of a magnet and a conductor. The observable phenomenon here depends only on the relative motion of the conductor and the magnet, whereas the customary view draws a sharp distinction between the two cases in which either the one or the other of these bodies is in motion. For if the magnet is in motion and the conductor at rest, there arises in the neighbourhood of the magnet an electric field with a certain definite energy, producing a current at the places where parts of the conductor are situated. But if the



光的移動速度，與觀察者的運動狀態無關。

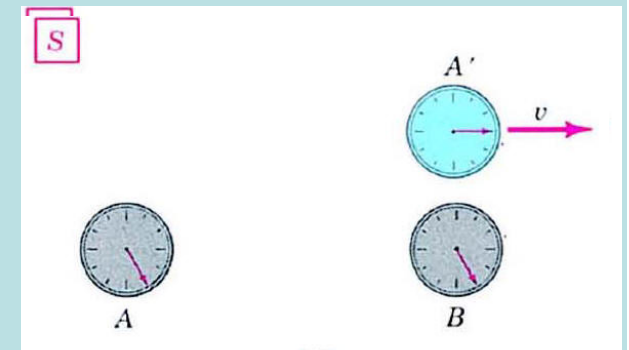
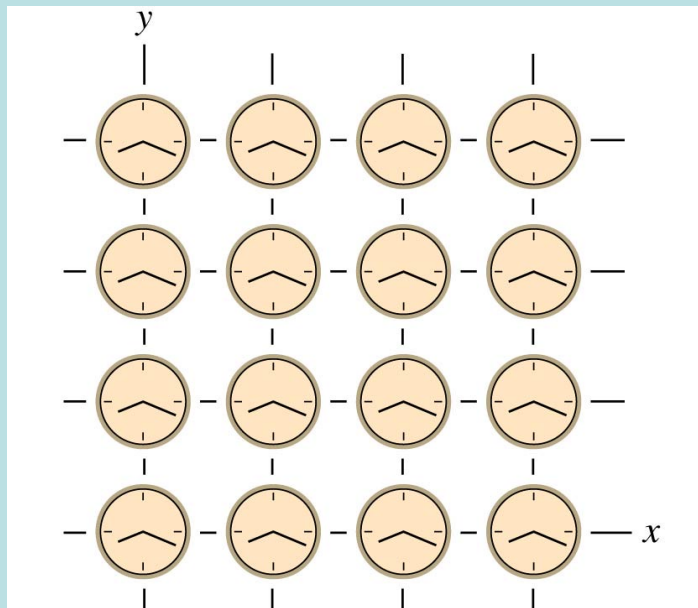
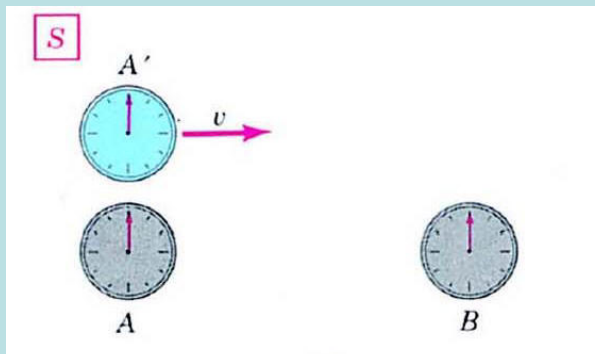


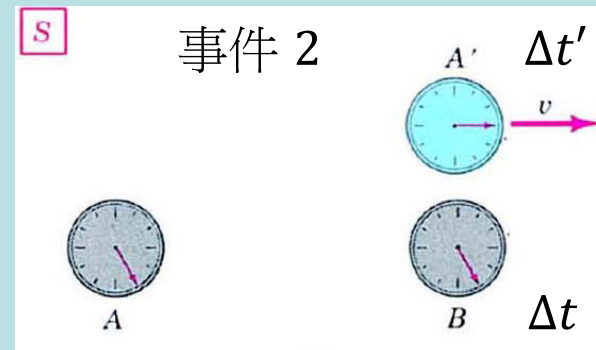
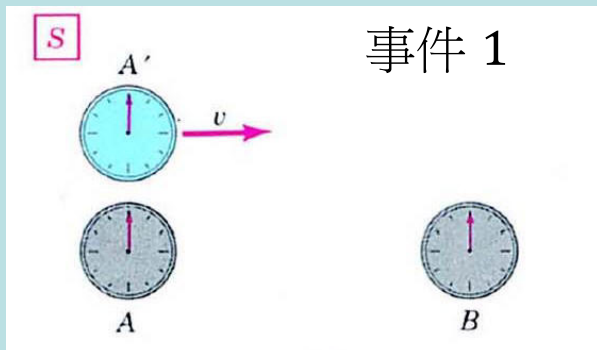
隱含(imply)

當測量**同一段時間差**時，移動的時鐘，與靜止的時鐘，得到的結果一定不同！

一個移動的時鐘，與一個靜止的時鐘，兩者一交會就分開，無從再次比較。

要在各個位置都架設靜止的、校準過的一系列時鐘。隨時隨處都可以作比較。





考慮移動的時鐘走了 $\Delta t'$ 的這一段時間，它的位置移動了！

在前後兩個位置，地面靜止的校準過的系列時鐘，測得的兩個時間的差記為： $\Delta t$ 。

常識與牛頓力學告訴我們時鐘走的速度固定，時間差與觀察者無關： $\Delta t' = \Delta t$

光的移動速度，與觀察者的運動狀態無關。



隱含(imply)

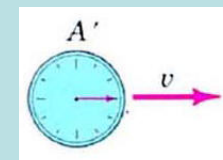
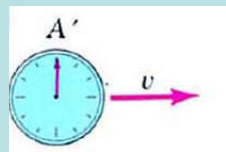
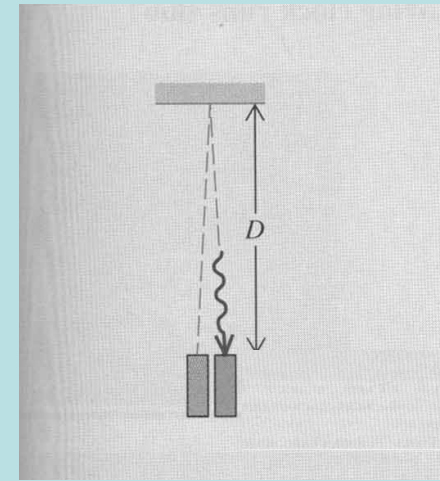
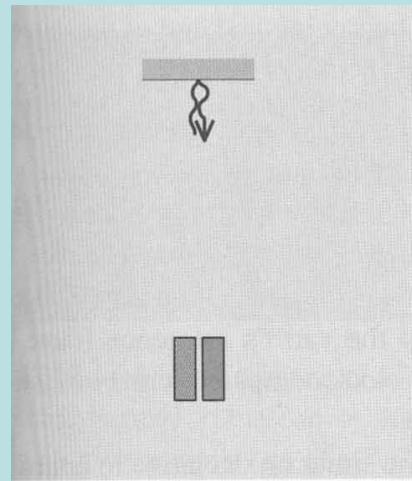
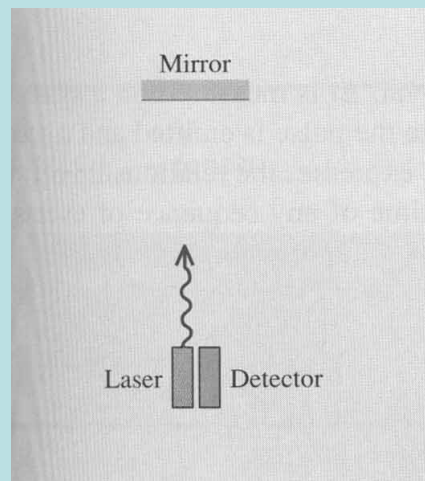
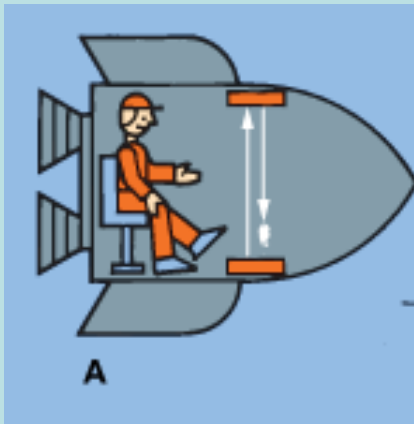
地面量到的時間  $\Delta t >$  太空船量到的時間  $\Delta t'$  攏統地說：移動的時鐘走得慢！

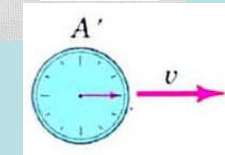
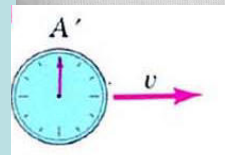
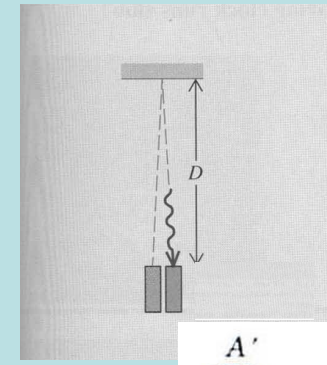
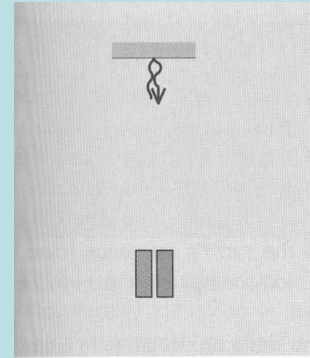
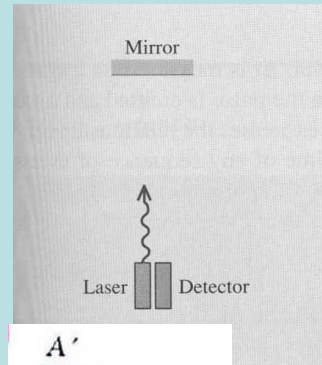
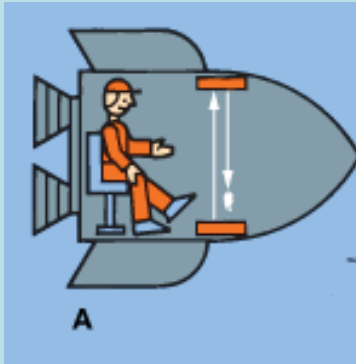


愛因斯坦用一個想像實驗（邏輯推理，不需要真的作）來證明：

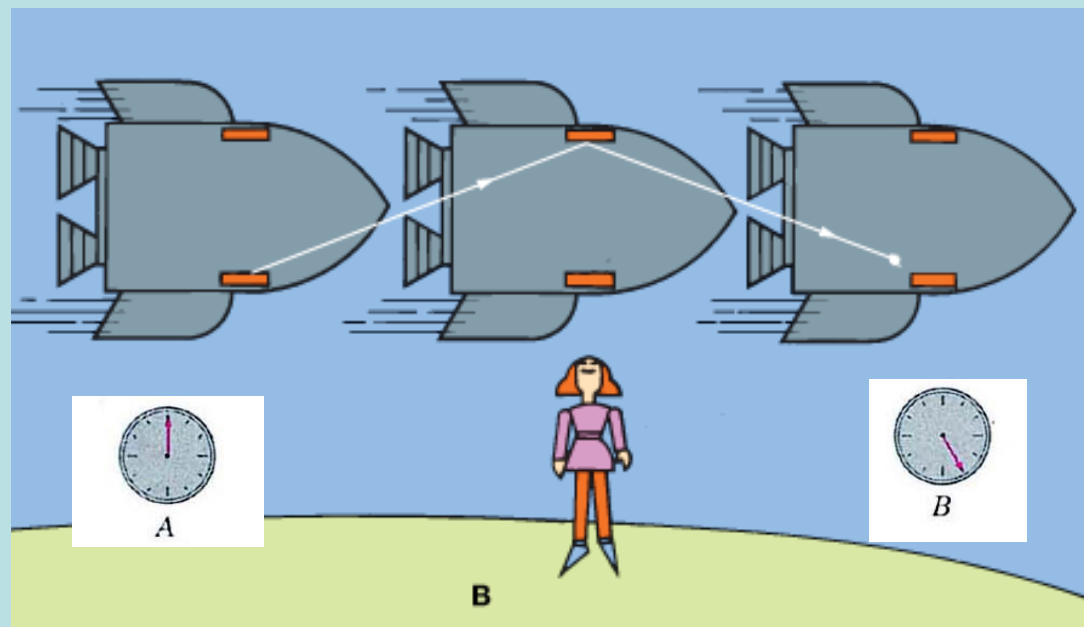


在移動的火箭上架起一道雷射光在兩片鏡子間來回反射的裝置！  
火箭上的太空人，會以為自己是靜止的，  
將雷射光來回反射一次的時間訂為 $\Delta t'$ ！



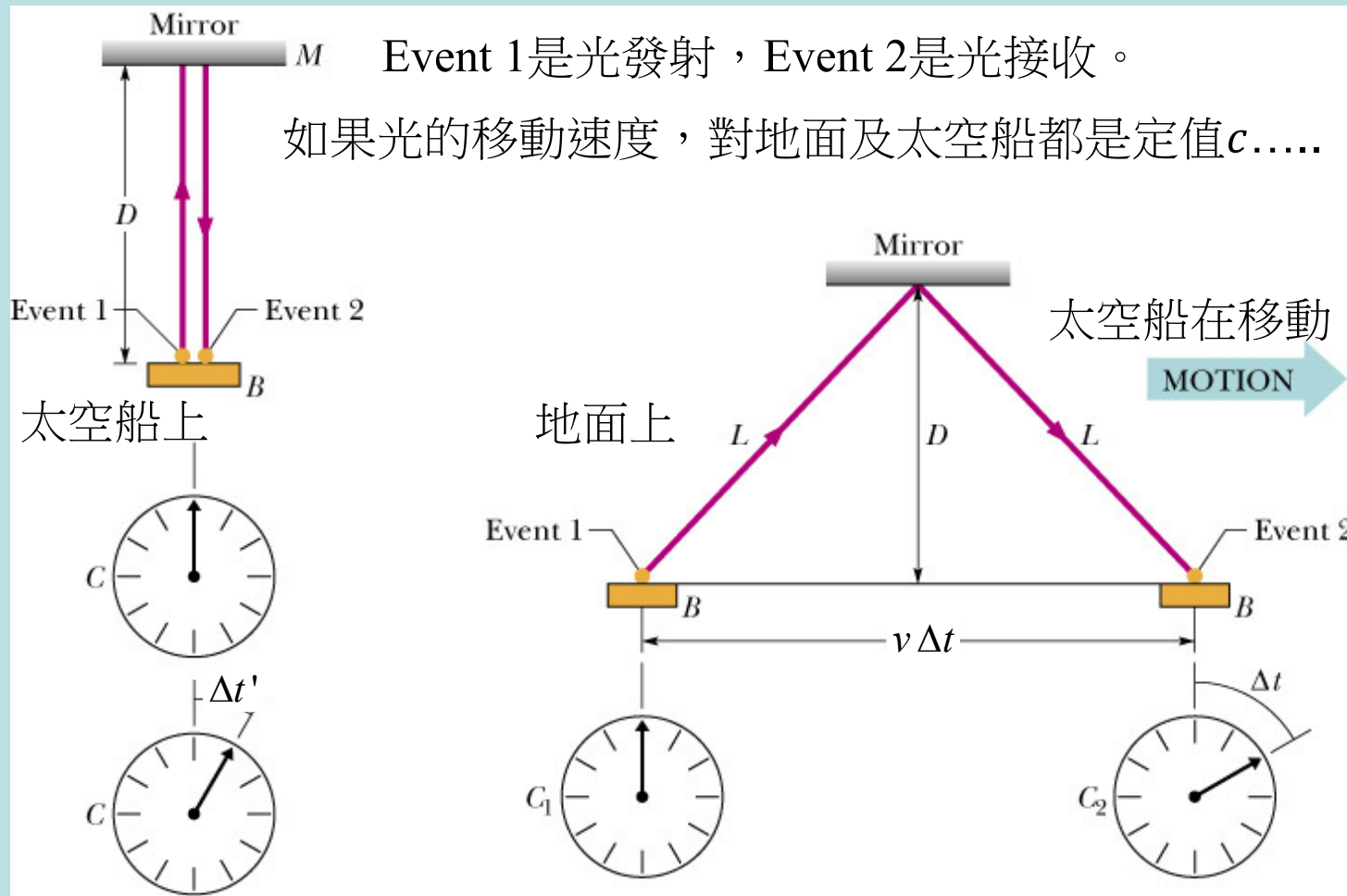


從地面上觀察，鏡子的位置在這段時間內移動了！  
這道雷射光看來應該是斜射的！









太空船上的時鐘測得  $\Delta t' = \frac{2D}{c}$

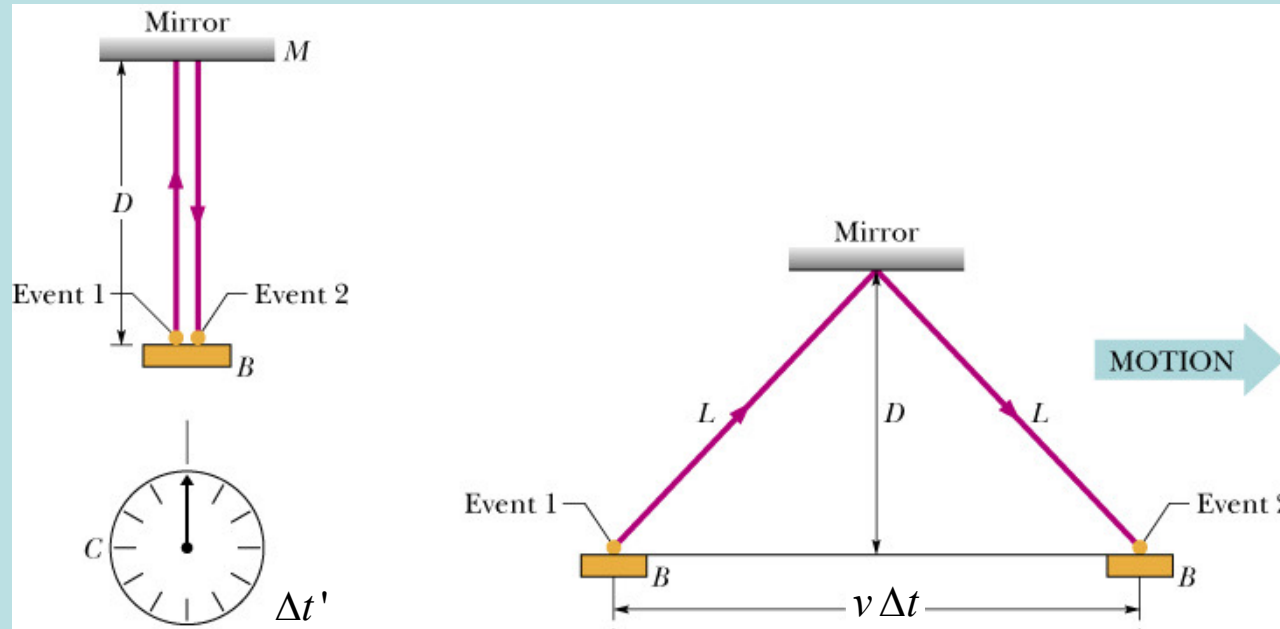
地面上的時鐘測得  $\Delta t = \frac{2L}{c}$

太空船上量的時間 $\Delta t' <$  地面上量的時間 $\Delta t$

發生在太空船上的同一位置的這一段時間 $\Delta t'$ ，從地面上量起來為較長的 $\Delta t$ 。

發生在太空船上的同一位置的任一段時間，從地面上量起來都較長的。

兩者的關係很容易計算出來：



太空船上量的時間 $\Delta t'$

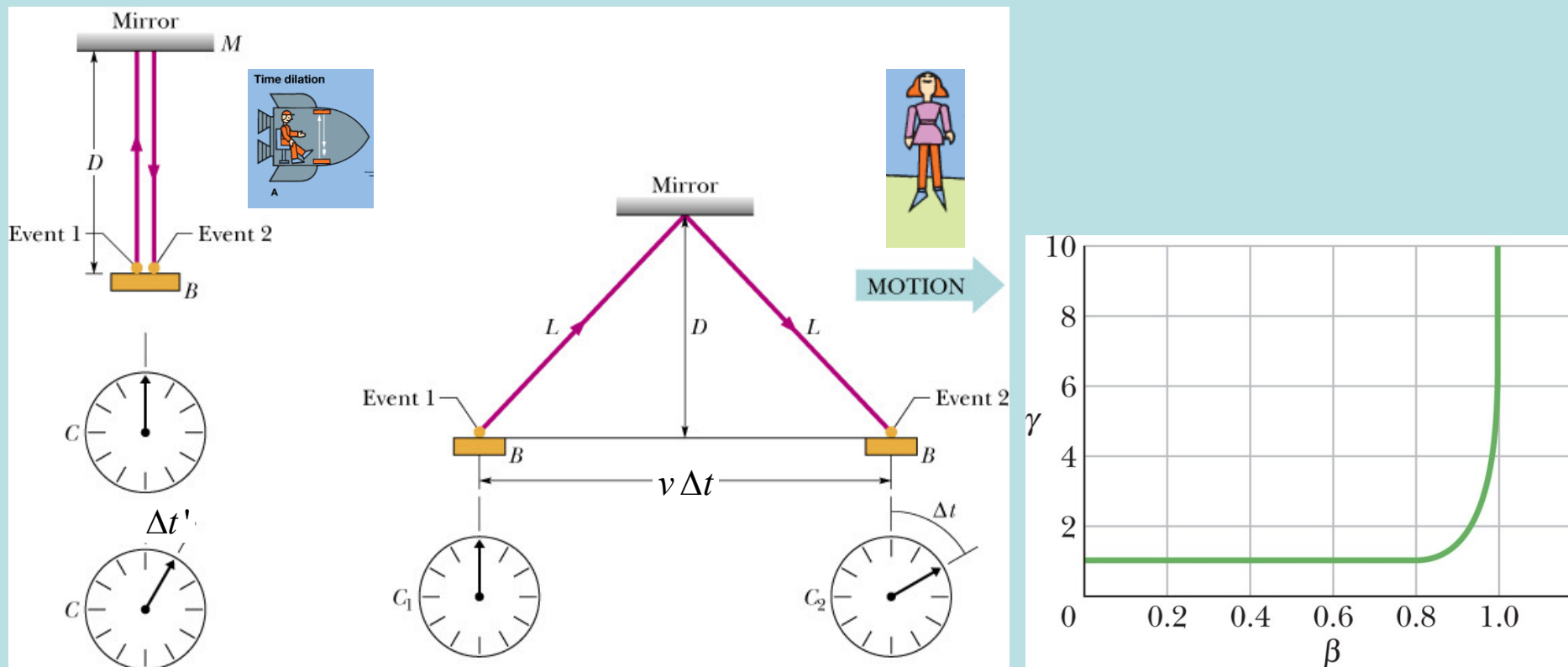
$$\Delta t' = \frac{2D}{c}$$

地面上量的時間 $\Delta t$

$$\Delta t = \frac{2L}{c} = \frac{2\sqrt{D^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2}}{c} = \frac{\sqrt{4D^2 + v^2(\Delta t)^2}}{c}$$

$$(\Delta t)^2 = \frac{4D^2}{c^2} + \frac{v^2}{c^2} (\Delta t)^2$$

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{2D}{c} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t' \equiv \gamma \Delta t'$$



$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t'$$

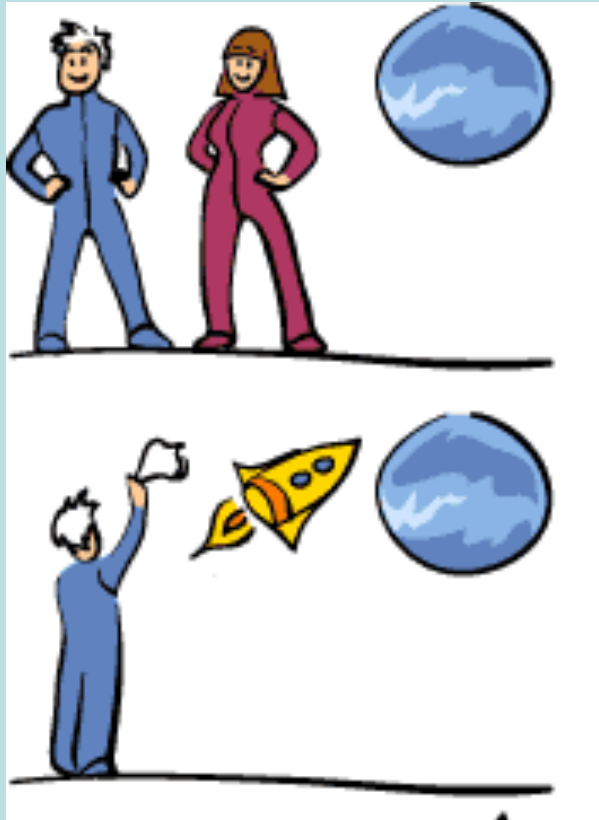
$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1, \Delta t > \Delta t'$$

移動的時鐘上的一段時間 $\Delta t'$ ，從靜止的觀察者量起來是比較長的 $\Delta t$ ，  
移動中的鐘看起來（相對於靜止的觀察者）較靜止時走得慢！

**Time Dilation** 時間膨脹

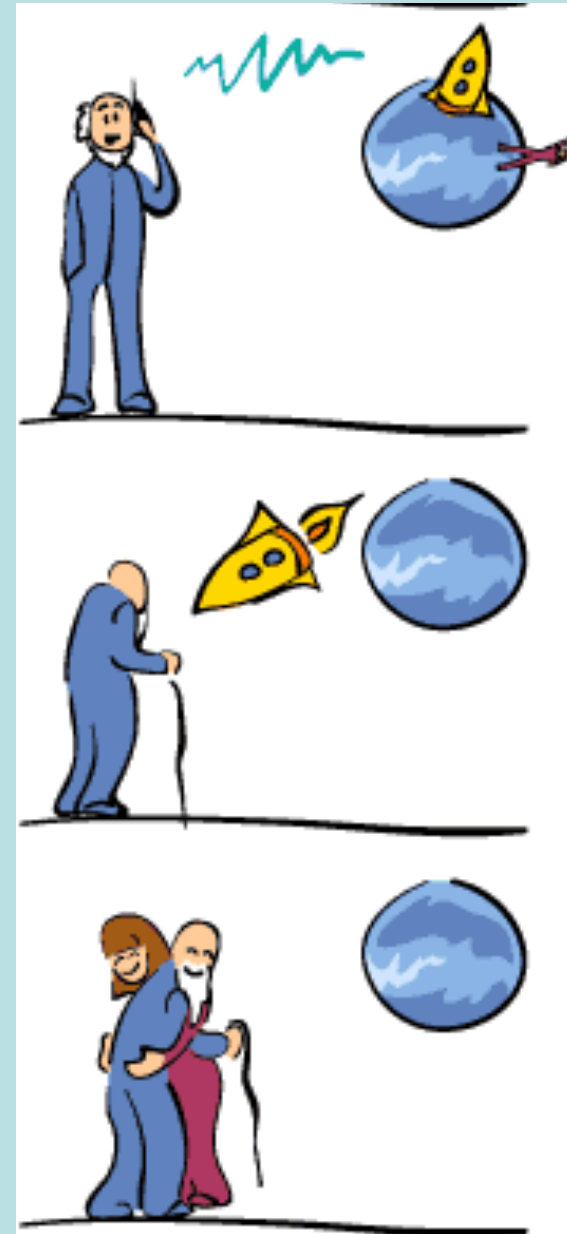


移動的時鐘與靜止的時鐘如果走速不同，那可以讓兩者比較一下嗎？



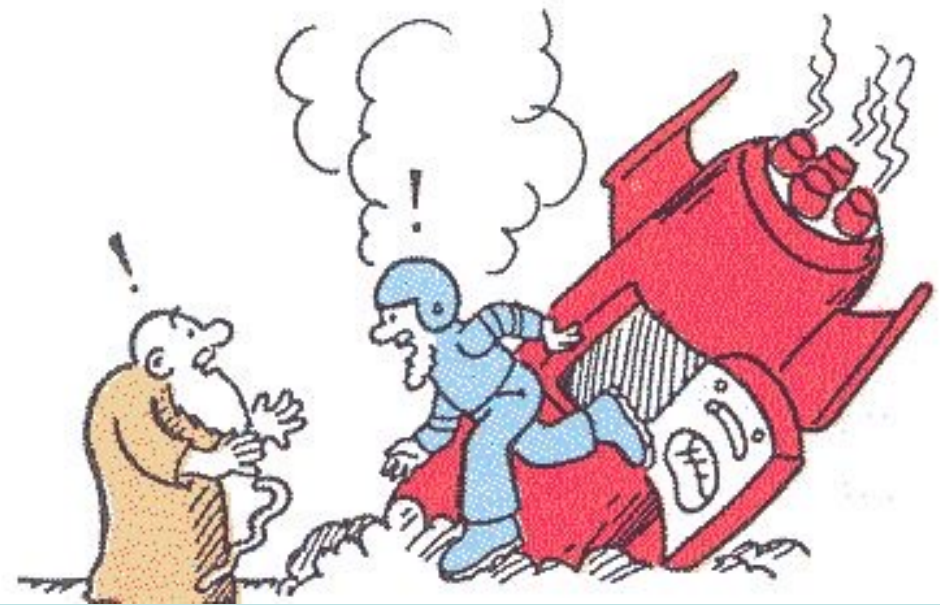
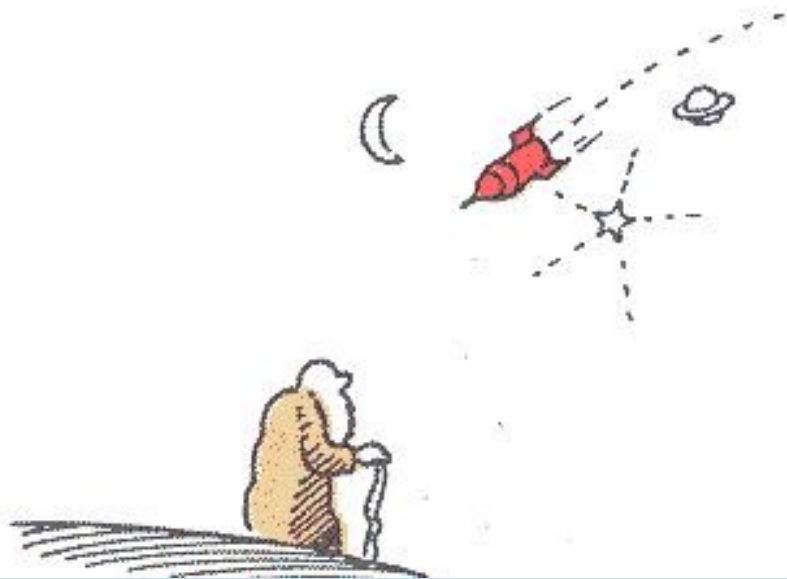
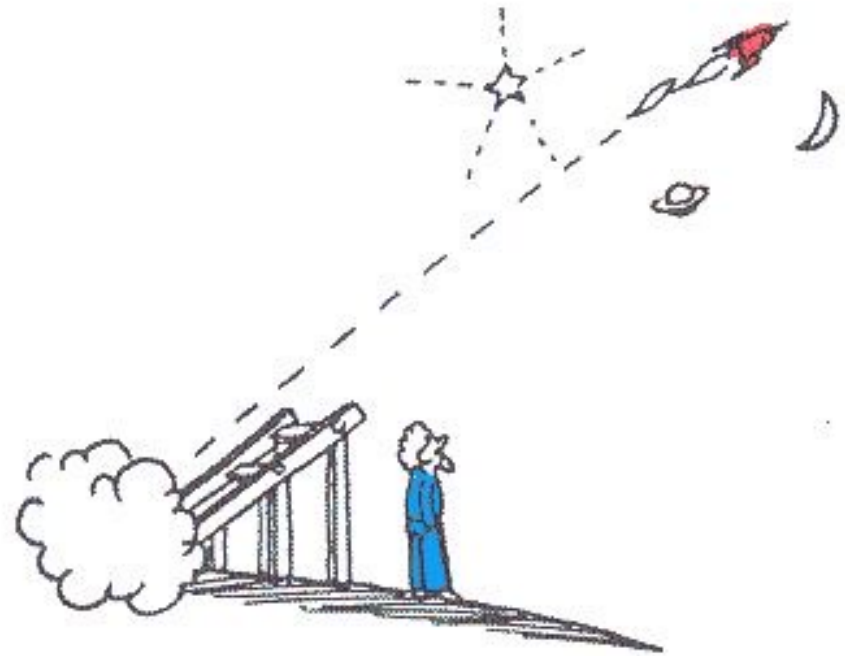
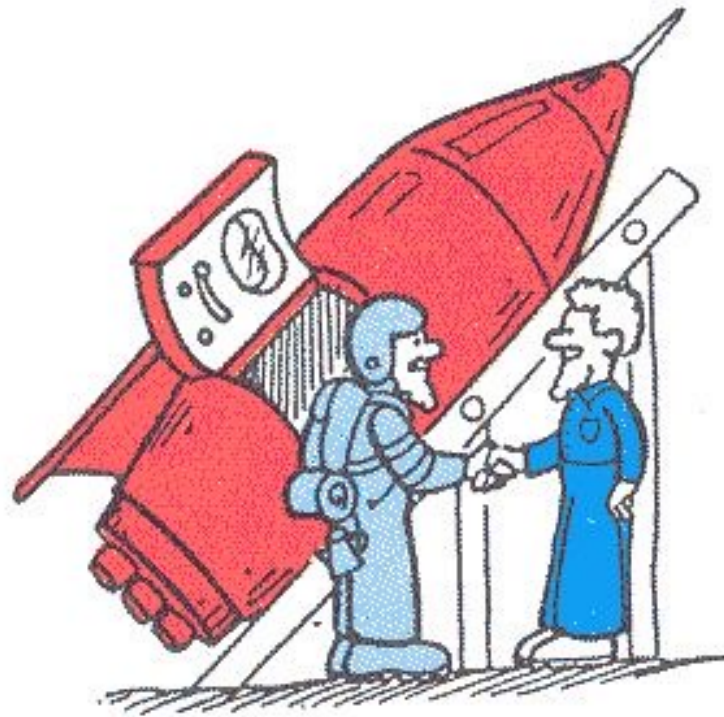
$$\Delta t > \Delta t'$$

$$\Delta t \text{五十年} > \Delta t' \text{五個月}$$



想像一對孿生姊弟！姊姊去太空旅行。

離開地球的孿生姊姊一直在運動，她的時鐘較慢，再相見時姊姊會比弟弟年輕！







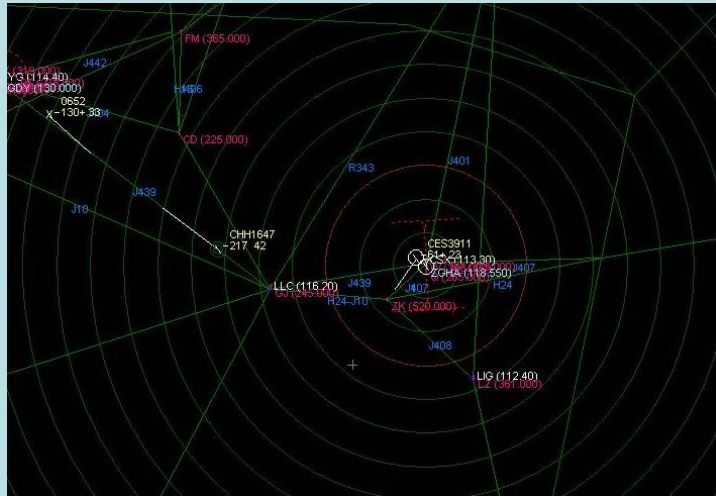
司機的時鐘跑的比較慢！  
(所以誤點是正常的？哈哈！)



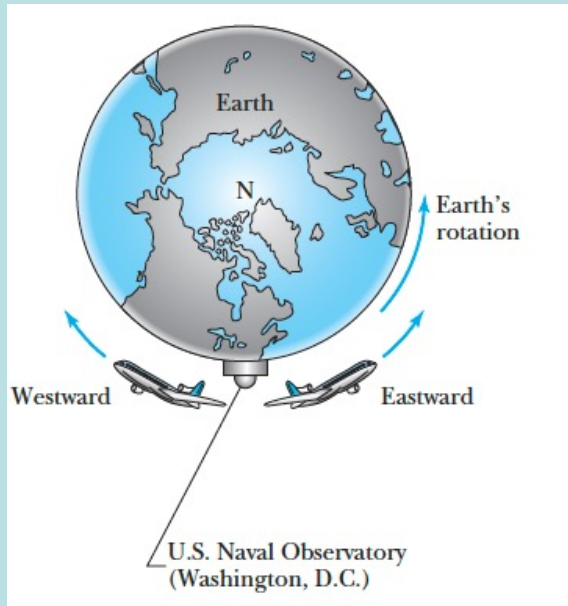




機師的時鐘從塔台看來走的較慢。



## 時間膨脹的驗證



1977 Hafele and Keating flew four atomic clocks twice around the globe. Time lost by moving clocks  $\sim 190$  ns.

A few years later, another team flew round and round above Chesapeake bay for 15H. For a sonic jet, the dilation is about  $10^{-8}$ s. Predictions are good within 1%.

# Einstein's "Time Dilation" Prediction Verified

Experiments at a particle accelerator have confirmed the "time dilation" effect predicted by Albert Einstein's special theory of relativity

**nature**

Sep 22, 2014 | By [Alexandra Witze](#) and [Nature magazine](#) |

Physicists have verified a key prediction of Albert Einstein's special theory of relativity with unprecedented accuracy. Experiments at a particle accelerator in Germany confirm that time moves slower for a moving clock than for a stationary one.

The work is the most stringent test yet of this 'time-dilation' effect, which Einstein predicted. One of the consequences of this effect is that a person travelling in a high-speed rocket would age more slowly than people back on Earth.

Few scientists doubt that Einstein was right. But the mathematics describing the time-dilation effect are "fundamental to all physical theories", says Thomas Udem, a physicist at the Max Planck Institute for Quantum Optics in Garching, Germany, who was not involved in the research. "It is of utmost importance to verify it with the best possible accuracy."



To test the time-dilation effect, physicists need to compare two clocks — one that is stationary and one that moves.



## Test of Time Dilation Using Stored $\text{Li}^+$ Ions as Clocks at Relativistic Speed

Benjamin Botermann,<sup>1</sup> Dennis Bing,<sup>2</sup> Christopher Geppert,<sup>1,3,4</sup> Gerald Gwinner,<sup>5</sup> Theodor W. Hänsch,<sup>6</sup> Gerhard Huber,<sup>7</sup> Sergei Karpuk,<sup>7</sup> Andreas Krieger,<sup>1</sup> Thomas Kühl,<sup>3</sup> Wilfried Nörtershäuser,<sup>1,3,8</sup> Christian Novotny,<sup>4</sup> Sascha Reinhardt,<sup>6</sup> Rodolfo Sánchez,<sup>4</sup> Dirk Schwalm,<sup>2</sup> Thomas Stöhlker,<sup>3</sup> Andreas Wolf,<sup>2</sup> and Guido Saathoff<sup>6</sup>

<sup>1</sup>*Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Institut für Kernchemie, 55128 Mainz, Germany*

<sup>2</sup>*Max-Planck-Institut für Kernphysik, 69117 Heidelberg, Germany*

<sup>3</sup>*GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung, 64291 Darmstadt, Germany*

<sup>4</sup>*Helmholtzinstitut Mainz, 55128 Mainz, Germany*

<sup>5</sup>*Department of Physics and Astronomy, University of Manitoba, Winnipeg, Manitoba R3 T 2N2, Canada*

<sup>6</sup>*Max-Planck-Institut für Quantenoptik, 85748 Garching, Germany*

<sup>7</sup>*Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Institut für Physik, 55128 Mainz, Germany*

<sup>8</sup>*TU Darmstadt, Institut für Kernphysik, 64289 Darmstadt, Germany*

(Received 30 May 2014; published 16 September 2014)

We present the concluding result from an Ives-Stilwell-type time dilation experiment using  $^7\text{Li}^+$  ions confined at a velocity of  $\beta = v/c = 0.338$  in the storage ring ESR at Darmstadt. A  $\Lambda$ -type three-level system within the hyperfine structure of the  $^7\text{Li}^+ 3S_1 \rightarrow 3P_2$  line is driven by two laser beams aligned parallel and antiparallel relative to the ion beam. The lasers' Doppler shifted frequencies required for resonance are measured with an accuracy of  $< 4 \times 10^{-9}$  using optical-optical double resonance spectroscopy. This allows us to verify the special relativity relation between the time dilation factor  $\gamma$  and the velocity  $\beta$ ,  $\gamma\sqrt{1-\beta^2} = 1$  to within  $\pm 2.3 \times 10^{-9}$  at this velocity. The result, which is singled out by a high boost velocity  $\beta$ , is also interpreted within Lorentz invariance violating test theories.

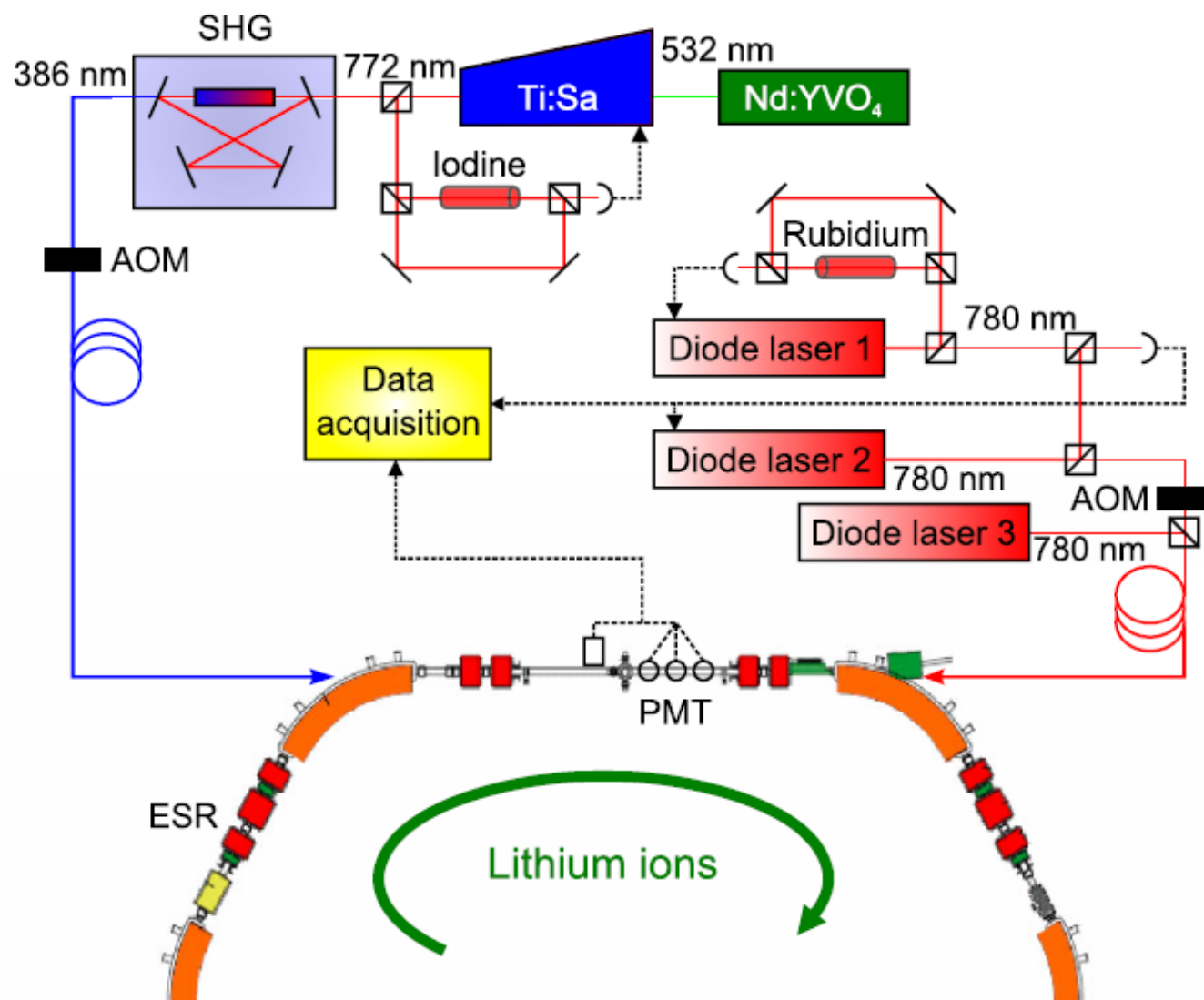
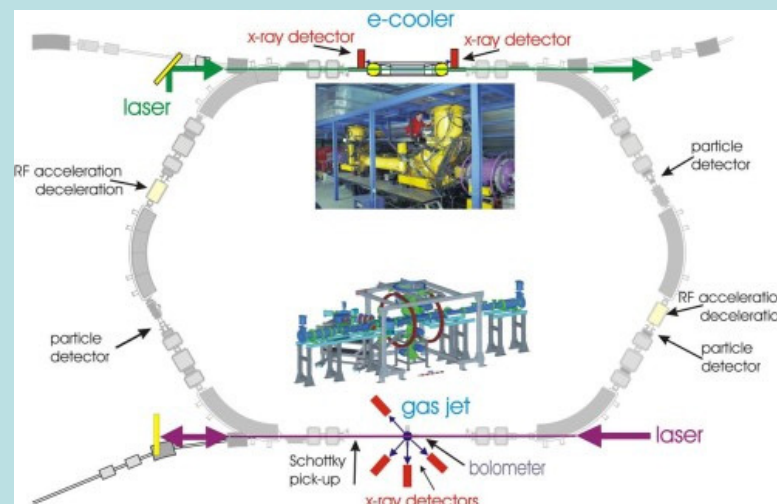
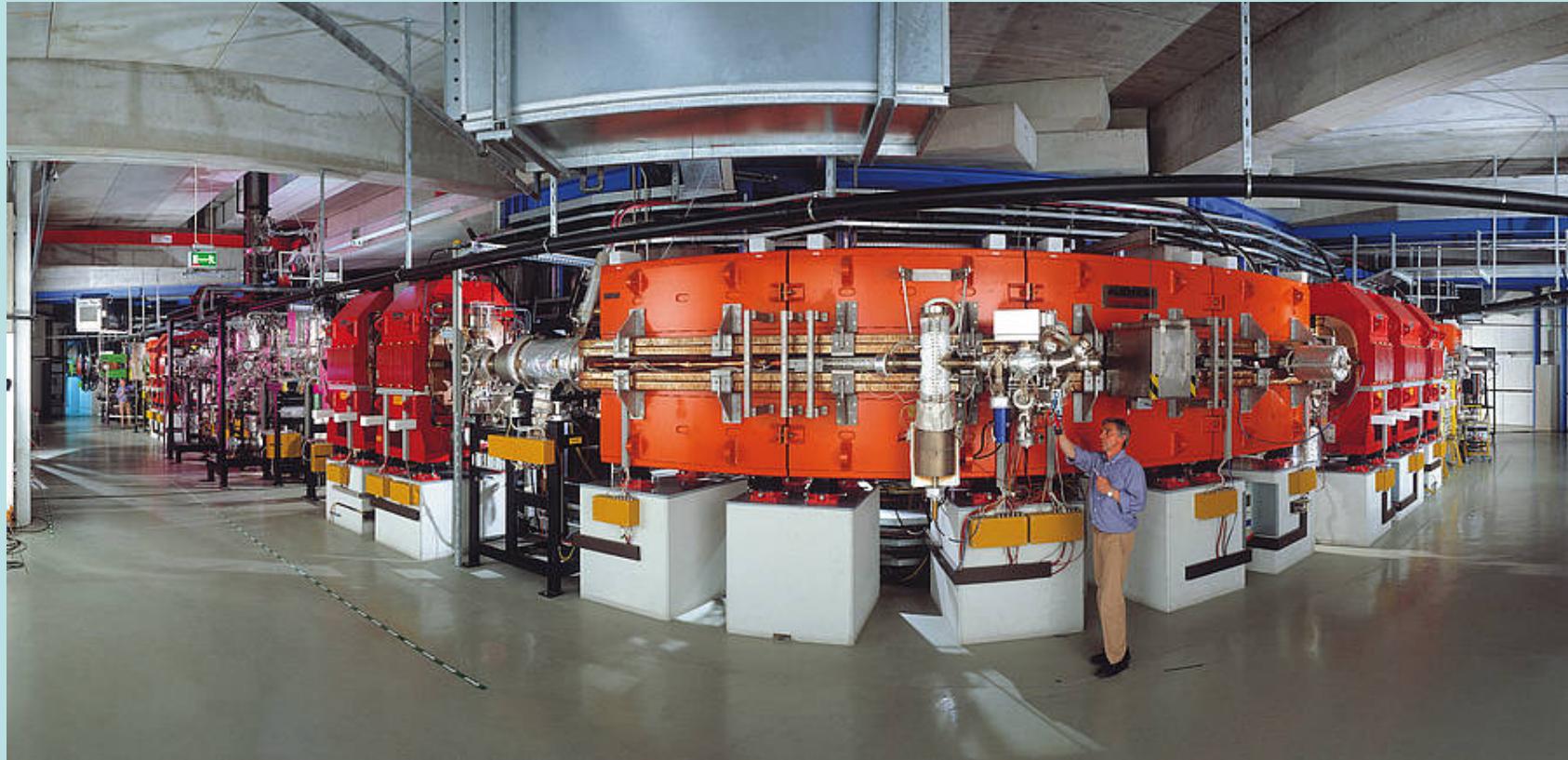


FIG. 1 (color online). Left: Experimental setup. Laser system and data acquisition are inside a laser laboratory from which the light is guided to the ESR via polarization maintaining glass fibers.







移動中的鐘，較靜止時走得慢！

這完全是光速恆定現象的邏輯結果！

有時雖然物理感覺很深奧，但物理是講道理的！



講道理的東西，原則上任何人都能了解！

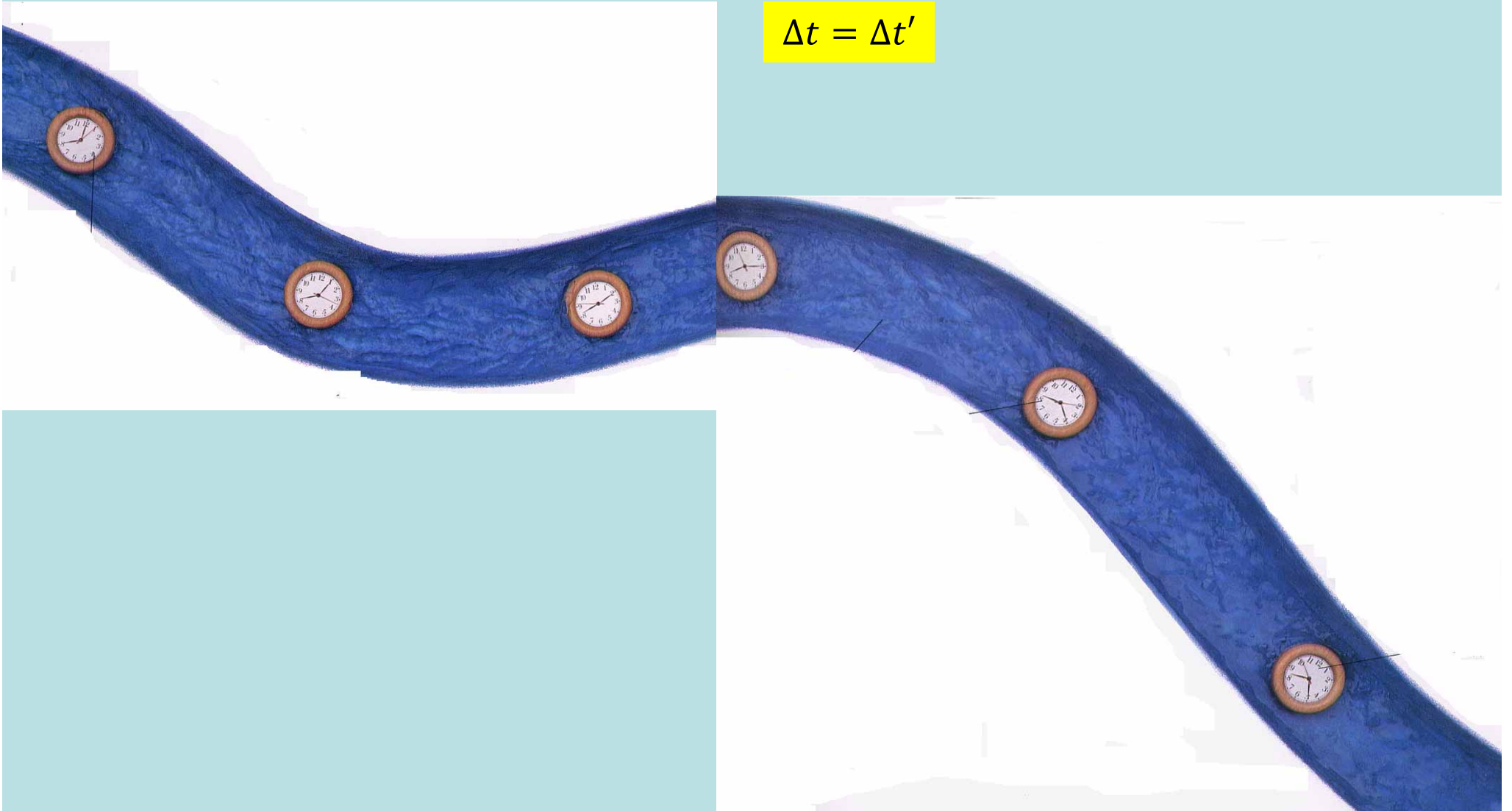


我們一直相信：即使位置與狀態不同，時間是共有的。



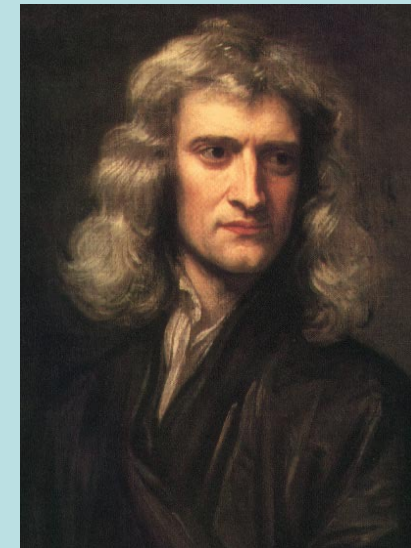
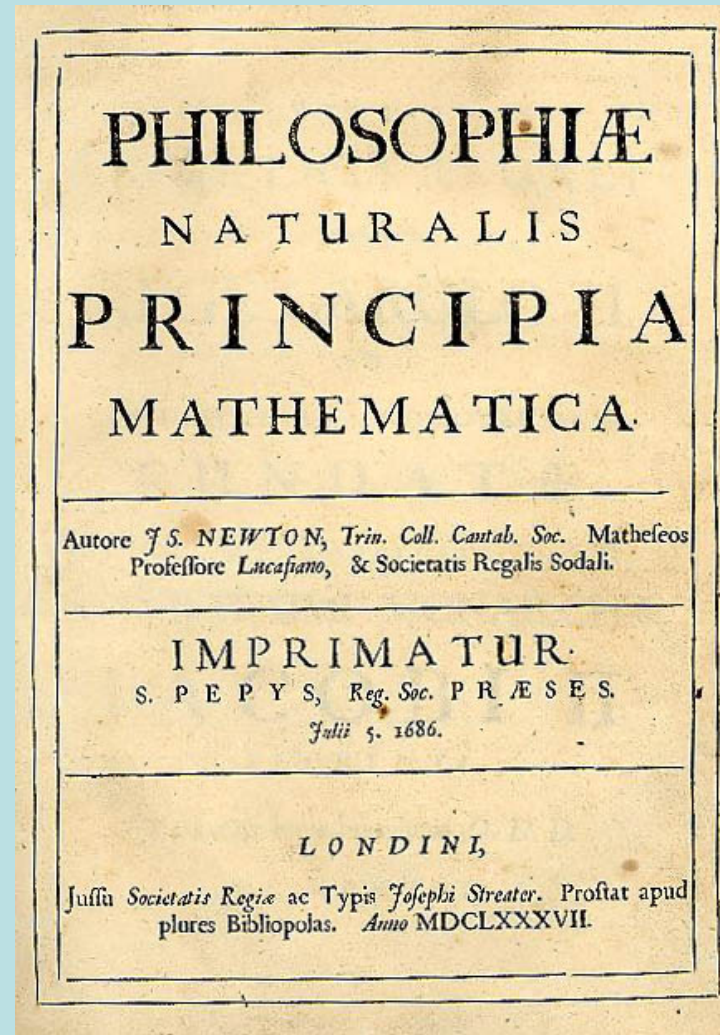
時間是絕對的，獨立於觀察者之外。如一條穩定的長河！

$$\Delta t = \Delta t'$$



## 絕對時間

絕對、真實和數學的時間本身自會均等地前進，與外在事物毫無關聯！



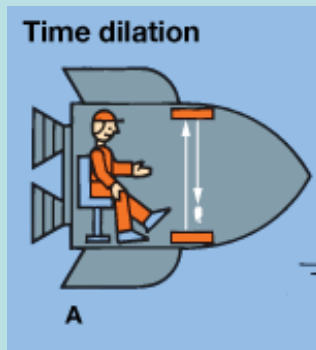
Isaac Newton  
(1642-1727)



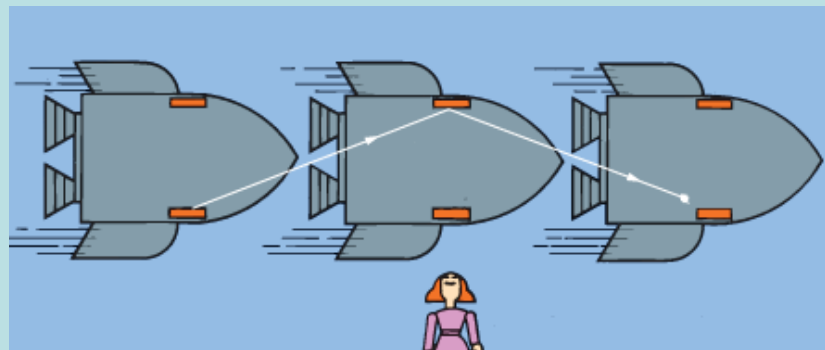
光的移動速度，與觀察者的運動狀態無關。



隱含(imply)



$\Delta t'$



$\Delta t$

太空船上量的時間 $\Delta t' <$  地面上量的時間 $\Delta t$

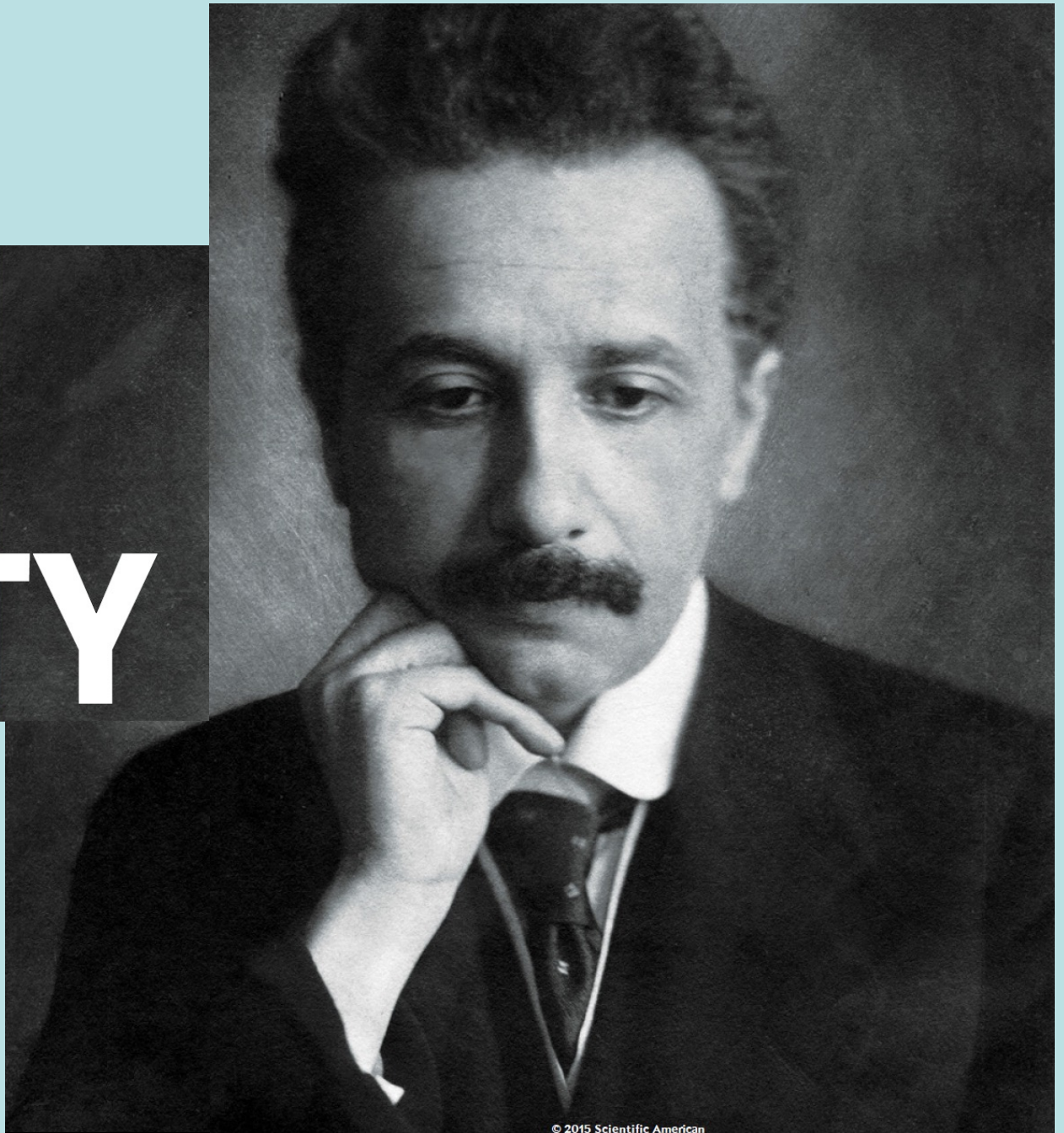
時間不是絕對的，而與測量者的運動狀態有關！

我們必須放棄絕對時間！這就是狹義相對論的精髓！



# HOW EINSTEIN REINVENTED REALITY

HISTORY



© 2015 Scientific American

我們自然以為是真實的絕對時間，其實不是真實的。

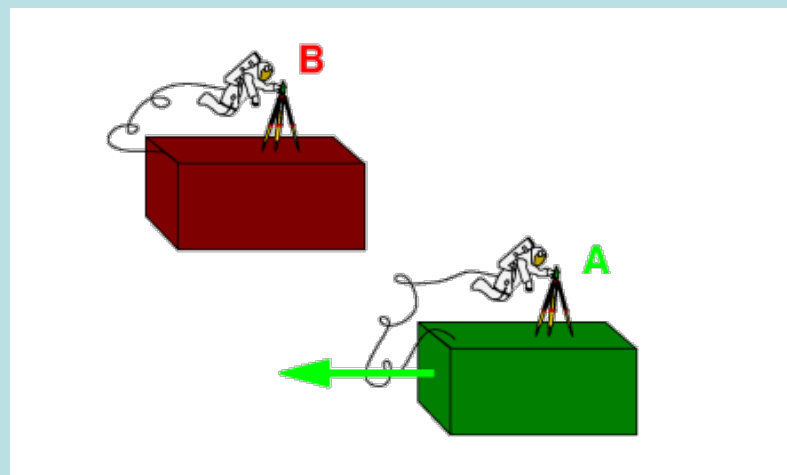
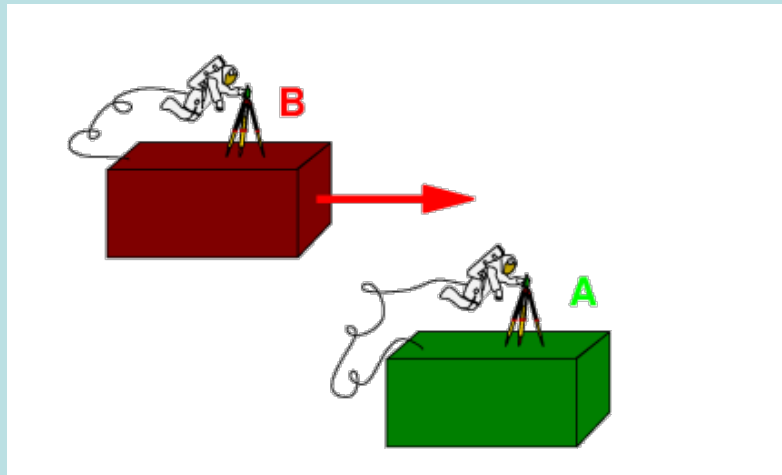
$$\Delta t \neq \Delta t'$$

相對論的核心：羅倫茲變換

如果連時間都不是絕對的，觀察者也不是絕對的。

每一個觀察者都必須被同等的尊重。沒有所謂絕對的運動速度！

這就是相對性原則 **The Principle of Relativity**。



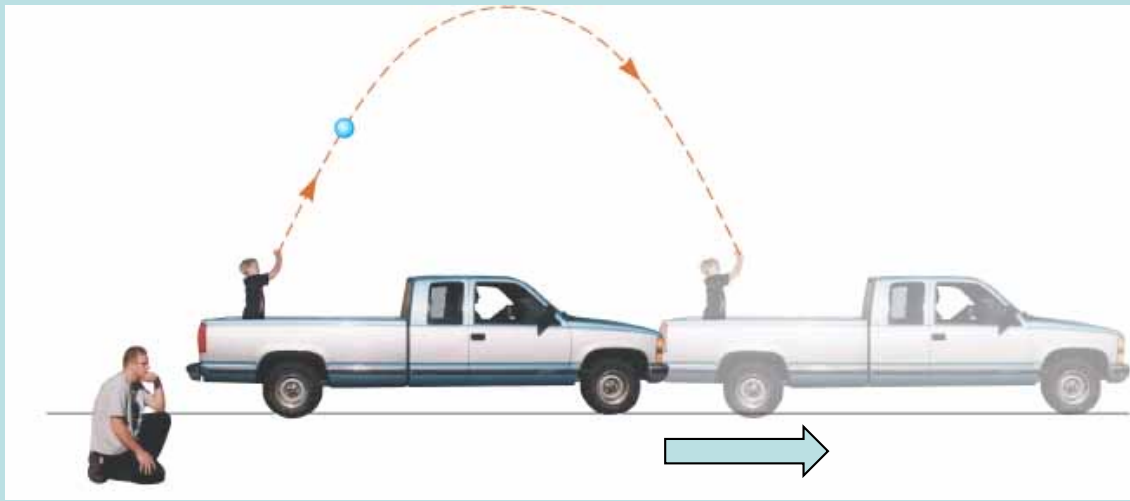
以上兩張圖中的物理現象看起來**不同**，但都是合理的。速度是相對的。



彼此相對運動的兩個觀察者，

觀察同一個對象，兩者顯然會得到不同的結果。**但都成立！**

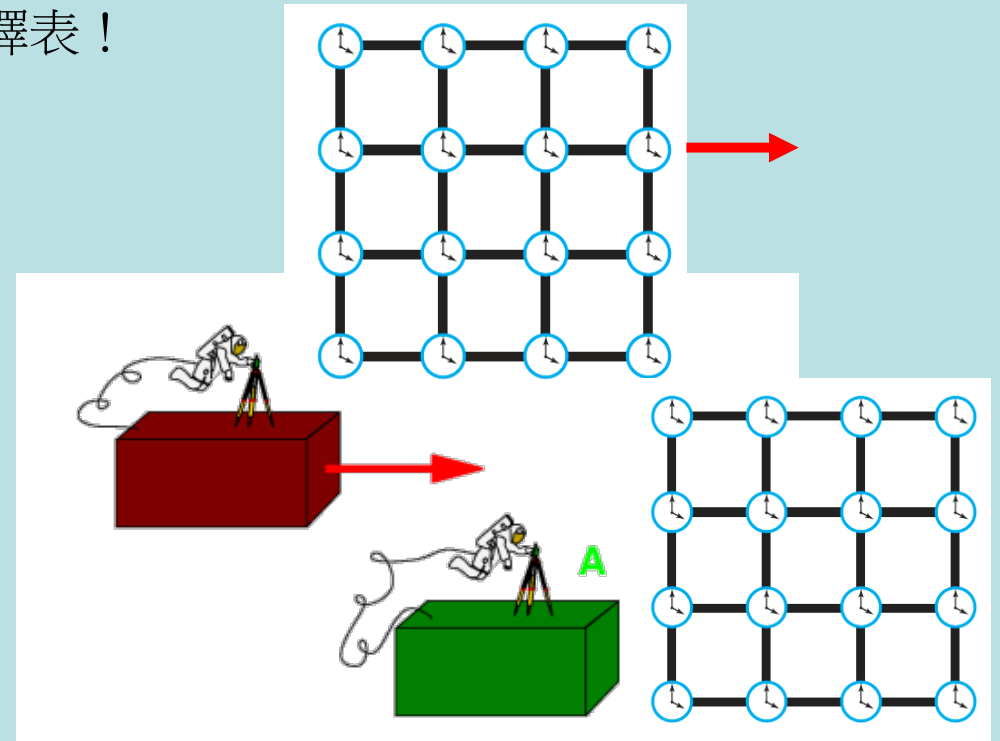
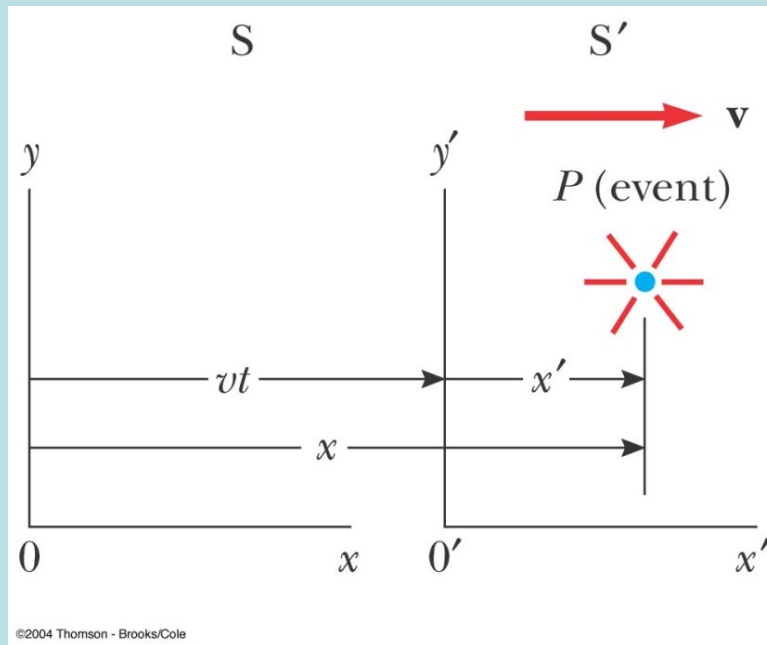
因此我們可以有一個**翻譯表**，把一個結果翻譯成另一個同樣合理的結果！



不同觀察者所測量到的時間與空間，必須分開標記：

一個紀錄為 $x, t$ ，相對於它以速度移動的觀察者看到的紀錄為 $x', t'$ 。

兩者滿足一定關係，我喜歡稱為翻譯表！



兩個以定速相對運動的觀察者，稱為兩個慣性座標系 **Inertial Frames** ！

為方便討論，設以 $O'$ 為原點的觀察者 $S'$ ，相對於以 $O$ 為原點的 $S$ ，以速度 $v$ 移動。

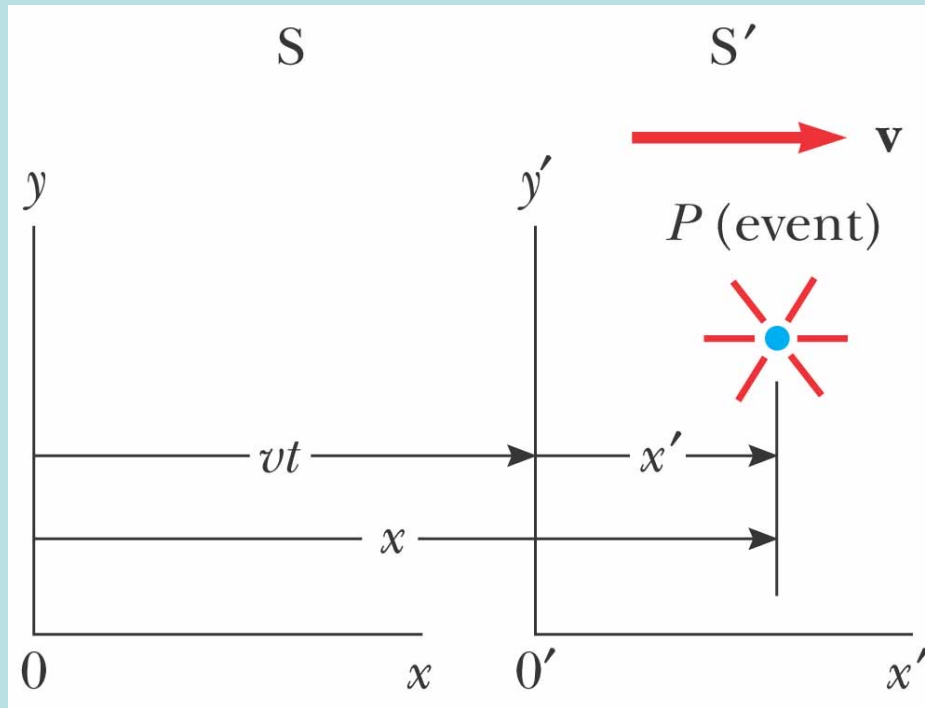
選擇原點及時間的起點如下：

時間 $t = 0$ 時，兩個原點重合， $O' = O$ ，恰好是時間 $t' = 0$ 。

如前假設：時間 $t = 0$ 時，兩個原點重合， $O' = O$ ，恰好是時間 $t' = 0$ 。

那時間為 $t$ 時， $O'$ 移動到 $O$ 右方位置為 $vt$ 處。

根據日常生活經驗， $x, t$ 與 $x', t'$ 滿足以下關係：

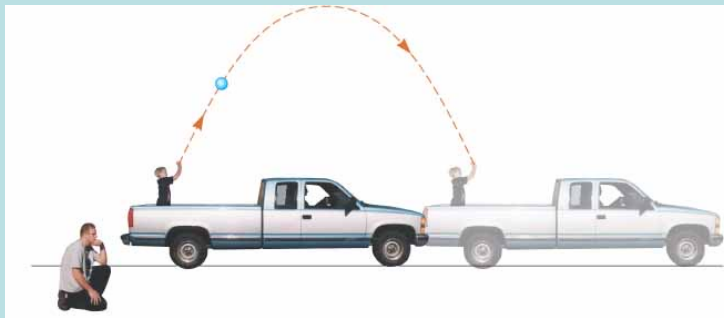


$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$t' = t$$

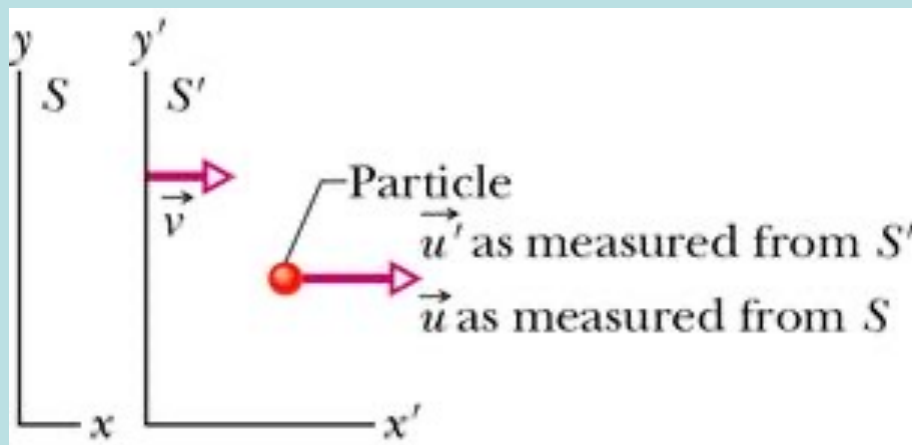
伽利略變換





由以上變換或翻譯表，我們可以算出慣性座標系之間的速度的變換：

一個等速運動的物體， $S$ 測量速度為 $u_x$ ，相對以速度 $v$ 運動的 $S'$ 測量速度為 $u'_x$ 。



$$u'_x = \frac{\Delta x'}{\Delta t} = \frac{\Delta(x - vt)}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} - v = -v$$

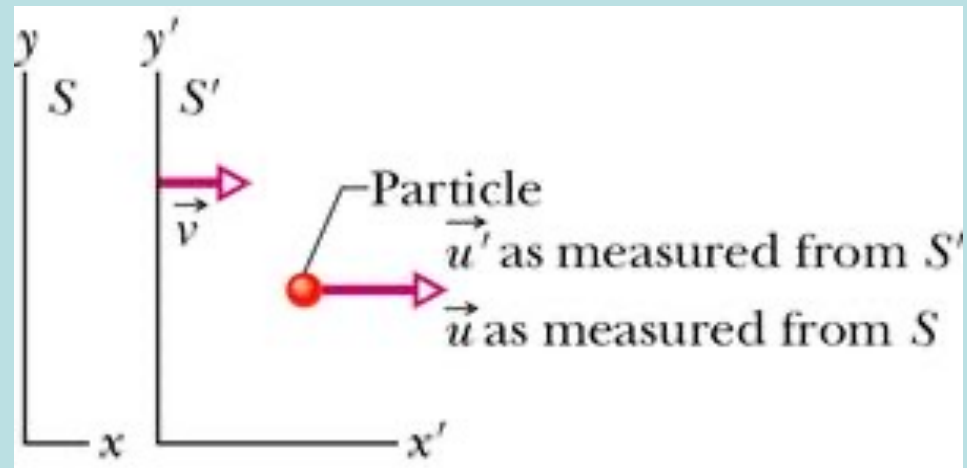
$$u'_x = u_x - v$$

$$u'_y = u_y$$

$$c' = c - v$$

但實驗已知 $c' = c$ ，因此以上伽利略變換需要修正！

從伽利略變換可以推導出慣性座標系之間的速度的變換



$$u'_x = \frac{dx'}{dt} = \frac{d(x - vt)}{dt} = \frac{dx}{dt} - v = u_x - v$$

$$u'_x = u_x - v$$

$$u'_y = u_y$$



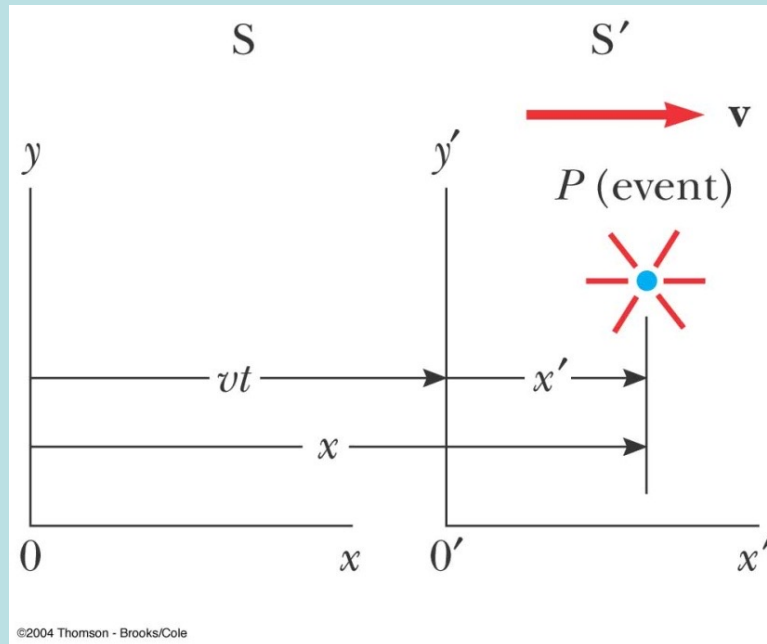
$$u'_x = u_x - v$$

$$c' = c - v$$



根據伽利略變換，光速與觀察者的狀態有關：

$$c' = c - v$$



$$t' = t \quad \text{絕對時間}$$



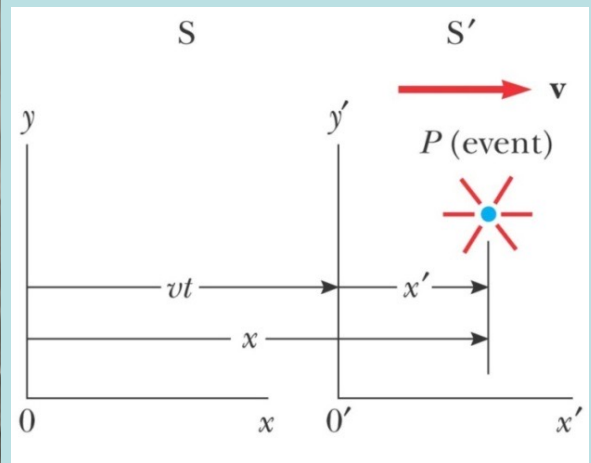
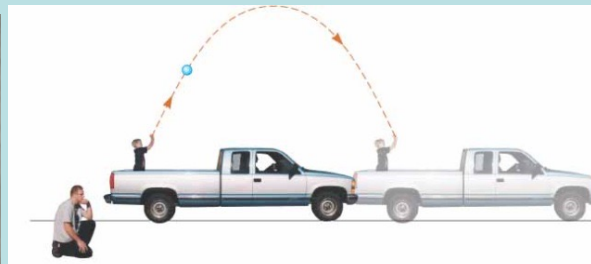
$$\Delta t' = \Delta t$$

移動的時鐘上的一段時間 $\Delta t'$ ，從靜止的觀察者量起來是比較長的 $\Delta t$ ，  
因此伽利略變換公式必須修正。

如果要求光速恆定，可以證明：

兩個相對移動的觀察者，所測量到的時間與空間 $x, t$ ， $x', t'$ 必須滿足以下關係：

羅倫茲變換是唯一能維持光速恆定的時間與空間的線性變換！



$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

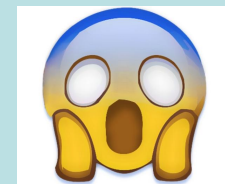
$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

羅倫茲變換

Lorentz Transformation

相對運動的兩人量到的時間是不一樣的！

$$\Delta t \neq \Delta t'$$



時間的測量與測量者的運動狀態有關。

羅倫茲變換就是狹義相對論的核心，所有結果都可以由它得出。

羅倫茲變換是唯一維持光速恆定的變換，證明如下：  
 $x' = f(x, t), t' = g(x, t)$   
 $f(x, t)$  必須是線性的，變換才會是一對一，且  $S'$  原點  $x' = 0$  是以速度  $v$  移動，  
 合理推測：羅倫茲變換的  $x'$  是與  $x - vt$  成正比，如此  $x' = 0$  就對應  $x = vt$ ：

$$x' = \gamma(x - vt) \quad \gamma \text{ 與相對速度 } v \text{ 有關，與座標無關。}$$

$S$  相對於  $S'$  是以  $-v$  反向移動，因此同樣的式子以  $-v$  代替  $v$  就是反變換：

$$x = \gamma(x' - vt')$$

將此兩個變換運用於一道脈衝光 Pulse Light，

此光在  $S$  與  $S'$  在時間為  $t = t' = 0$  重合於原點  $x = x' = 0$  時發出  
 因光速恆定，這道脈衝光軌跡的位置與時間可以如下表示：

$$x = ct$$

$$x' = ct'$$

而此兩個式子必須滿足羅倫茲變換，代入即可：

$$ct' = \gamma(ct - vt)$$

$$t' = \gamma \left(1 - \frac{v}{c}\right) t$$

$$ct = \gamma(ct' + vt')$$

$$t = \gamma \left(1 + \frac{v}{c}\right) t'$$

這兩個關係都必須是對的！

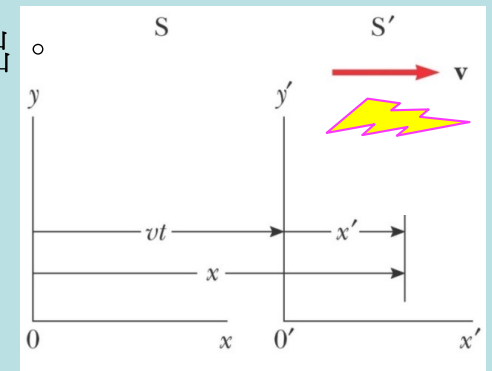
因此：

第一式再代入第二式：

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$





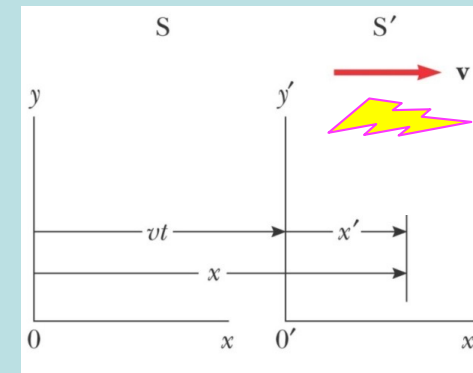
前一頁已得到脈衝光的時間，

$$ct' = \gamma(ct - vt)$$

我可以把第二個 $t$ 用 $\frac{x}{c}$ 表示：

$$ct' = \gamma \left( ct - \frac{v}{c} x \right)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{v}{c^2} x \right)$$



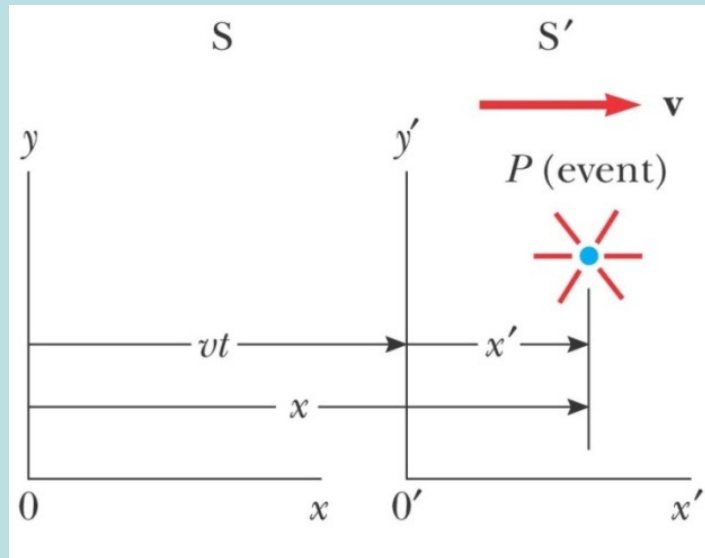
這是脈衝光軌跡的時空要滿足的，但羅倫茲變換 $t'$ 式的 $g(x, t)$ 也是線性。  
這樣的線性關係應該是唯一的。因此上式就是普遍的羅倫茲變換的 $t'$ 式。

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

得證！

以上的 $\gamma$ 符號是被廣泛採用的：

羅倫茲變換 Lorentz Transformation



$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

相對運動的兩人量到的時間是不一樣的！  $\Delta t \neq \Delta t'$

時間的測量與測量者的運動狀態有關。

速度很快的觀察者所量到的時間，有很大的一部分對靜止觀察者來說是空間。

時間與空間是分不開的。時間與空間的分別只是相對而非絕對。

羅倫茲變換：

$$x' = \gamma(x - vt) \quad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

速度加成

時間差與位移滿足類似關係如下：

$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$  兩個觀察者測量同一個粒子的速度，分別紀錄為 $u'$ ,  $u$ 。

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right) \quad u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} \quad u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{\Delta x}{\Delta t}} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

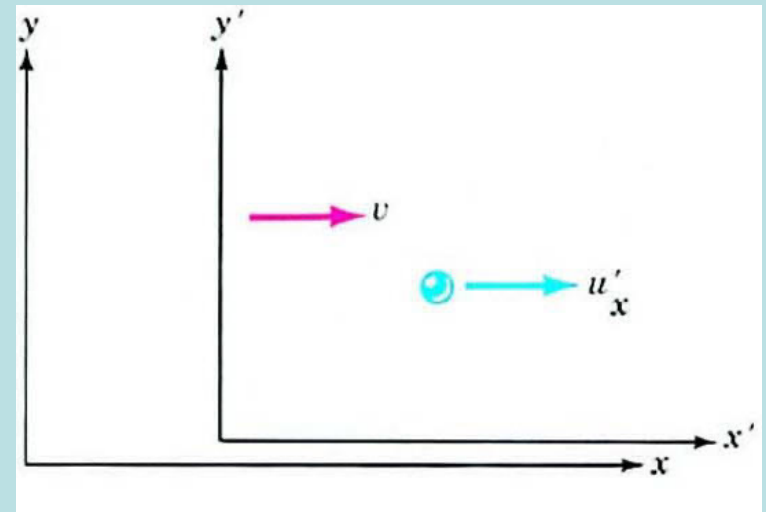
$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

羅倫茲變換導出新的速度加成公式：

速度小 $u \ll c$ 時:  $u' \rightarrow u - v$ ，與日常經驗相同！

但運用於光，則光速恆定！

$$c' = \frac{c - v}{1 - \frac{cv}{c^2}} = \frac{c - v}{\frac{c - v}{c}} = c$$





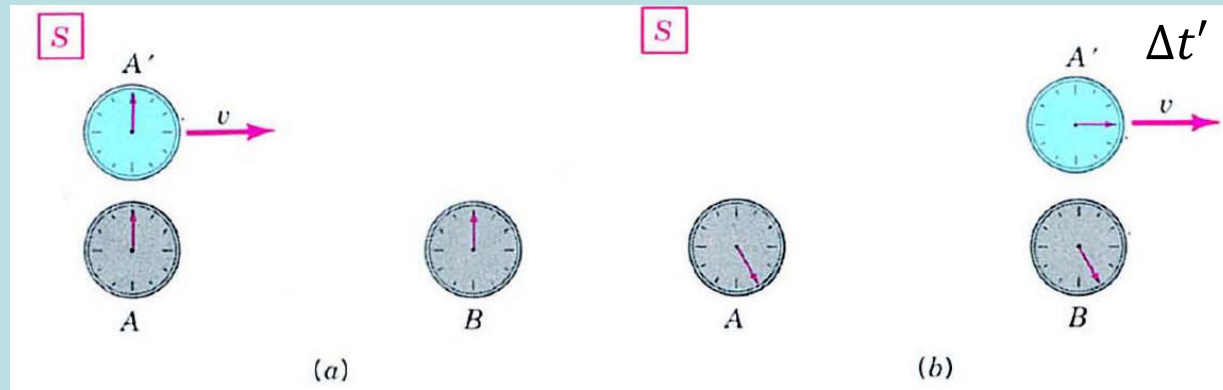
## 驗證羅倫茲變換可以導出時間膨脹 Time Dilation

考慮移動的時鐘走了 $\Delta t'$ 的這一段時間的前後兩個事件！

這兩個事件的時間差與位置差：

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right)$$



這前後兩個事件在太空船看來時間差為 $\Delta t'$ ，位置差 $\Delta x' = 0$ ，代入就解出 $\Delta t$ 及 $\Delta x$ 。

捷徑

靜止觀察者相對於移動觀察者是以 $-v$ 移動！

同樣轉換式將移動座標與靜止座標互換，速度以 $-v$ 代入即可。

注意時鐘靜止於移動座標系：

$$\Delta x' = 0$$

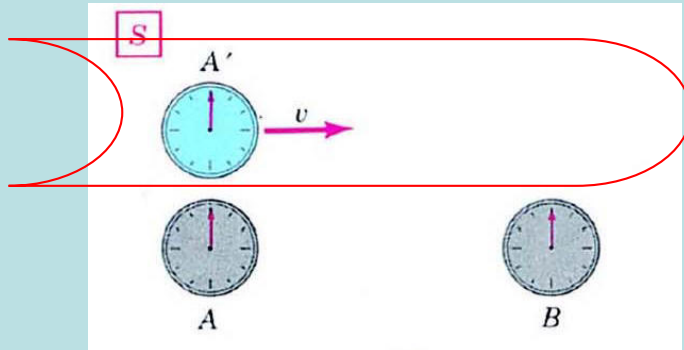
$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t')$$

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'\right)$$

$$\Delta t = \gamma\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t'$$

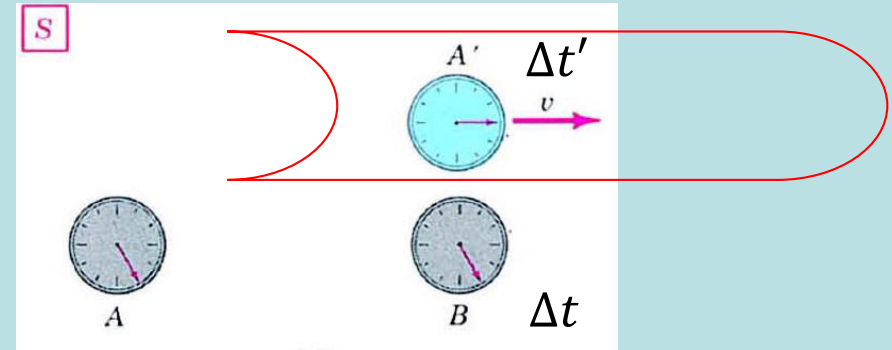
地面觀點

事件 1



$$\Delta t' < \Delta t$$

事件 2

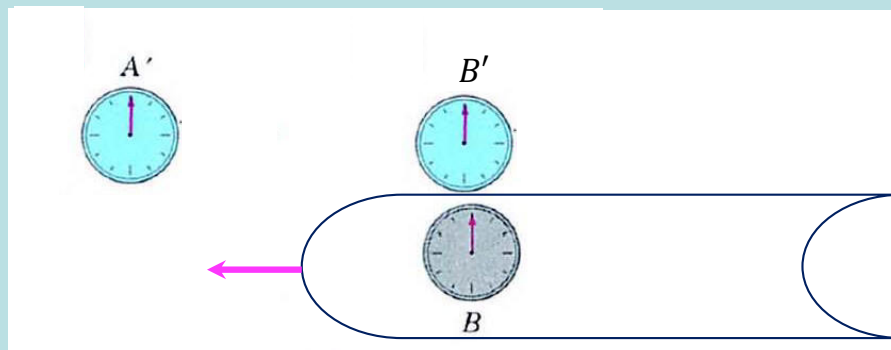


移動中的鐘走得慢！可是跟著時鐘移動的觀察者會以為自己是靜止的！

地面的鐘對他來說反而在移動，因此應該是地面的時鐘走得慢！如下圖：

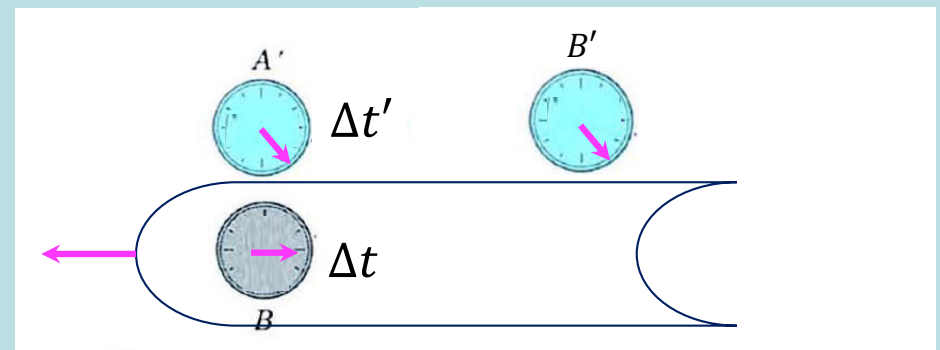
太空船觀點

事件 3



$$\Delta t' > \Delta t$$

事件 4

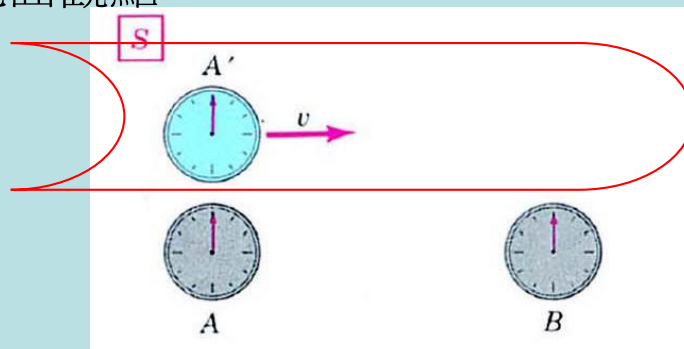


這兩個圖自然都是正確的！結論卻完全相反。

但仔細看一下，其實是兩種不同的情節！

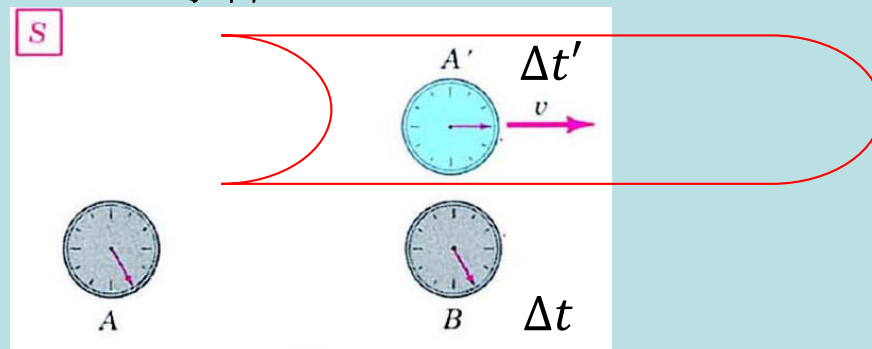
地面觀點

事件 1



$$\Delta t' < \Delta t$$

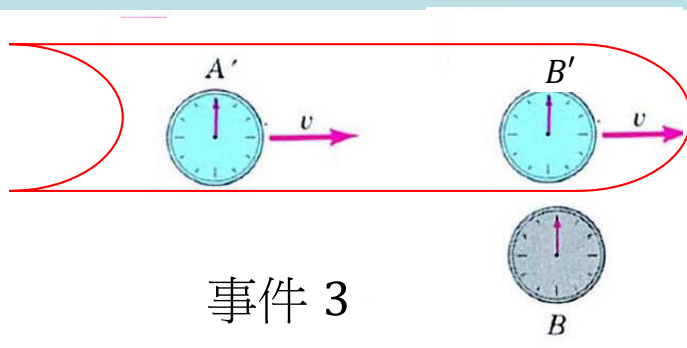
事件 2



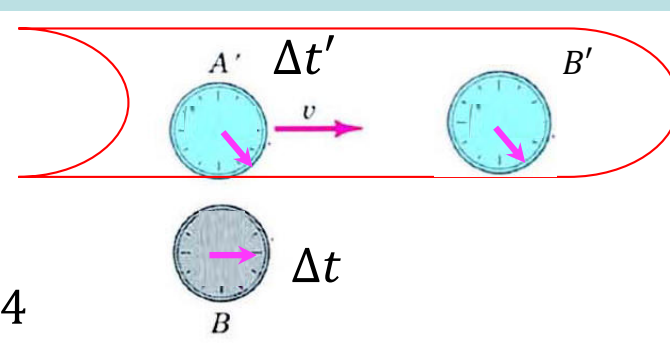
太空船上同一個時鐘上的一段時間！

地面觀點 原來這是兩種不同的情節！

事件 1 ≠ 事件 3



事件 3



事件 4

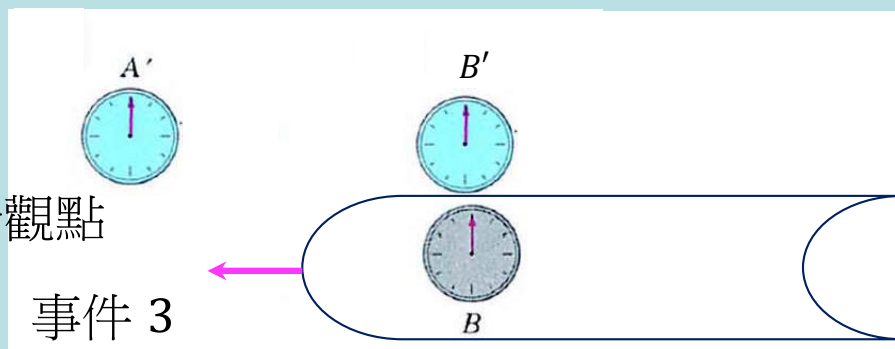
地面上同一個時鐘上的一段時間！

$$\Delta t' > \Delta t$$

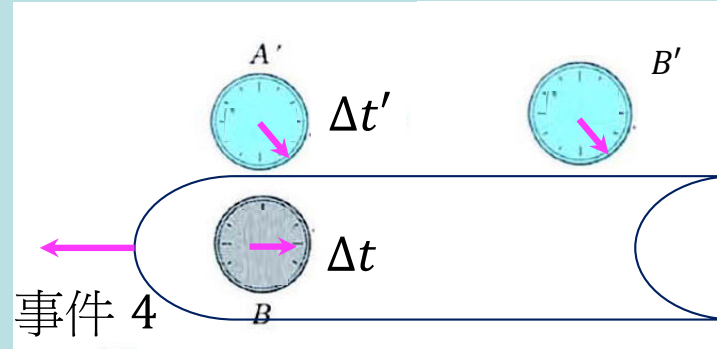
=

太空船觀點

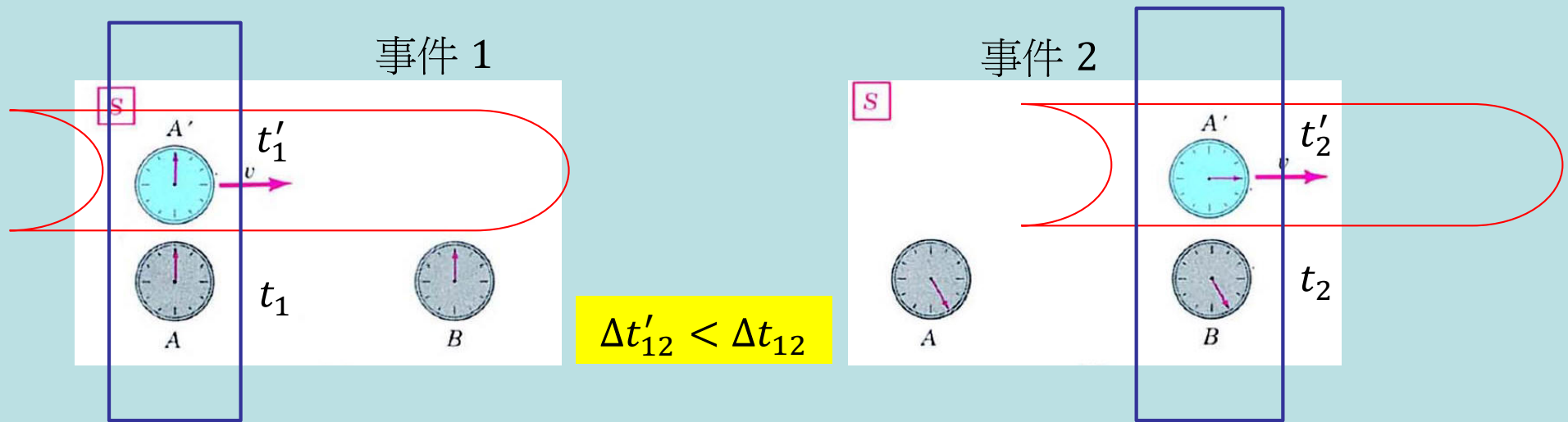
事件 3



事件 4

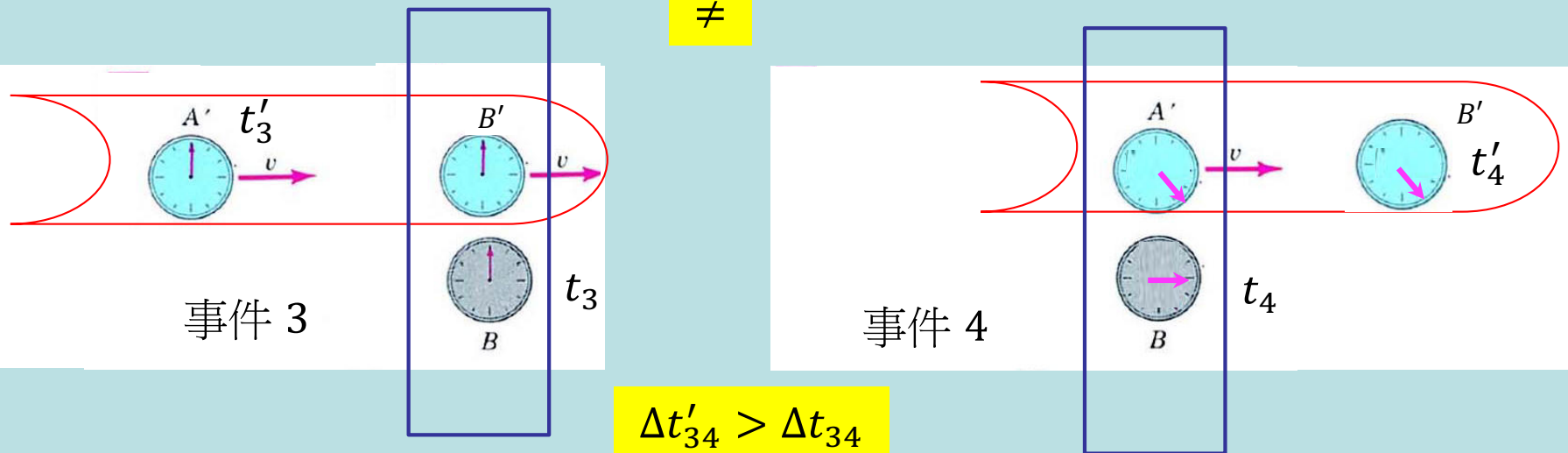




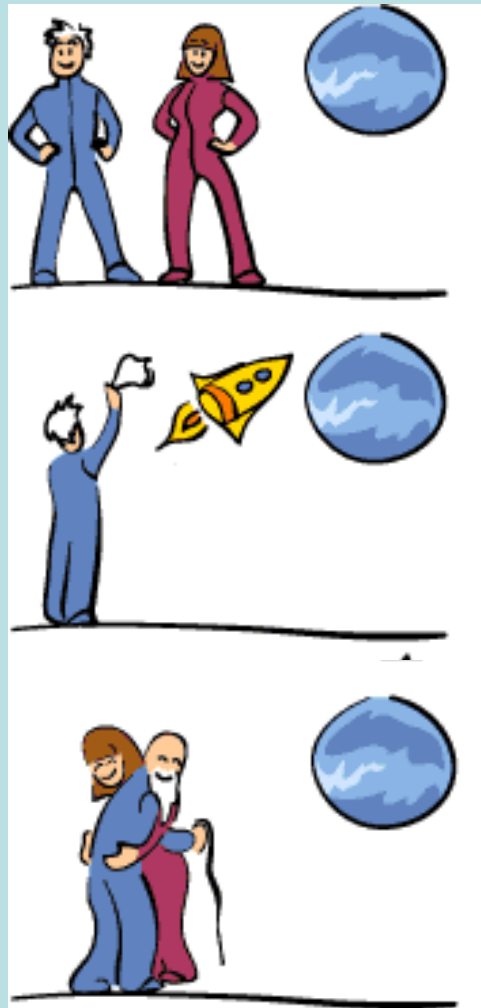


事件1：A'與A交會，事件2：A'與B交會，此兩事件發生在太空船上的同一位置。  
時間差在太空船上量起來 $\Delta t'$ ，比從地面上量起來 $\Delta t$ 較短。

$\neq$

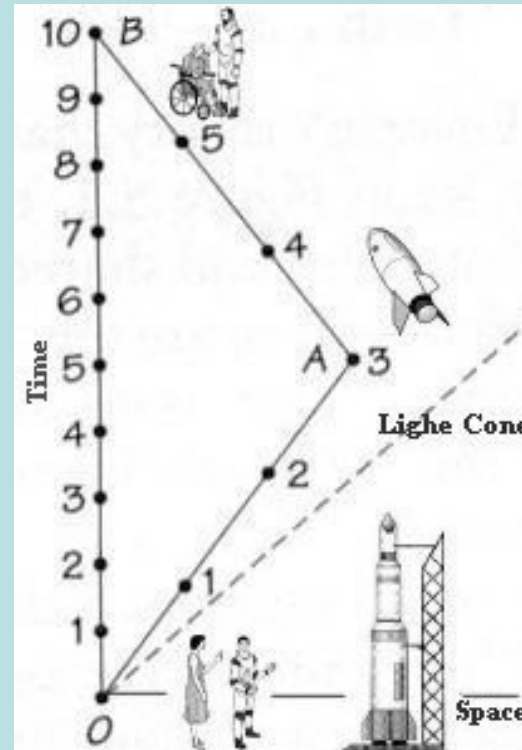


事件3：B'與B交會，事件4：A'與B交會，此兩事件發生在地面上的同一位置。  
時間差在太空船上的一段時間 $\Delta t$ ，比從太空船上量起來 $\Delta t'$ 較短。



$$\Delta t > \Delta t'$$

## 2.8 Twin Paradox



離開地球的孿生姊姊一直在運動，時鐘較慢，再相見時姊姊會比弟弟年輕！

離開地球的孿生姊姊也會以為自己是靜止的，運動的地球時鐘慢，弟弟會年輕！  
兩個敘述是矛盾的。

但第二個敘述是錯的，因為姊姊必須停止在反向，她會知道自己不是靜止的！

在去程與回程，弟弟量測姊姊的時鐘的一段時間 $\Delta t'$ ，會得到比較長的 $\Delta t$ 。

來回加起來，弟弟較老。

## 2.8 Twin Paradox

**Table 2.1** Twin Paradox Analysis

| Item                                                    | Measured by Frank<br>(remains on Earth)  | Measured by Mary<br>(traveling astronaut) |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------------|
| Time of total trip                                      | $T = 2L/v$                               | $T' = 2L/\gamma v$                        |
| Total number of signals sent                            | $fT = 2fL/v$                             | $fT' = 2fL/\gamma v$                      |
| Frequency of signals received at beginning of trip $f'$ | $f \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$       | $f \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$        |
| Time of detecting Mary's turnaround                     | $t_1 = L/v + L/c$                        | $t'_1 = L/\gamma v$                       |
| Number of signals received at the rate $f'$             | $f't_1 = \frac{fL}{v} \sqrt{1-\beta^2}$  | $f't'_1 = \frac{fL}{v} (1-\beta)$         |
| Time for remainder of trip                              | $t_2 = L/v - L/c$                        | $t'_2 = L/\gamma v$                       |
| Frequency of signals received at end of trip $f''$      | $f \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$       | $f \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$        |
| Number of signals received at rate $f''$                | $f''t_2 = \frac{fL}{v} \sqrt{1-\beta^2}$ | $f''t'_2 = \frac{fL}{v} (1+\beta)$        |
| Total number of signals received                        | $2fL/\gamma v$                           | $2fL/v$                                   |
| Conclusion as to other twin's measure of time taken     | $T' = 2L/\gamma v$                       | $T = 2L/v$                                |

After A. French, *Special Relativity*, New York: Norton (1968), p. 158.



## 長度縮短效應 Length Contraction

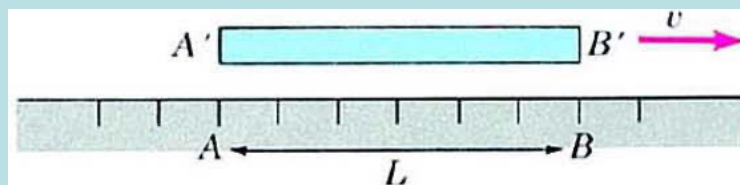


圖 39.11

為了量取運動中的棒子之長，在 A 、 B 的觀察者同時記下兩端的位置。但是，對於和棒子一起運動的觀察者而言，這兩個量度並非同時。

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right)$$

$$\Delta t = 0$$

在地面上的同時測量尺的兩端！

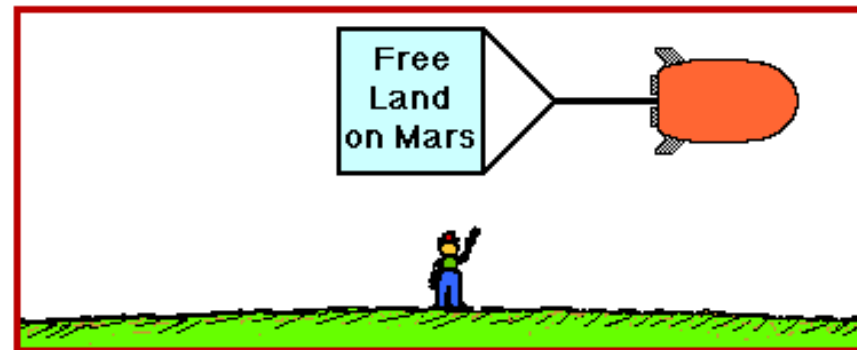
移動中的尺看起來較靜止時縮短！

$$\Delta x' = \gamma\Delta x$$

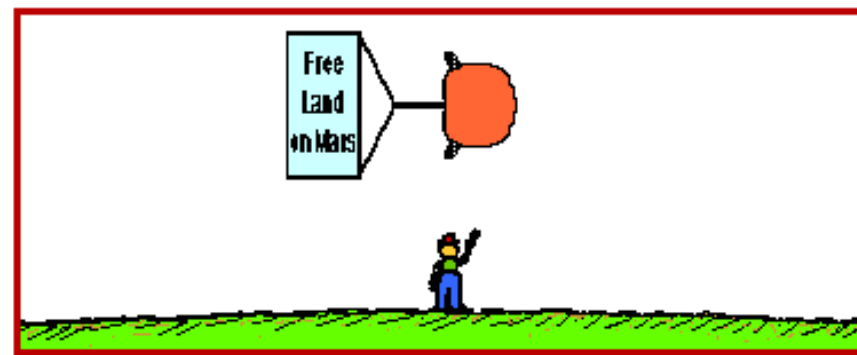
$$\Delta x = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \Delta x' < \Delta x'$$

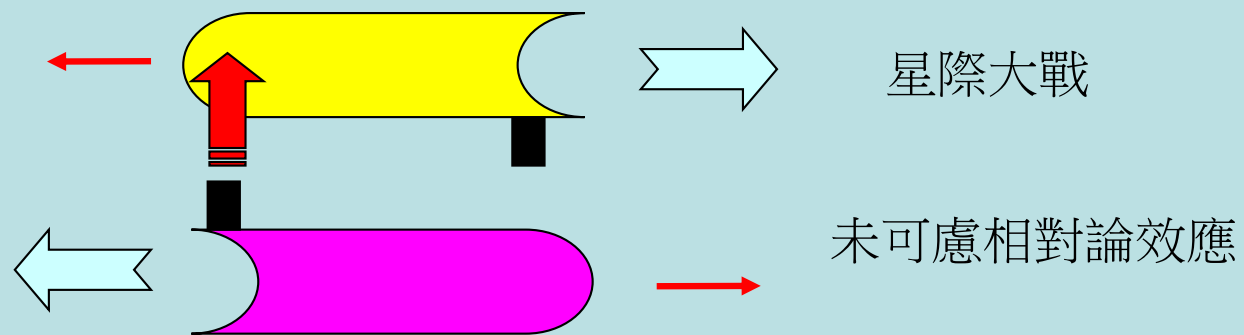
## 長度縮短

Spaceship Moving at the 10 % the Speed of Light



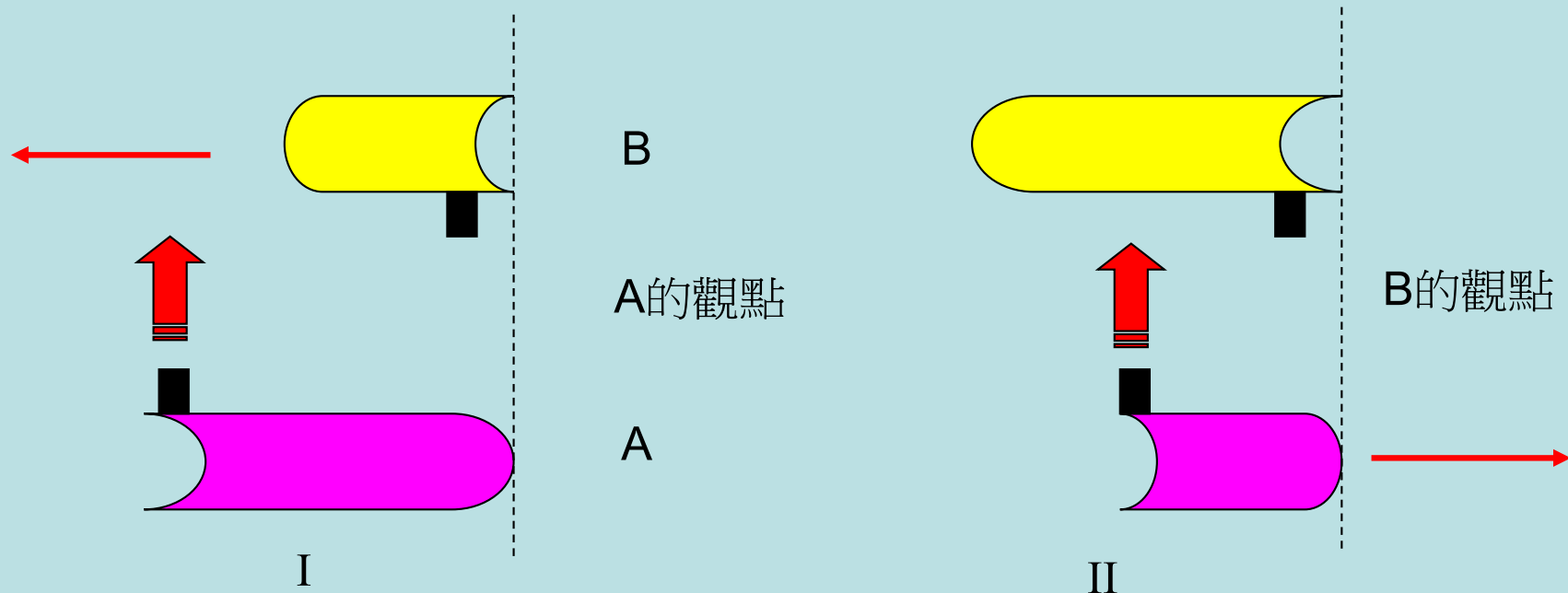
Spaceship Moving at the 86.5 % the Speed of Light





靜止時等長的兩船，在A的船首與B船尾重合的同時，A船長命令A船尾開炮！

移動中的太空船看起來較靜止時縮短！





仔細分析事件1對齊及事件2發砲的時間差

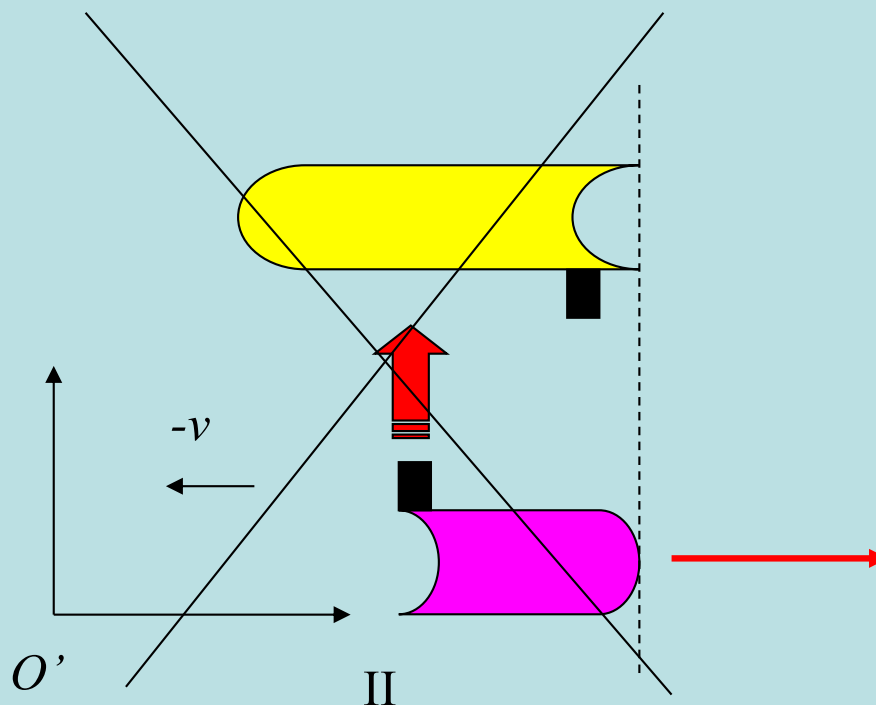
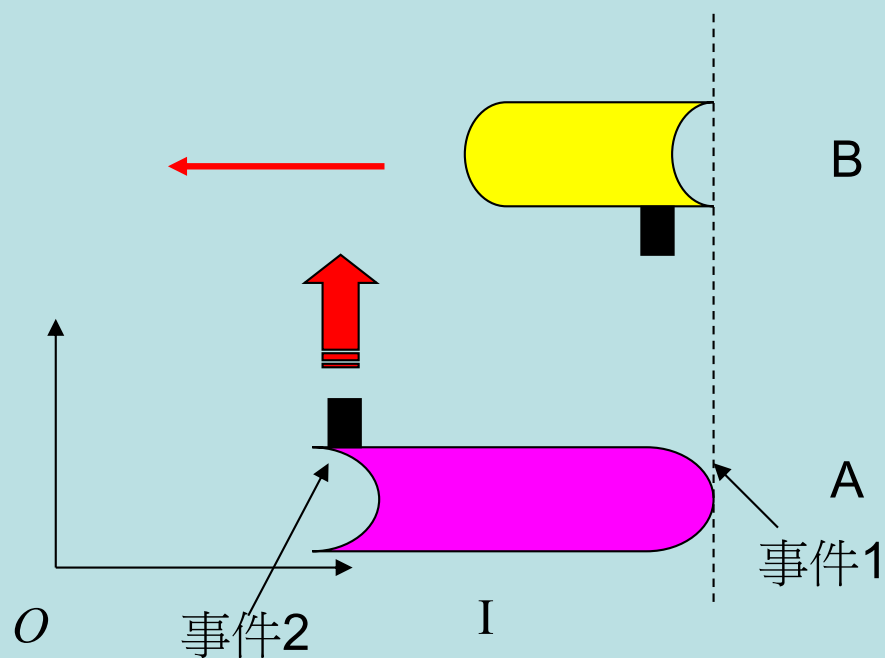
對齊與發砲是在 A座標系中同時

$$\Delta t = 0, \Delta x = L$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t + \frac{v}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{vL}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 0$$

$$t'_1 > t'_2$$

故還未對齊，已經發砲

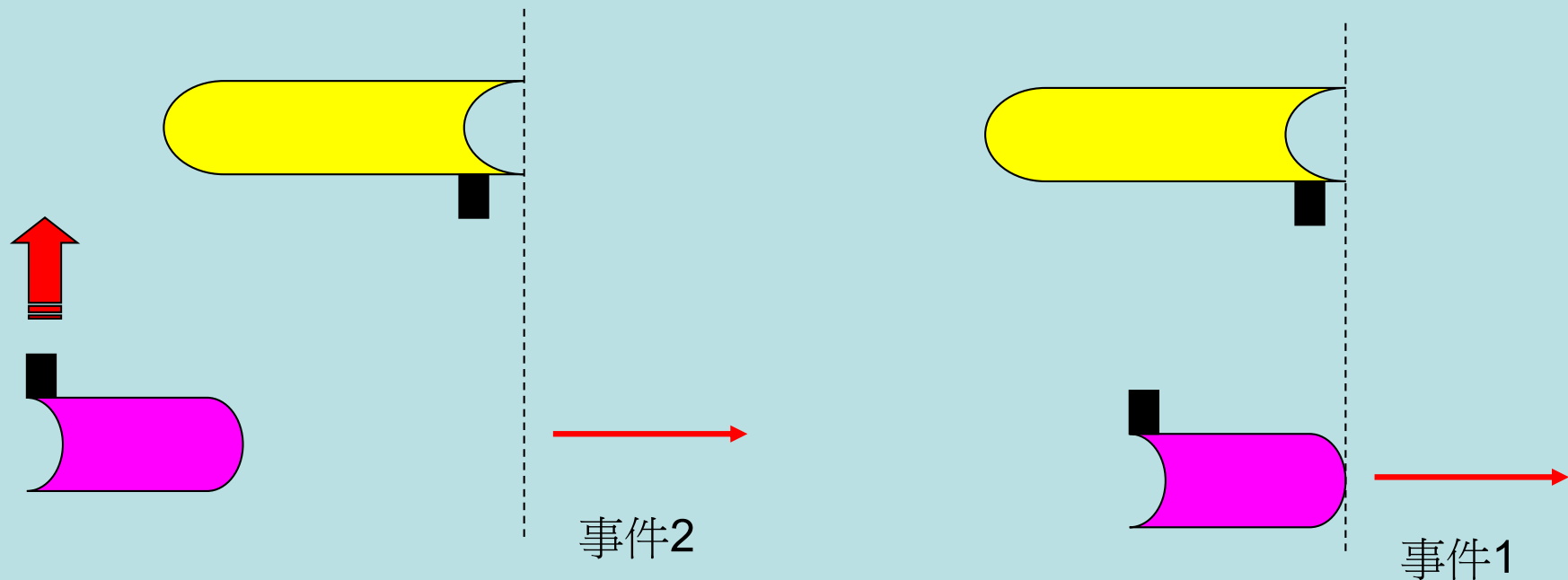


仔細分析事件1對齊及事件2發砲的時間差

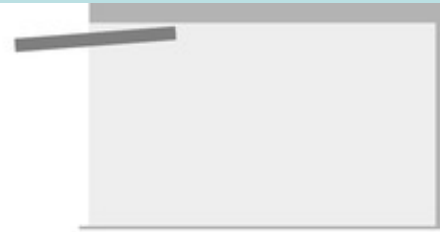
$$\Delta t' = \frac{\Delta t + \frac{v}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{vL}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 0$$

$$t'_1 > t'_2$$

故還未對齊，已經發砲



1

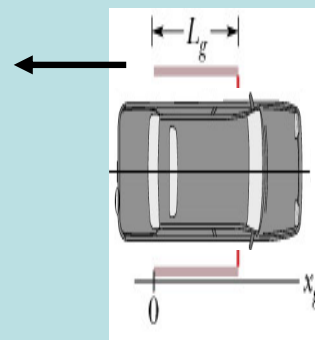
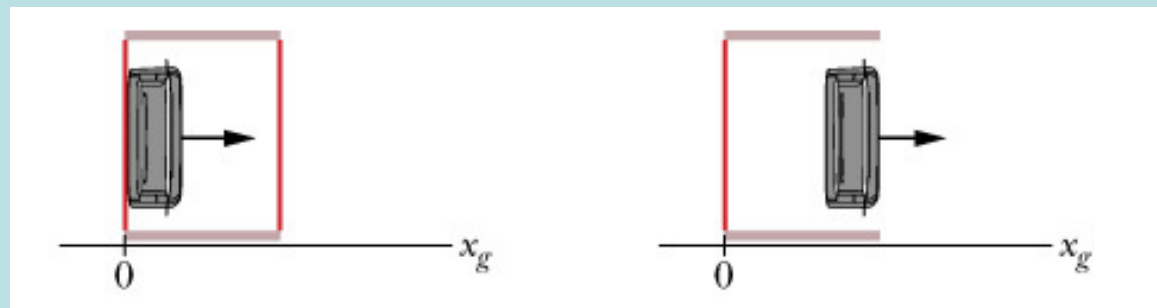
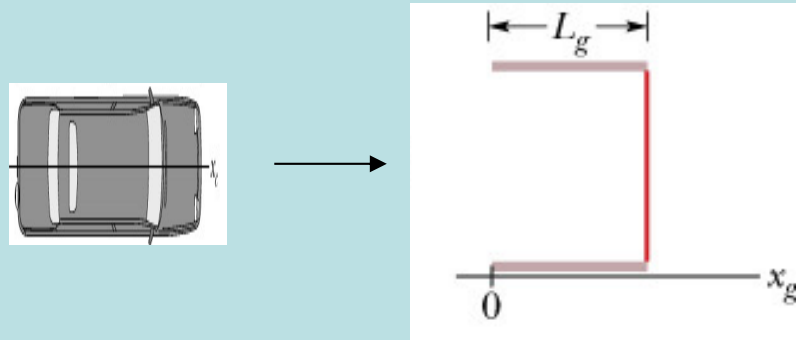


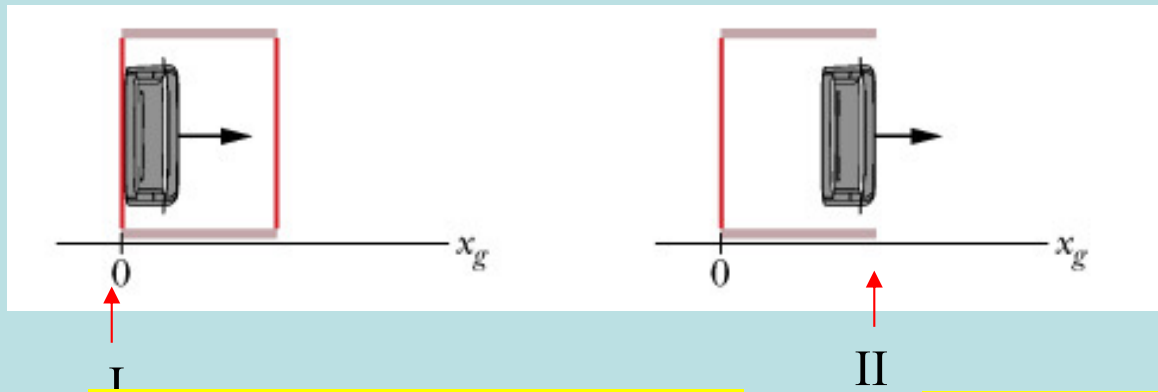
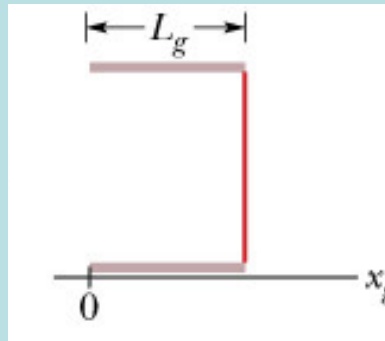
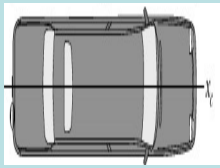
2





# 停車問題



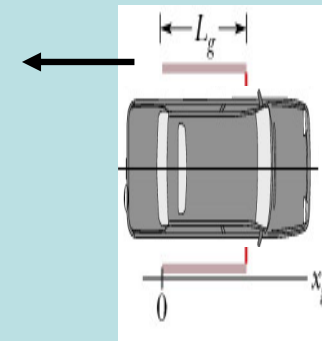


$$\Delta x = L, \Delta t = \frac{L - \gamma^{-1}L}{v} > 0$$

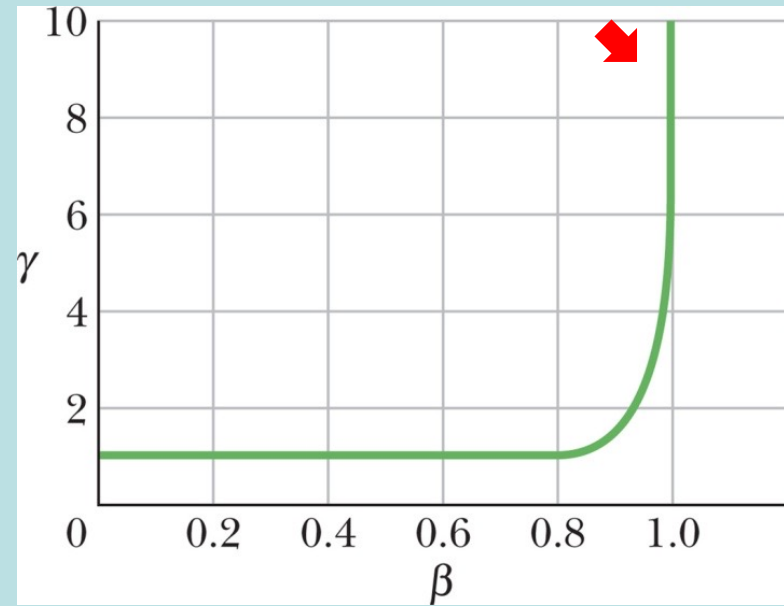
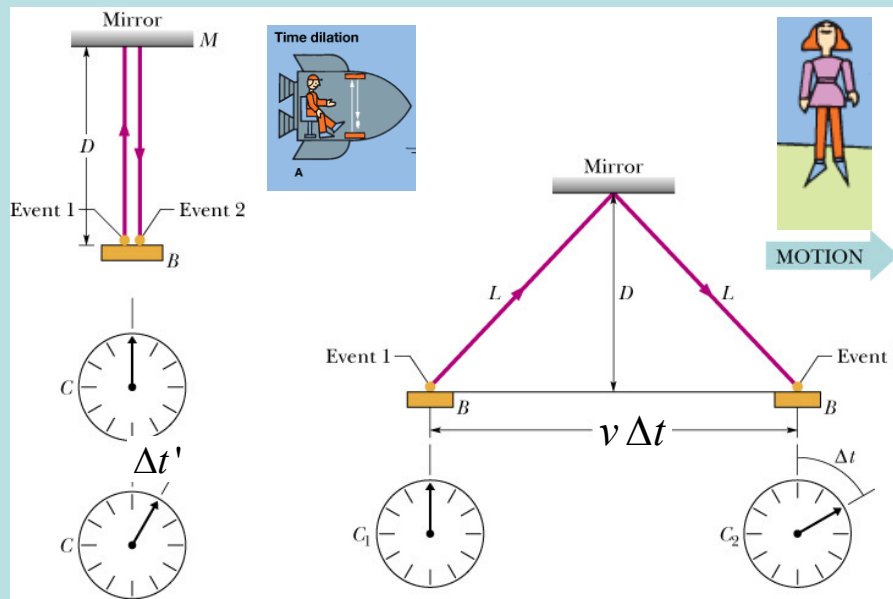
I早於II

$$\begin{aligned} \Delta t' &= \gamma \left( \Delta t - \frac{v \Delta x}{c^2} \right) = \gamma \left( \frac{L - \gamma^{-1}L}{v} - \frac{v}{c^2} L \right) \\ &= \gamma \left( \frac{L}{v} \times (\gamma^{-2} - \gamma^{-1}) \right) = \left( \frac{L}{v} \times (\gamma^{-1} - 1) \right) < 0 \end{aligned}$$

II早於I



時間先後也是相對的

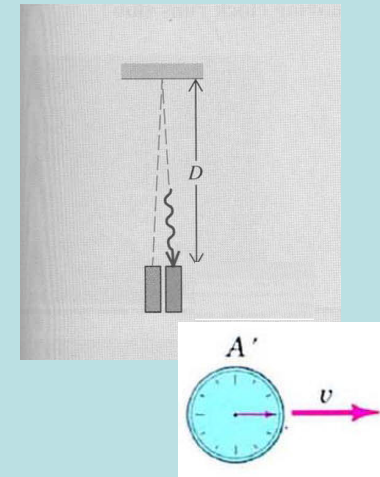
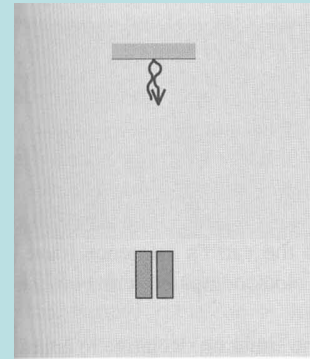
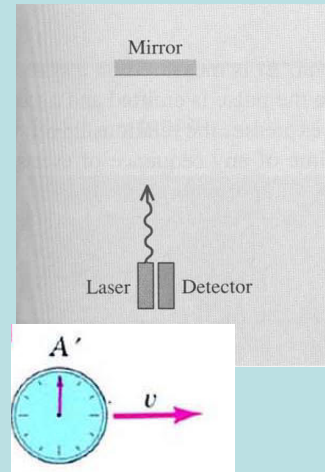
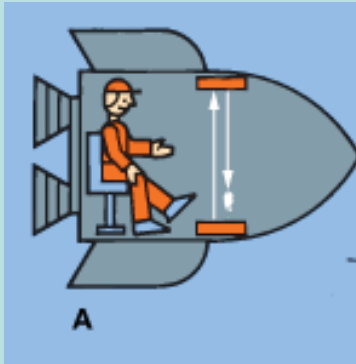


$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \equiv \gamma \Delta t'$$

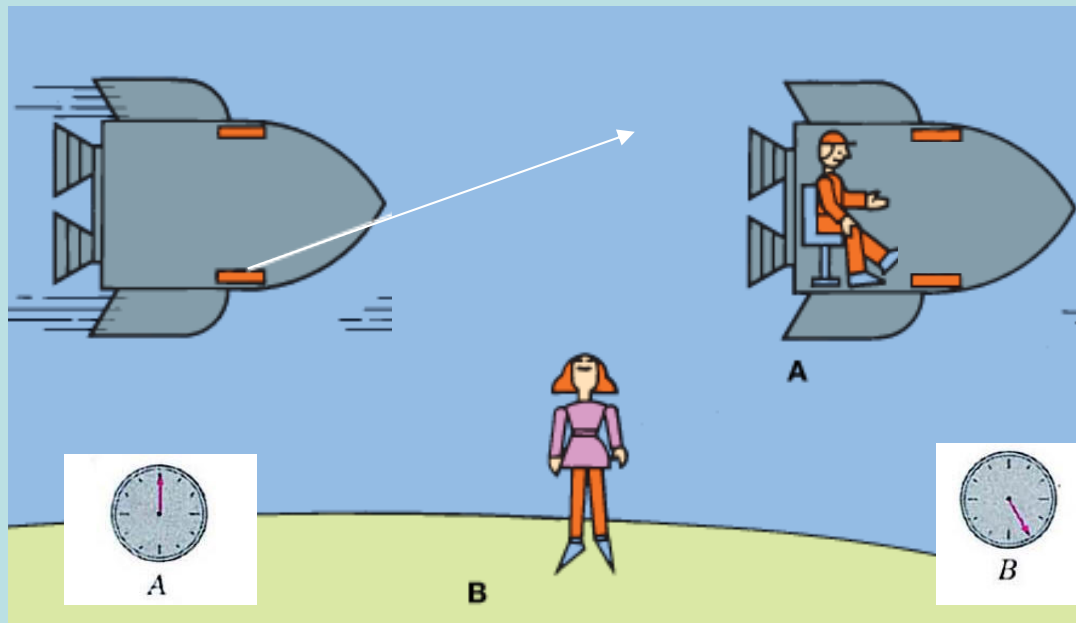
$$v \rightarrow c, \gamma \rightarrow \infty$$

觀察者火箭無法加速到與光一樣快！

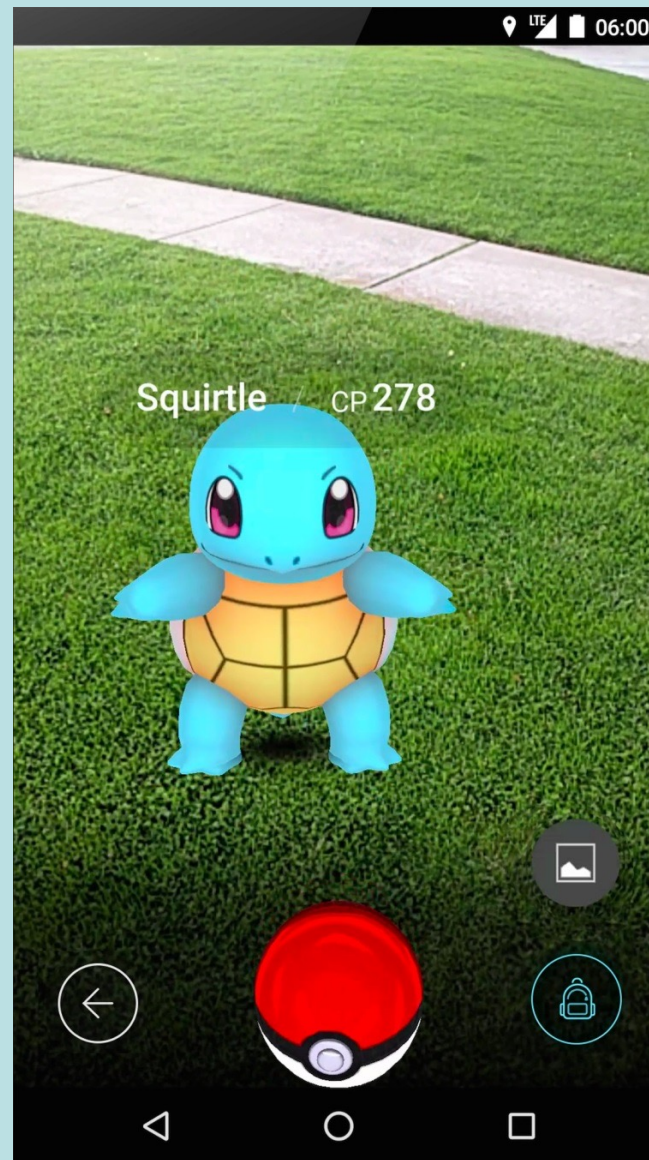




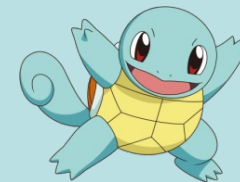
如果觀察者火箭加速到比光還快，  
從地面上觀察，斜射以光速移動的雷射光，永遠追不上比光速快的鏡子！  
物體運動不能超過光速。



更嚴格的分析：

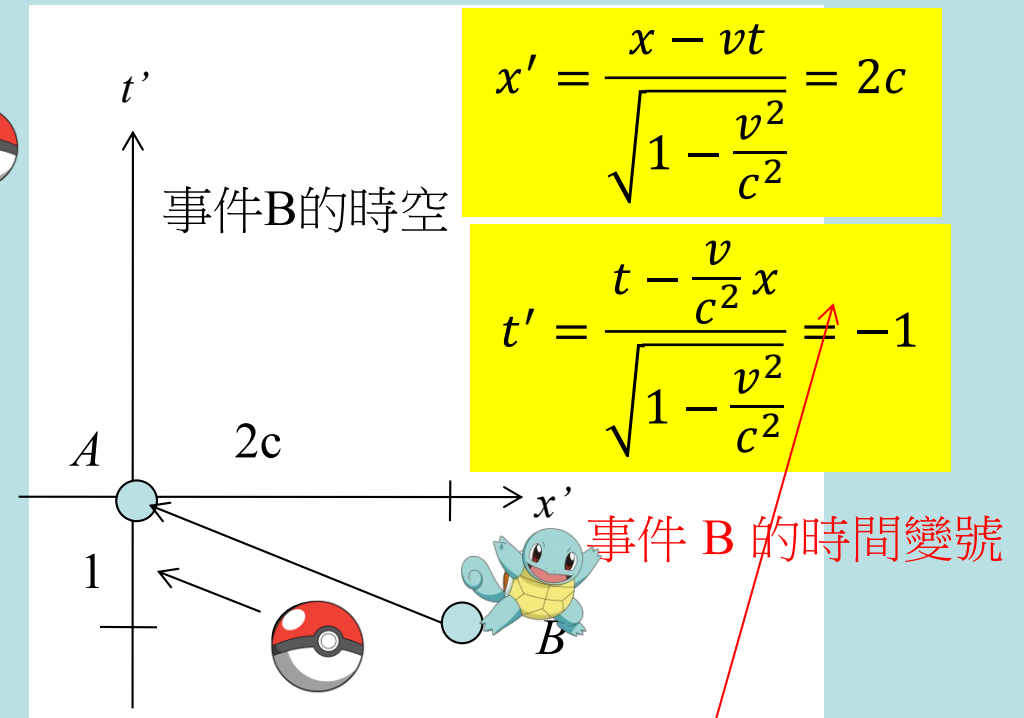
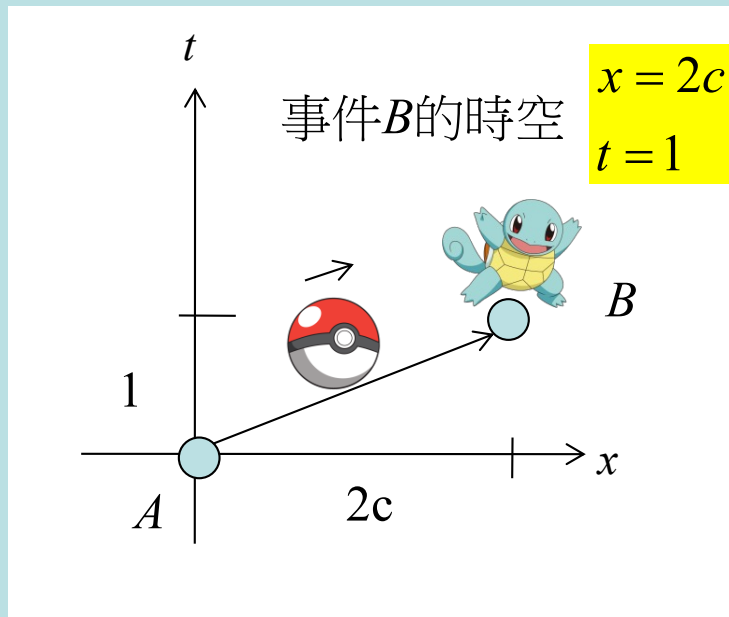


在距離 $2c$ 處發現一個神奇寶貝！



從一個以  $\frac{4}{5}c$  速度移動的座標系來觀察：

在距離  $2c$  處發現一個神奇寶貝！  
朝他發射一以兩倍光速移動的寶貝球。  
由  $A$  出發，一秒鐘後到達  $B$ ，打中寶貝。



$A$ 發射球在後， $B$ 打中寶貝在前，  
因此寶貝球是由 $B$ 走到 $A$

$A$ 發射球是因， $B$ 打中寶貝是果。得分。  $B$ 打中寶貝是因， $A$ 發射球是果。寶貝得分！

如果有這樣的寶貝球，因果就完全錯亂！

因此以兩倍光速移動的寶貝球不存在！

可以證明超過光速運動的物體都會造成這樣的因果錯亂。

$t'$ 變號是因 $x$ 很大

物體運動不能超過光速。

訊息傳遞不能快過光速。

這兩個事實是光速恆定的直接邏輯結果！



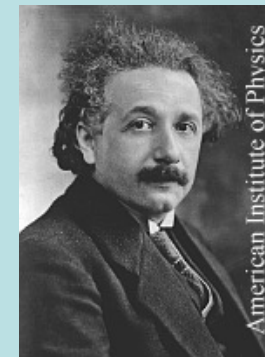
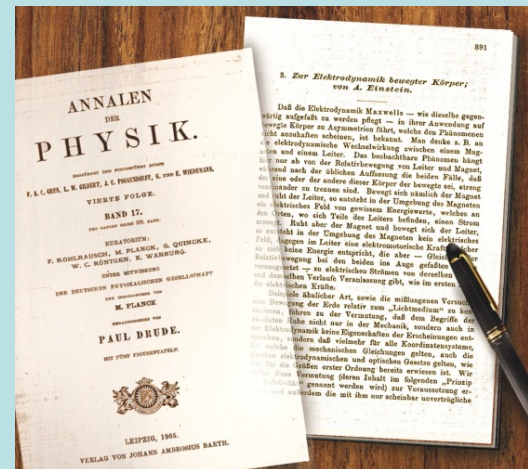
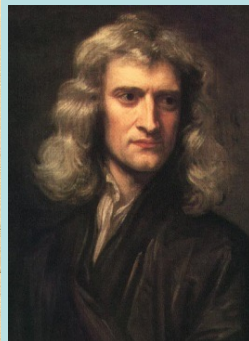
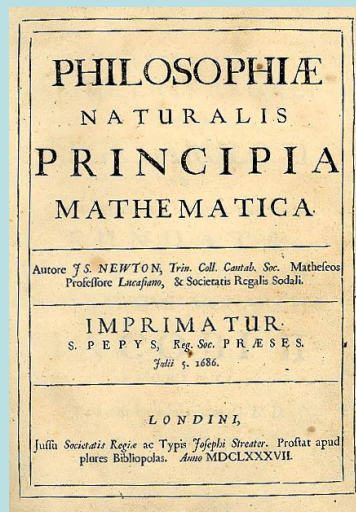
超光速火箭是不可能的！星際旅行幾乎是不可能的。

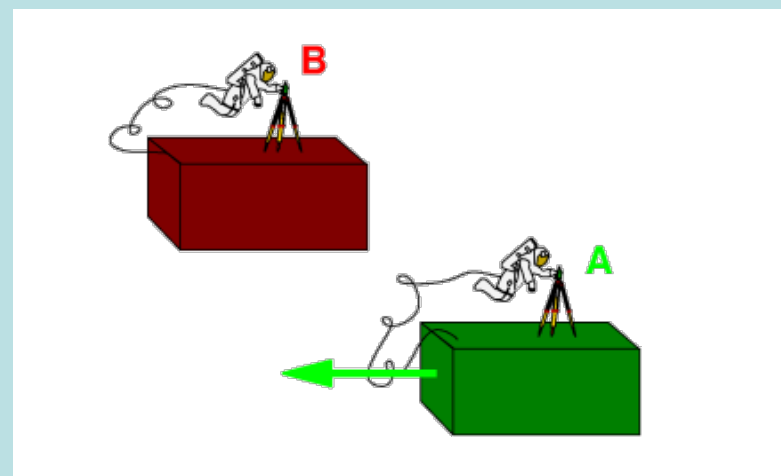
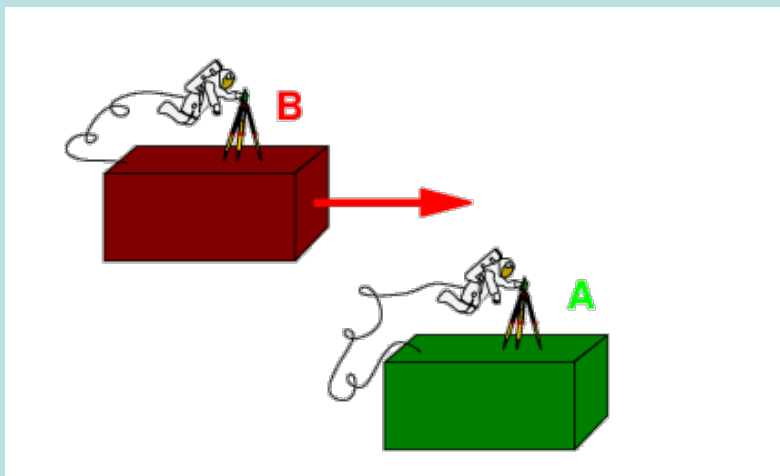


難道我們不能一直對物體加入能量，使他的動能  $\frac{1}{2}mv^2$  越來越大？

動能還是  $\frac{1}{2}mv^2$  嗎？

既然牛頓力學所需要的絕對時間假設證實為誤，牛頓力學必須重新改寫！





沒有任何力學實驗與觀測可以讓你決定觀察者的絕對運動速度！

相對性原則 The Principle of Relativity還有另一個講法：

覺得自己是如右圖靜止的實驗者B，由實驗結果歸納的物理定律，

與在左圖中靜止的A所歸納的物理定律應該一模一樣！

符合這個條件的物理定律才是正確的物理定律。

因此，相對性原則成為物理定律是否正確的一個新的檢驗標準！

所有還沒檢驗過的都要拿來確認一下！

| 生長屬性 |           | 野生 魚/蝦  |           | 野生 貝/頭足海鮮 |           | 人工養殖 魚/蝦 |       |
|------|-----------|---------|-----------|-----------|-----------|----------|-------|
| 供貨來源 |           | 江醫師の魚舖子 | 一般市售      | 江醫師の魚舖子   | 一般市售      | 江醫師の魚舖子  | 一般市售  |
| 檢驗項目 | 重金屬 5項    | ✓勝      | X         | ✓勝        | X         | ✓勝       | 3-5種  |
|      | 漂白劑       | ✓勝      | X         | ✓勝        | X         | ✓勝       | X     |
|      | 增色劑       | ✓勝      | X         | ✓勝        | X         | ✓勝       | X     |
|      | 防腐劑 11項   | ✓勝      | X         | ✓勝        | X         | ✓勝       | X     |
|      | 麝香 17項    | ✓勝      | X         | ✓勝        | X         | ✓勝       | X     |
|      | 多氯聯苯 12項  | ✓勝      | X         | ✓勝        | X         | ✓勝       | X     |
|      | 藥殘 190項   |         |           |           |           | ✓勝       | 23種   |
|      | 農藥 216項   |         |           |           |           | ✓勝       | 2種    |
|      | 三聚氰胺      |         |           |           |           | ✓勝       | ?     |
|      | 三聚氰酸      |         |           |           |           | ✓勝       | X     |
|      | 總計        | 共計48項勝  | 共計0項      | 共計48項勝    | 共計0項      | 共計456項勝  | 共計30項 |
| 檢驗方式 | 逐批檢驗勝     | X       | 逐批檢驗勝     | X         | 逐批檢驗勝     | 抽驗       |       |
| 處理方式 | HACCP勝    | X       | HACCP勝    | X         | HACCP勝    | ?        |       |
| 包裝方式 | 真空包裝勝     | 一般      | 真空包裝勝     | 一般        | 真空包裝勝     | 一般       |       |
| 儲藏方式 | -40℃急速冷凍勝 | ?       | -40℃急速冷凍勝 | ?         | -40℃急速冷凍勝 | ?        |       |
| 運送方式 | 全程冷凍鏈勝    | ?       | 全程冷凍鏈勝    | ?         | 全程冷凍鏈勝    | ?        |       |

檢驗的標準為何？

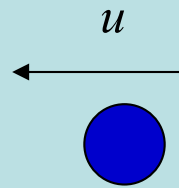
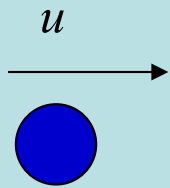
動量與能量守恆定律在羅倫茲變換下會不會變？

動量與能量守恆定律滿不滿足相對性原則？



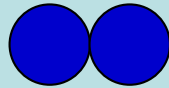
牛頓版動量守恆

$$\vec{p} = m\vec{v}$$



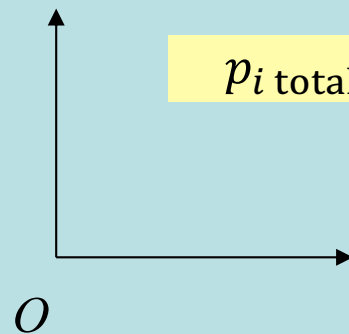
$$0$$

$$=$$

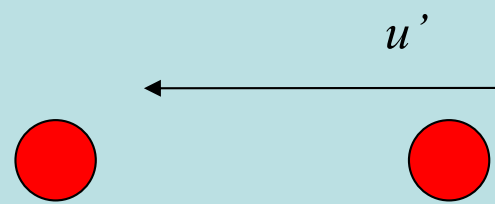


$$0$$

完全非彈性碰撞

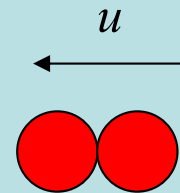


$$p_{i \text{ total}} = p_{f \text{ total}}$$

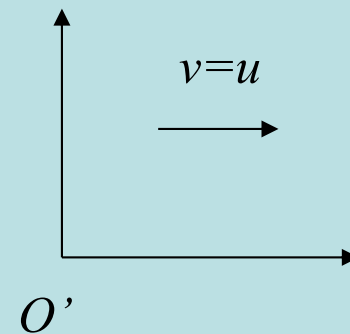


$$mu' = m \cdot 2u$$

$$=$$



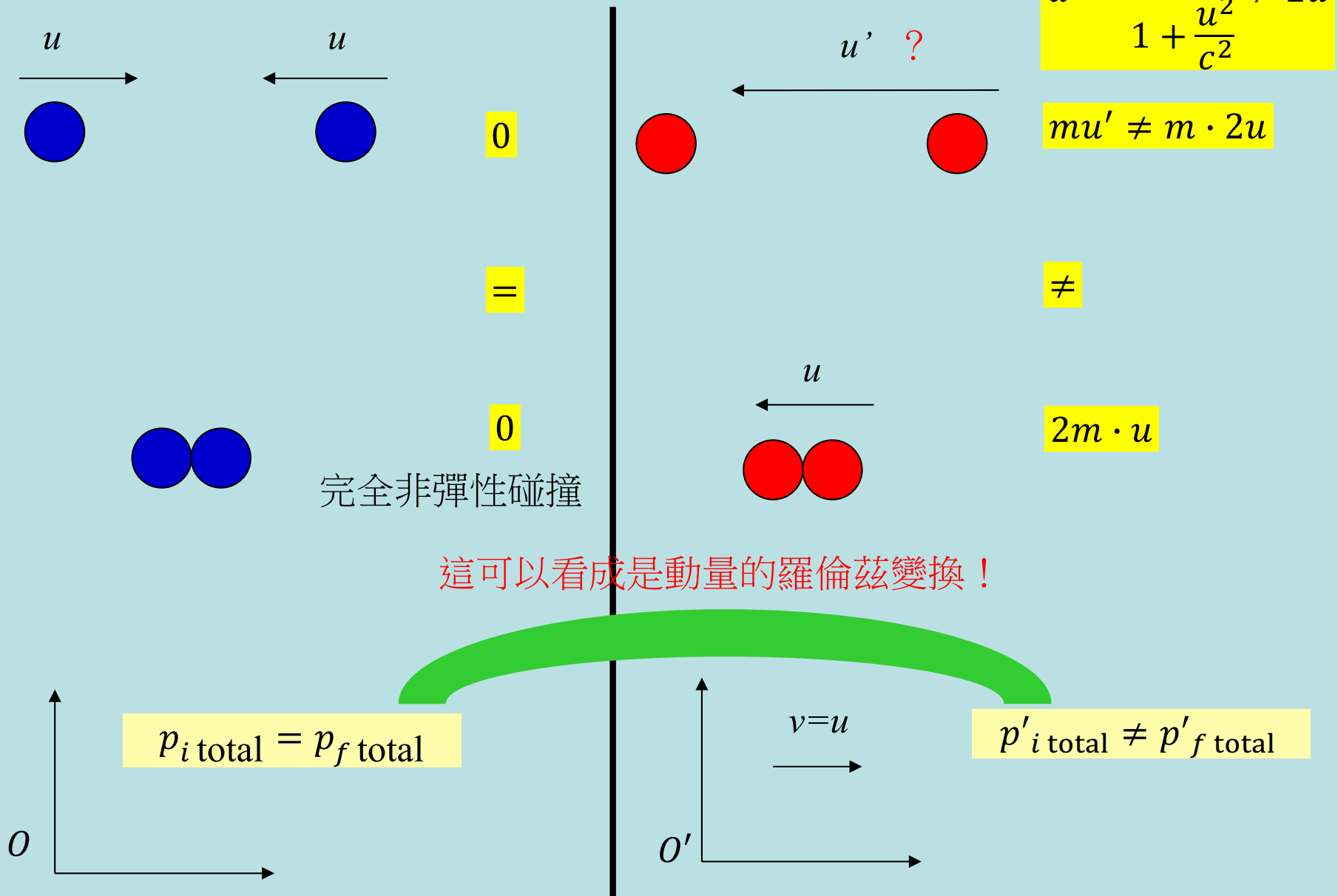
$$2m \cdot u$$



$$p'_{i \text{ total}} = p'_{f \text{ total}}$$

牛頓版的動量守恆遵守伽利略變換下的相對性原則

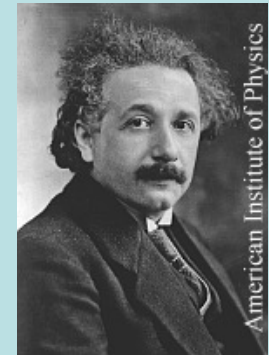
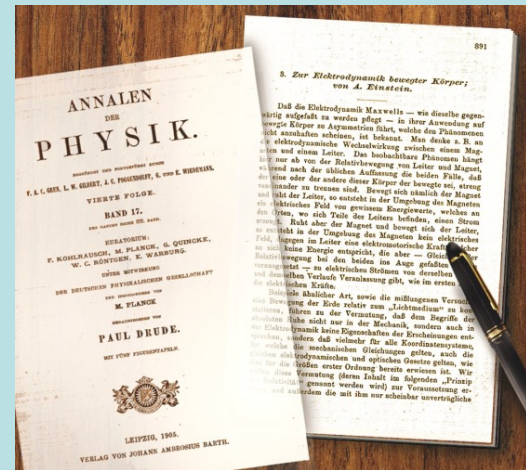
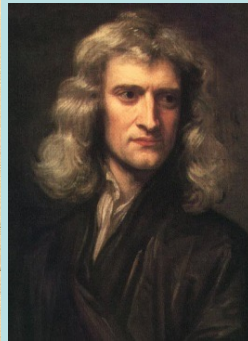
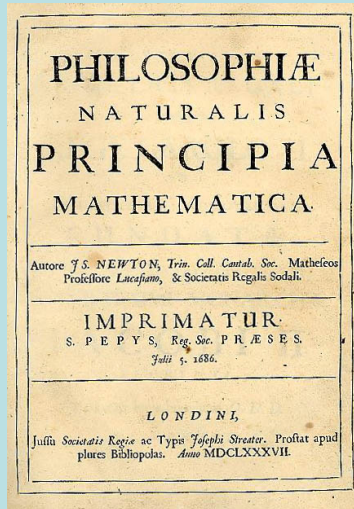
但？如果考慮相對性效應.....



動量守恆定律在左方是正確，但在右方就不正確，反之亦然

動量守恆定律在羅倫茲轉換後就不像動量守恆了！

既然牛頓力學所需要的絕對時間假設證實為誤，牛頓力學必須重新改寫！



相對論的動量：

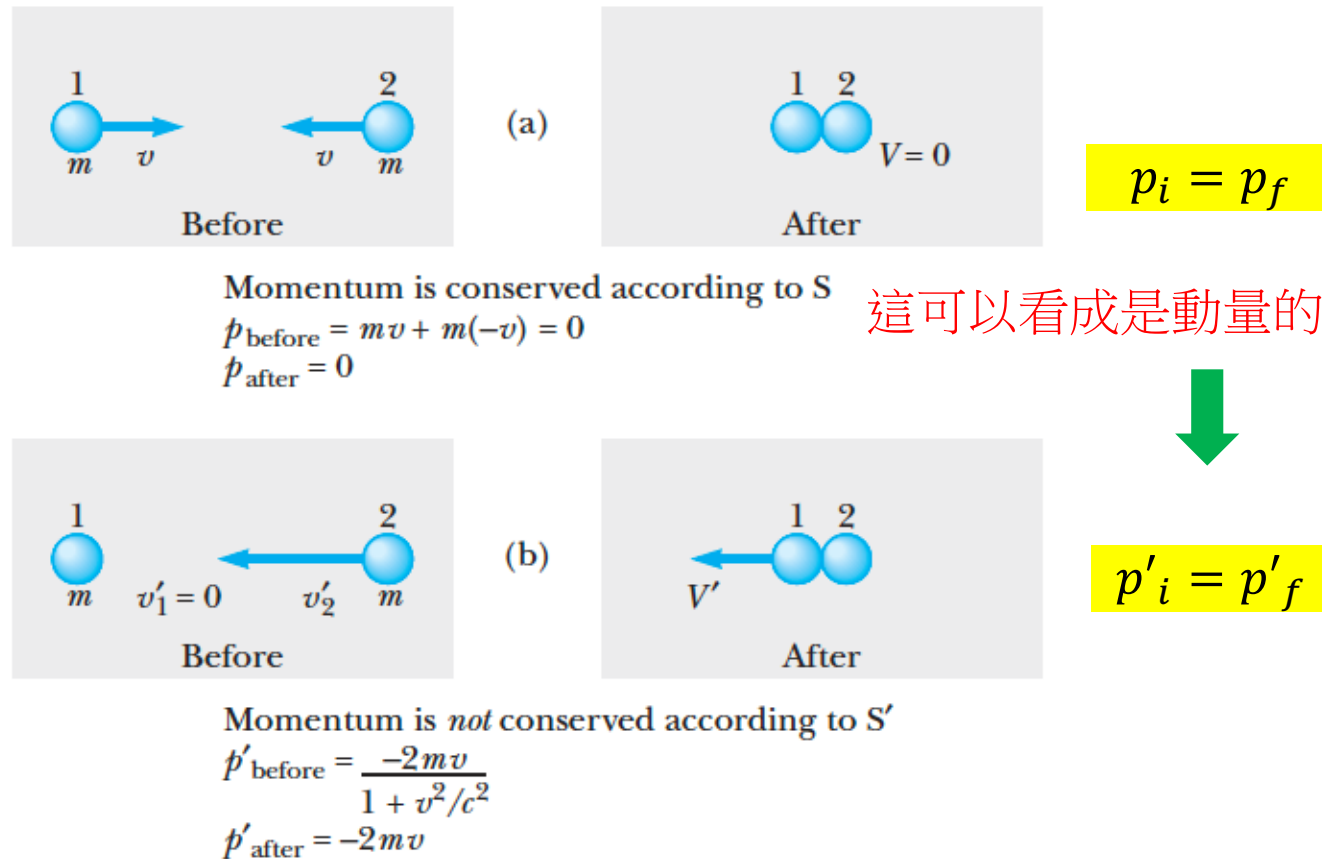
$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$v \ll c \quad p \rightarrow mv$$

如此定義的動量滿足動量守恆定律  
(牛頓定義下的動量 $mv$ 在高速時即不守恆)

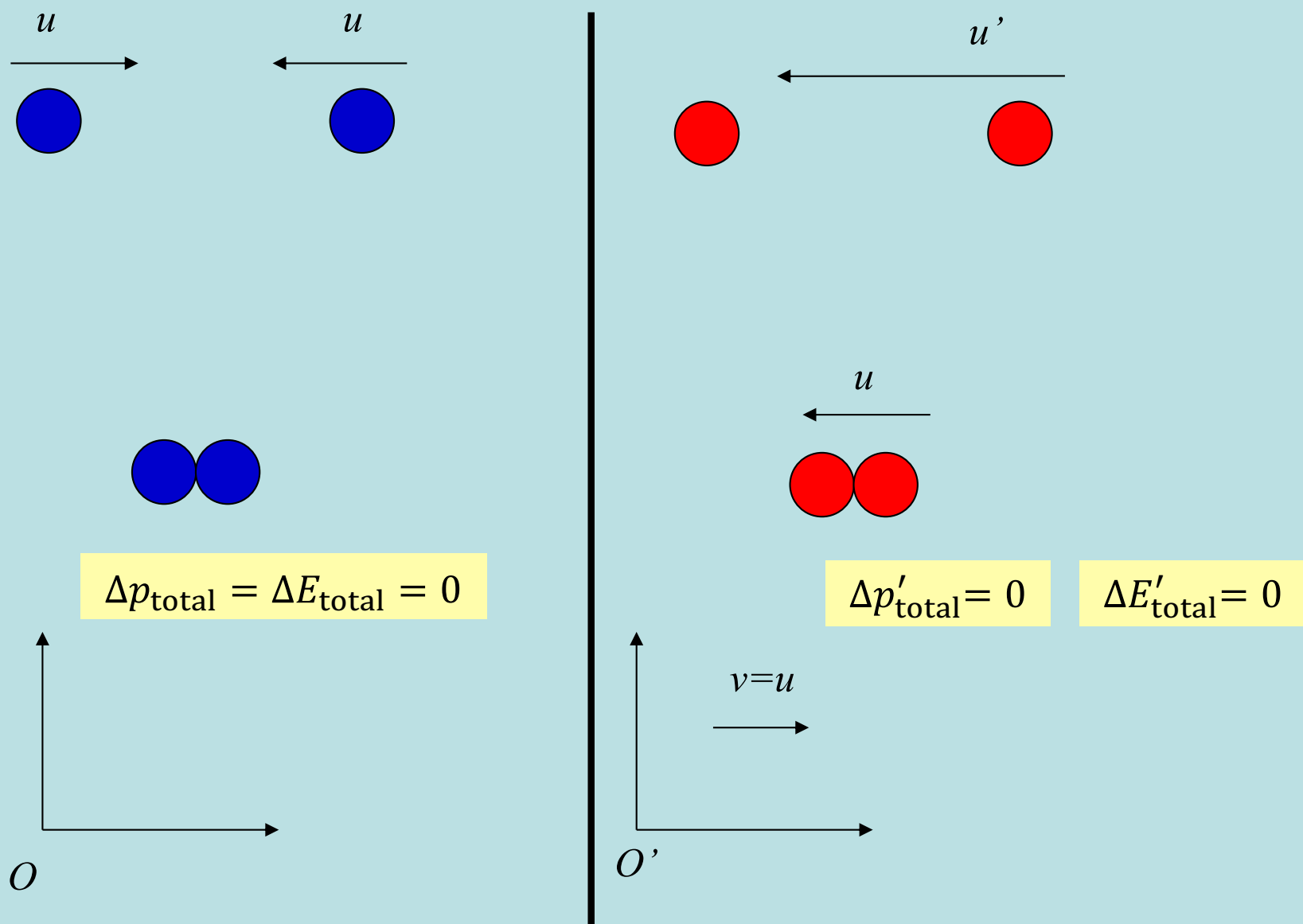
看來動量得重新定義，使動量守恆定律在羅倫茲轉換前後都是正確的！



這可以看成是動量的羅倫茲變換！

**Figure 2.1** (a) An inelastic collision between two equal clay lumps as seen by an observer in frame S. (b) The same collision viewed from a frame S' that is moving to the right with speed  $v$  with respect to S.





新定義使動量守恆定律遵守相對性原則

相對論的動量：

$$p = \frac{mu}{\sqrt{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}}$$

$u \ll c$  時,  $\gamma \rightarrow 1$ , 因此  $p \rightarrow mu$

接近牛頓的定義

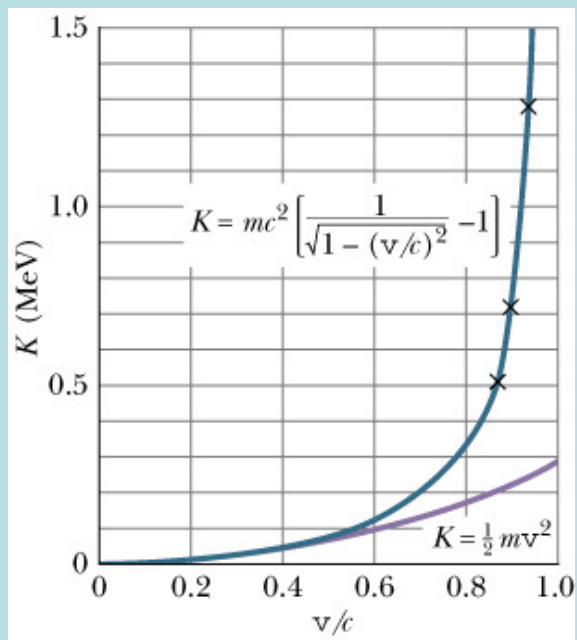
相對論的能量：

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

當  $u \ll c$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} = mc^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \sim mc^2 \left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{u^2}{c^2}\right] = mc^2 + \frac{m}{2}u^2$$

靜止能量      動能



相對論也修改了能量的形式，

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

如此定義的動能才滿足能量守恆定律！

當物體靜止時，它的質量對應一個不為零的能量

$$E = mc^2$$

速度遠小於光速時，相對論的動能  $E - mc^2$  會趨近牛頓力學中的動能  $\frac{1}{2}mv^2$ 。

當速度等於光速  $v = c$  時，物體的能量是無限大，

因此我們無法將物體的速度加大超過光速。

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \longrightarrow \quad E = mc^2$$

靜止的物體因為其質量，能量亦不為零

這個公式暗示了能量與質量可以彼此互相轉換。

$$E = mc^2 + K$$

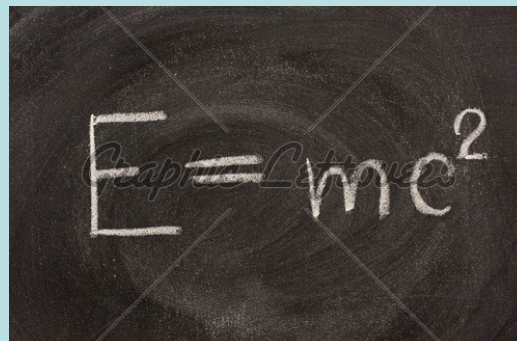
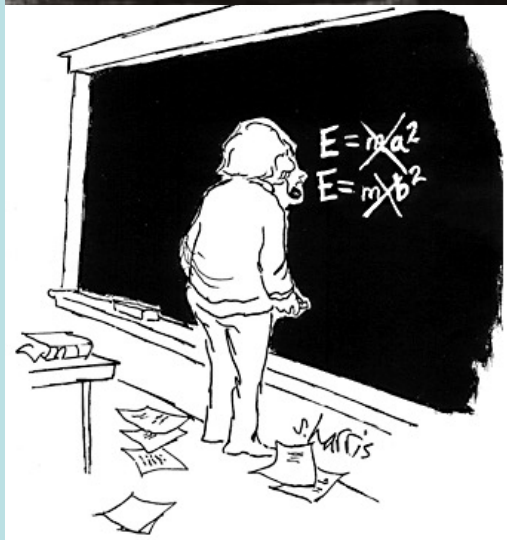
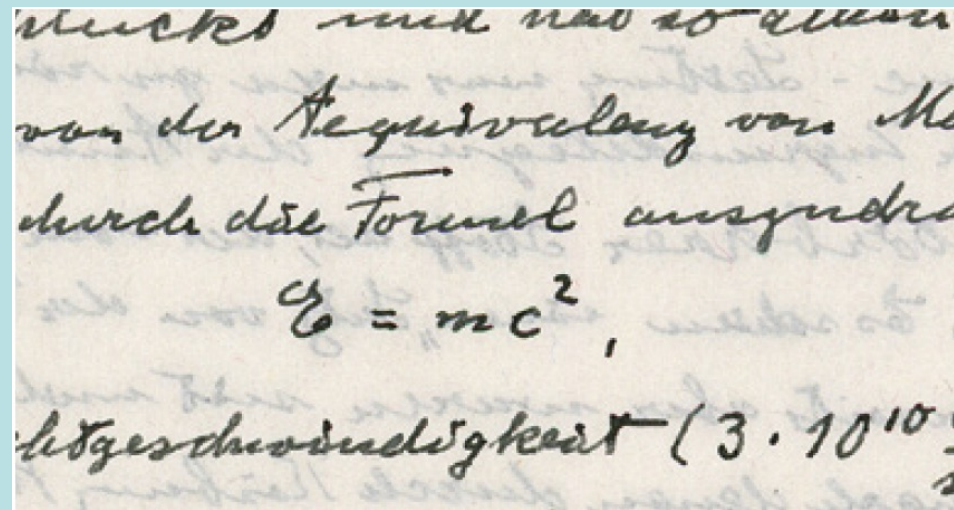
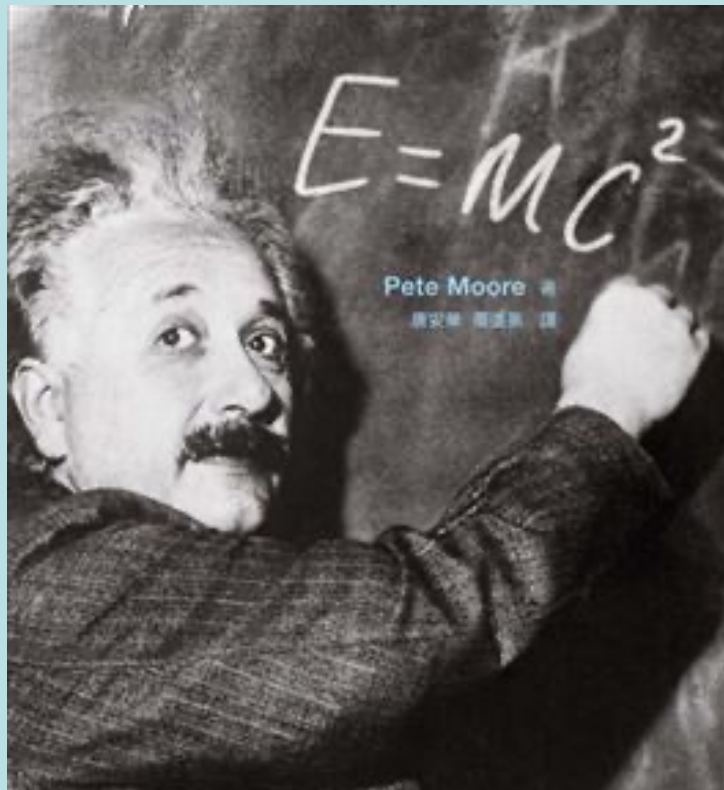


質量的減少可能變為動能的增加！

質量是能量的一種形式，能量守恆蘊含質量可以轉換為其他形式的能量，

其他形式的能量亦可轉換為質量，質量不再守恆。Mass is not conserved.





這個公式開啟了質量與能量互相轉換的可能！  
質量與能量其實是互通的同一種物理量！

如果可以將一個硬幣殲滅，全部化為能量……

$$E = mc^2$$



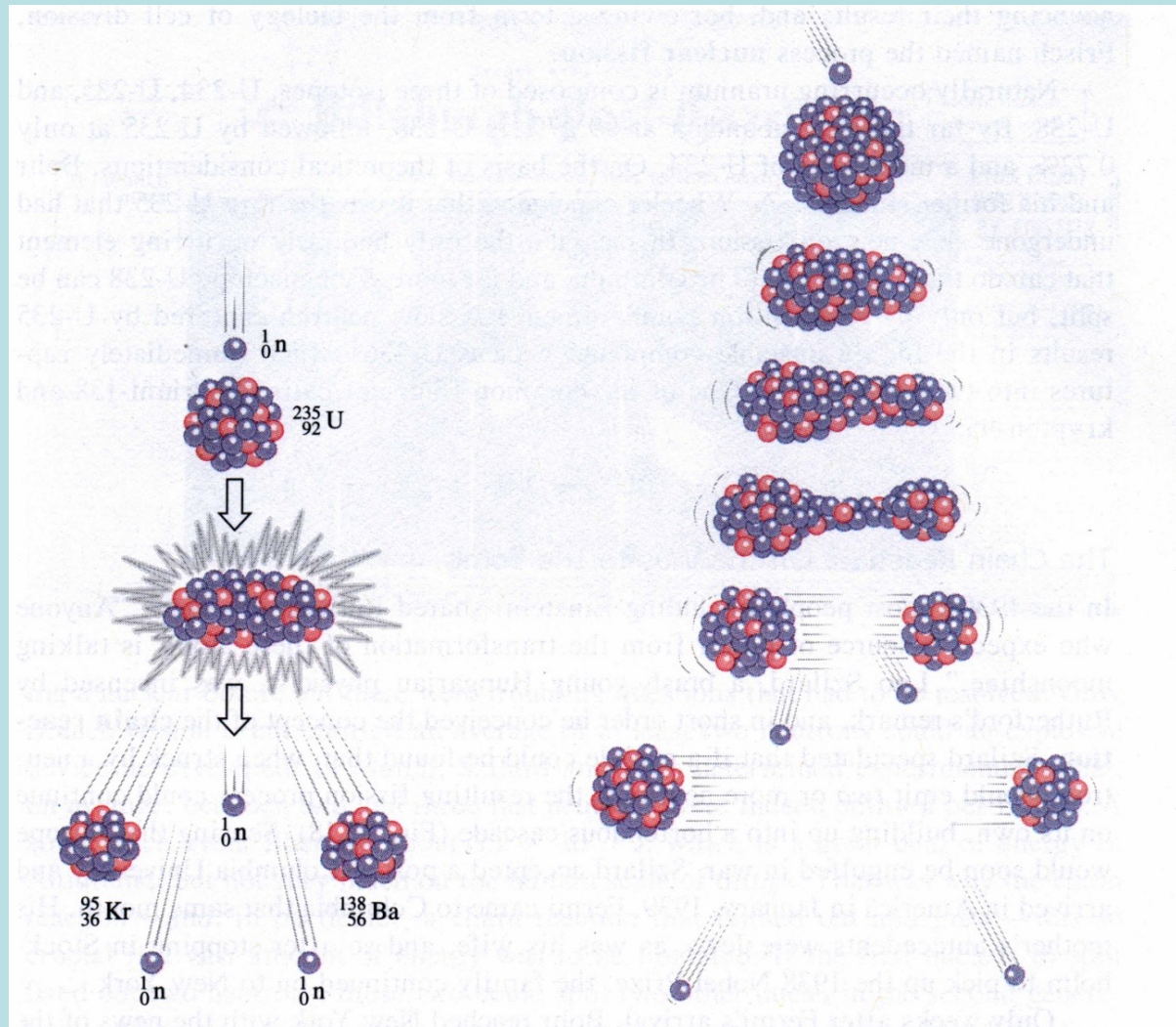
$$mc^2 = 3.1 \times 10^{-3} \cdot (3 \times 10^8)^2 \sim 2.8 \times 10^{14} \text{ J} \sim 78 \text{ GW} \cdot \text{h}$$

這比一座核能電廠一天產生的電能還多！

一個硬幣換一個電廠！

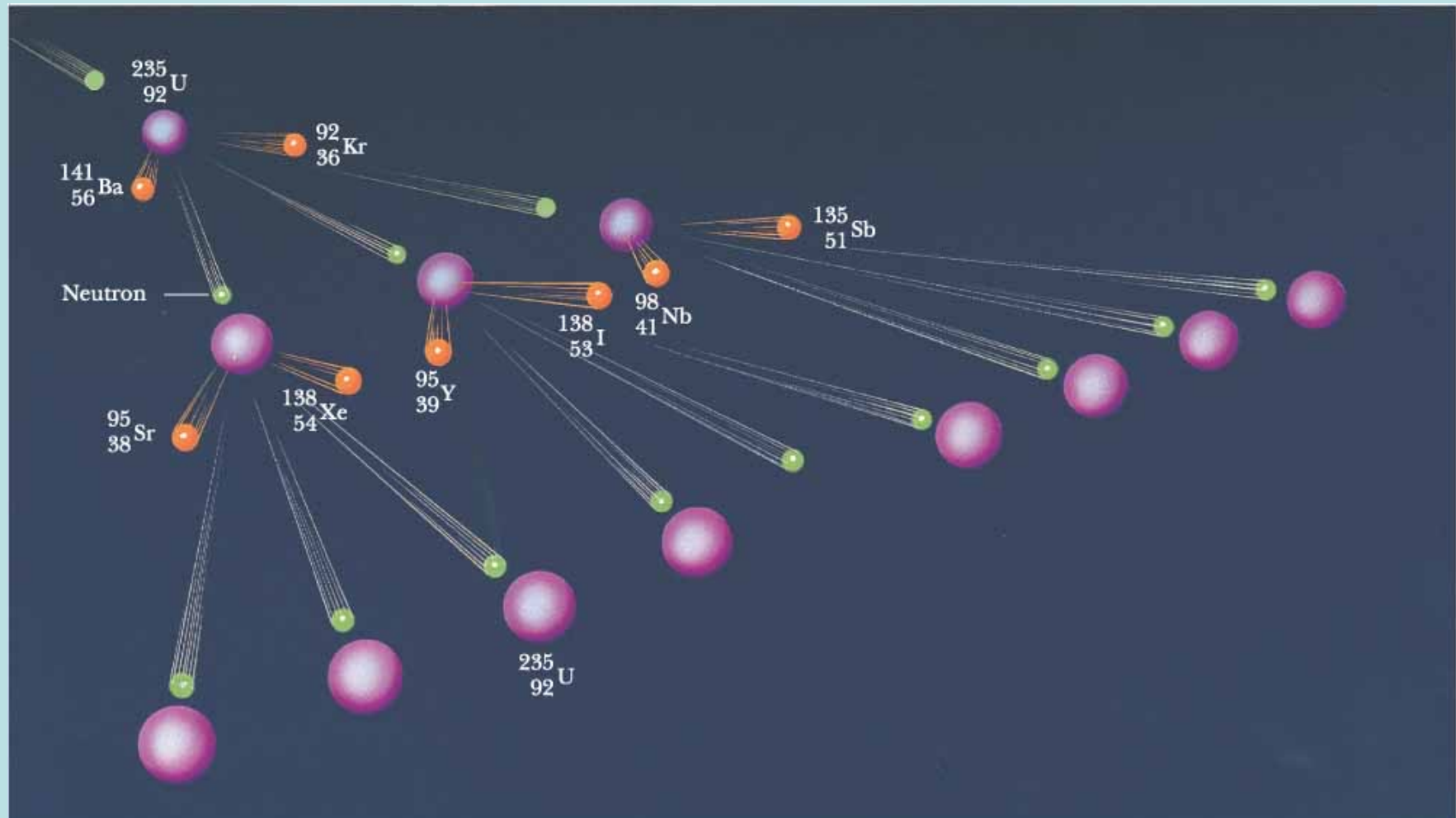


當某些較大原子核分裂為多個較小原子核後，總質量可以減少，稱核分裂。



總質量減少，消失的質量以能量形式釋出， $E = mc^2$ ，此能量的來源就是核力！

這核分裂過程可以在有序可控制情況下進行，Chain reaction



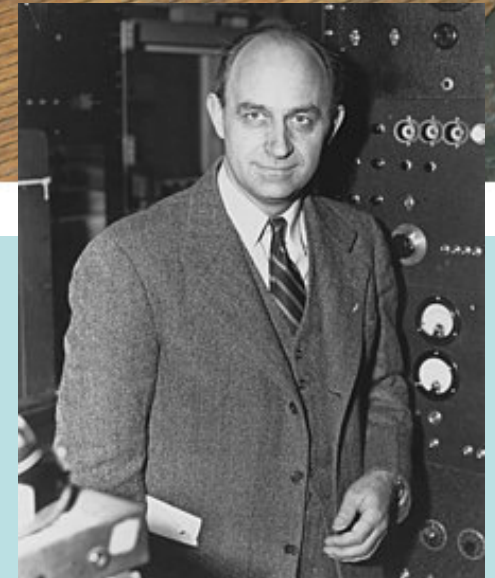
鈾的核分裂需要一個額外的中子來引發，因此原來是相對穩定。  
但一旦開始，鈾的核分裂會製造額外的中子，因此形成連鎖反應。  
因此可以以中子的數量來控制核分裂的速度。





© 2004 Thomson - Brooks/Cole

Enrico Fermi  
1901 –1954





## Atomic bomb



J. Robert Oppenheimer  
1904 –1967  
New York City

