普物期中考 Apr. 2025

1. 考慮如下圖周圍不絕熱的汽缸（斜線），以固定但也不絕熱之隔牆分為左右兩室（隔牆固定所以左右兩室壓力可以不同）。左室體積固定為$V\_{0}$，內含$1.0$莫耳、質量$0.004kg$的氦氣He（單原子分子，原子量$4$），起始溫度為$600 K$。

$R=8.31 J/mol·K$。$k≡\frac{R}{N\_{A}}=1.38×10^{-23}J/K$。一莫耳氣體有$N\_{A}=6×10^{23}$顆分子。

1. 計算氦氣中單一分子的動能平均值，以及單一分子的$v\_{rms}≡\sqrt{\left⟨v^{2}\right⟩\_{avg }}$。（15）

右室體積起始時亦為$V\_{0}$，內含$2.0質量、0.064kg$莫耳的氧氣$O\_{2}$（雙原子分子，分子量$32$），起始溫度亦為$600 K$。右室右方有一可移動活塞。活塞壓力維持為一大氣壓$1.0 atm=1.01×10^{5} Pa$。

1. 計算$V\_{0}$以及左室中氦氣的壓力。（8）

緩慢在維持一大氣壓等壓下，將活塞緩慢向左壓縮，過程結束後測得右室溫度為$300 K$。設過程進行緩慢，兩缸氣體分別個自與彼此都可以看成一直維持熱平衡。

1. 過程結束後，右室體積為$cV\_{0}，計算數值c。此時左室的氦氣溫度是多少$？（7）
2. 兩室中的氣體在過程中，分別放出或吸收多少$J$的熱量？（10）

$$He,V\_{0} $$

隔牆

$$1.0 atm $$

$$O\_{2}, 1.0 atm$$

解答：

1. 氣體內分子的平均動能

$$\left〈\frac{1}{2}mv^{2}\right〉=\frac{3}{2}kT=\frac{3}{2}×1.38×10^{-23}×600=1.24×10^{-20} J$$

$$v\_{rms}=\sqrt{\left⟨v^{2}\right⟩\_{avg }}=\sqrt{\frac{2}{m}\left⟨\frac{1}{2}mv^{2}\right⟩\_{avg }}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3×1.38×10^{-23}×600}{0.004/6×10^{23}}}=1.93×10^{3} m/s$$

1. 利用狀態方程式於右室的氧氣：

$$V\_{0}=\frac{nRT}{P}=\frac{2.0×8.31×600}{1.01×10^{5}}\~0.1 m^{3}$$

兩室大小、溫度一樣，莫耳數氧氣為兩倍，因此壓力亦為兩倍，因此氦氣壓力為$0.5 atm=5.1.×10^{4} Pa$

1. 利用狀態方程式於左式氦氣，前後壓力、莫耳數一樣，末溫為前溫的一半，因此體積亦為之前的一半：$0.5V\_{0}$。中間的隔牆為導熱，因此左右兩室維持熱平衡，因此溫度相等：左室溫度亦為$300 K$。
2. 左室氦氣為單原子分子氣體，進行定容過程，定容比熱為：$c\_{V}=\frac{3}{2}R=12.5$，過程降溫：

$$Q=n\frac{3}{2}R∆T=12.5×\left(300-600\right)=-3.75×10^{3} J$$

右室氧氣雙原子分子氣體，進行定壓過程，定壓比熱為：$c\_{P}=\frac{7}{2}R=29.1$。

$$Q=n\frac{7}{2}R∆T=2×29.1×\left(300-600\right)=-1.74×10^{4} J$$

 均放出熱量。

1. 韋伯太空望遠鏡能量的來源為太陽能板所吸收的太陽熱輻射。現在假設太陽是一個黑體，太陽表面的溫度為$5790K$，太陽半徑為$R\_{S}=7.0×10^{8}m$。黑體輻射的公式為：$P=σAT^{4}$，$σ=5.67×10^{-8}W/m^{2}K^{4}$。
2. 計算整個太陽表面所發出的黑體輻射的總功率為多少W。韋伯望遠鏡展開的太陽能板大約為$10.0m×15.0m$的長方形，假設其平面面積保持垂直於太陽的方向，且亦為黑體。韋伯望遠鏡是繞地球軌道運動，因此與太陽的距離，可以以太陽與地球的距離近似：$r\~1.5×10^{11}m$。計算太陽能板所吸收的太陽輻射總功率。(10)
3. 設太陽能板的溫度維持在$150K$，太陽能板也會發出熱輻射。忽略板的厚度，板的前後都是黑體。假設太陽能板吸收的能量扣除自身熱輻射的能量，完全轉化為望遠鏡的耗能，計算望遠鏡耗能的大小。(10)

解答：

1. 太陽熱輻射的總功率等於：$P\_{S}=σAT^{4}=5.7×10^{-8}×4π×\left(7×10^{8}\right)^{2}×5790^{4}=3.87×10^{26}W$。在太陽能板也就是地球的距離處，太陽的功率會平均分配在以$r\~1.5×10^{11}m$為半徑的球面上，每單位面積所接收的功率等於：$I=\frac{P\_{S}}{4πr^{2}}\~1368 W/m^{2}$。太陽能板接收的能量即：$IA=1368×10×15=2.05×10^{5}W$。
2. 太陽能板的溫度維持在$150K$，太陽能板發出熱輻射$P\_{A}=σAT^{4}=5.7×10^{-8}×150×150^{4}×2=8.6.×10^{3}W$。兩者的差：$\~1.96×10^{5}W$為望遠鏡的耗能。
3. 考慮如下圖一個正方ABCD，邊長為$a$。在對角的兩頂點A,D分別固定放置一電荷量為$Q$的電荷，如果要使點B上的電場為零，在點C處需固定放置多少電量之電荷（標明正負號，以$Q$表示）$(10)$？如果如此放置（使點B上的電場為零），計算在正方形的中心處（圖中箭頭所指處）的電場大小。$(10)$以上答案以$Q,a,ϵ\_{0}或k$表示。

A

B

C

D

解答：在對角的兩頂點A,D分別固定放置一電荷量為$ Q $的電荷時，點B處的電場沿對角方向，大小為$\frac{1}{4πϵ\_{0}}∙\frac{Q}{a^{2}}\sqrt{2}$，而在點C處固定放置$Q’$之電荷時的電場沿對角方向大小為$\frac{1}{4πϵ\_{0}}∙\frac{Q’}{2a^{2}}$，故為抵消電場，$Q’=-2\sqrt{2}Q$。

在正方形的中心處，來自A,D的電場恰好抵消。因此電場大小完全來自D的貢獻：$\frac{1}{4πϵ\_{0}}∙\frac{2\sqrt{2}Q}{\frac{1}{2}a^{2}}=\frac{1}{4πϵ\_{0}}∙\frac{4\sqrt{2}Q}{a^{2}}$。

1. 考慮如下的正立方體，邊長都是$L=0.3 m$。它的一角置於原點，立方體置於座標值皆為正的第一象限，如圖所示。設空間中的電場可以寫成

$$\vec{E}=\left(3.0 N/C∙m\right)x\hat{i}+(5.0 N/C∙m)y\hat{j}$$

式中$\hat{i},\hat{j}$為$x,y$方向的單位向量。計算通過正立方體表面，即圖中$S\_{1,2,3,4,5,6}$的總電場通量Electric Flux。請分別計算各個面，並列出各個面的通量。(20)

提示：電場方向是在$x-y$平面上。電場若與平面向量$\vec{A}$垂直，通量為零。

解答：電場方向是在$x-y$平面上。通過$S\_{2,4}$(平面向量$\vec{A}$沿$z$方向)的通量為零。

$S\_{5,6}$方向為$\hat{i}$$S\_{5}:Φ\_{E}=\vec{E}∙\vec{A}=3×0.3\hat{i}∙A\hat{i}=0.9×0.3^{2}=0.08 N/C∙m$

$$S\_{6}:Φ\_{E}=3×0 \hat{i}∙A\hat{i}=0 N/C∙m$$

$S\_{1,3}$方向為$\hat{i}$$S\_{3}:Φ\_{E}=\vec{E}∙\vec{A}=5×0.3\hat{i}∙A\hat{i}=1.5×0.3^{2}=0.14 N/C∙m$

$$S\_{1}:Φ\_{E}=5×0 \hat{i}∙A\hat{i}=0 N/C∙m$$

總電場通量：$Φ\_{E}=0.22 N/C∙m$。