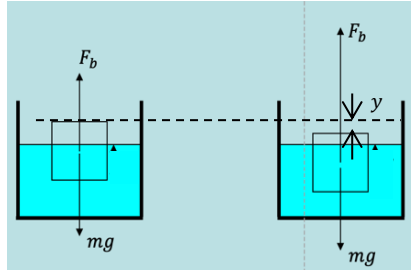


普物期末考

Dec 2024

- 1 一個木塊浮在水面上，將未施外力時的位置設為平衡點，如圖左。木塊可以因被施力下壓或反彈上升，以下壓時的低於平衡點的高度變化為 $+y$ ，反彈高於平衡點的高度為 $-y$ ，也就是以鉛直向下為 $+y$ 方向，如圖右。課堂上已介紹，此方塊（以平衡點為中點）之上下振動為一簡諧運動 SHM， $y = y_m \cos(\omega t + \phi)$ 。已知周期為 1.25 s 。現在施力將木塊下壓 0.10 m 後（ $y = 0.10 \text{ m}$ ）自靜止釋放。



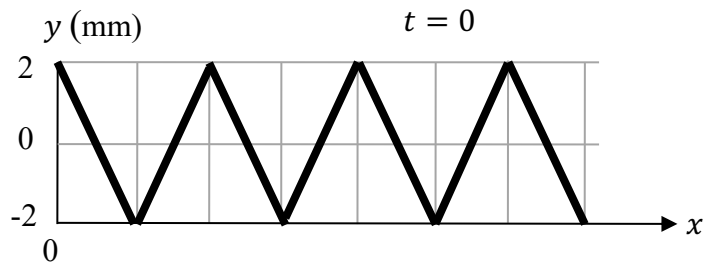
- A. 問在接下來的簡諧運動中，當木塊從 $y = 0.05 \text{ m}$ 移動到 $y = -0.05 \text{ m}$ ，最短需要多少時間 s ? (10)
- B. 當方塊到達 $y = 0.05 \text{ m}$ 時，移動速率是多少 m/s ? 提示：速率是位置微分。(10)

解答：

A. 因為是自靜止釋放， $\phi = 0$ ， $y = y_m \cos \omega t$ ，位移 $y = 0.05 \text{ m}$ 處的相角的餘弦為 $\frac{0.05}{0.10} = \frac{1}{2}$ ，所以可能是 $\pm 60^\circ$ 。 $y = -0.05 \text{ m}$ 處的相角為 $180^\circ \pm 60^\circ = 240^\circ, 120^\circ$ ，因此當木塊從 $y = 0.05 \text{ m}$ 移動到 $y = -0.05 \text{ m}$ ，最短時間發生在 60° 移動到 120° ，相角差為 60° ，需時 $T \cdot \frac{60}{360} = 0.21 \text{ s}$ 。

B. $\omega = \frac{2\pi}{T} \sim 5.0 \text{ s}^{-1}$ 。 $y = y_m \cos \omega t$ ， $v = \frac{dy}{dt} = -\omega y_m \sin \omega t$ ，位移 $y = 0.05 \text{ m}$ 處的相角的餘弦為 $\frac{1}{2}$ ，正弦函數即為 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $v = \omega y_m \sin 60^\circ = 0.1 \cdot 5.0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sim 0.43 \text{ m/s}$ 。

- 2 考慮一位於 x 軸上的弦，在弦上有一向 $+x$ 方向傳播的週期波，它的波型為鋸齒狀。在 $t = 0$ 時，波型如下圖所示， y 為在 x 處一小段弦垂直於弦方向的位置，弦無波經過時的位置為 $y = 0$ 。圖中 x 軸的單位未知， y 軸的單位是 mm 。弦上的波速已知為 10 m/s 。



- A. 測量得知此波的頻率為10Hz，計算此波的波長。(5)
- B. 在時間 $t = 0.05$ s時，位於 $x = 0.8$ m處的一小段弦，它的垂直方向位置 y 是多少mm？(8)
- C. 承上題，此段弦垂直方向速度是多少m/s？還要經過多久時間，它的垂直方向速度會改變方向？(7)

解答：

A. 波長為1.0 m。可見圖上 x 軸一格為0.5 m

B. 此波的週期為0.1 s，因此在時間 $t = 0.05$ s時，波型向右移動半個波長0.5 m。由圖知，在 $x = 0.5 - 1.0$ m之間，絃為一直線。在時間 $t = 0.05$ s時，位於 $x = 0.5$ m處的小段弦，垂直方向位移為2.0 mm，位於 $x = 0.75$ m處的小段弦，垂直方向位移為0.0 mm。如此可推知位於 $x = 0.8$ m處的弦，垂直方向位移為 $-\frac{0.05}{0.25} \cdot 2.0 = -0.4\text{mm} = -0.0004\text{m}$ 。

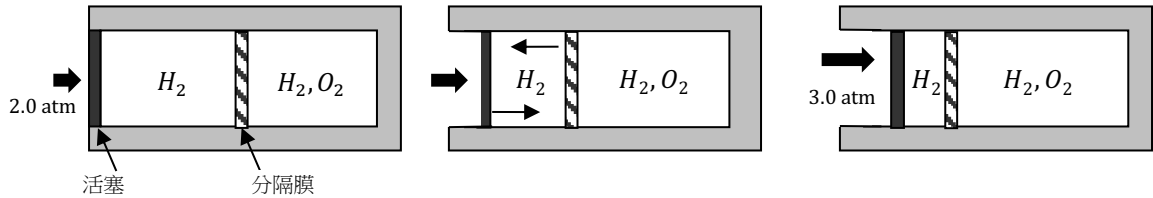
C. 因為在 $x = 0.5 - 1.0$ m之間，絃為一直線，故垂直方向速度與波速的比正好等於此直線的斜率，因此得垂直方向速度： $\frac{2}{0.25} \cdot 10 = 80\text{mm/s} = 0.08\text{m/s}$ 。
當最高點到達 $x = 0.8$ m處時，垂直方向速度會改變方向，而此時最高點在 $x = 0.5$ m，此點到達 $x = 0.8$ m處需時： $(0.8 - 0.5)/10 = 0.03\text{s}$ 。

- 3 考慮一個容器，左方有一可活動之活塞(圖中黑色方塊)。起始時，活塞右方空間總體積為 V_0 。體積 V_0 又以一半透膜(圖中斜線方塊，膜的厚度可以忽略)分割為大小相同的兩室(體積各是 $0.5V_0$) (下圖左)。容器內充滿氫氣，氫氣可以自由通過此半透膜，起始時活塞上之壓力為2.0 atm，氫氣溫度為 27°C 。膜右方的空間另有氧氣，氧氣無法通過半透膜。半透膜可左右活動，但一直維持使來自右方空間氧氣的分壓為1.0 atm。
實驗者開始增加活塞上的壓力，將活塞慢慢向右移動，在此過程中，氫氣溫度增加，同時半透膜會向左移動，如下圖中所示。觀察發現，當活塞與膜之間的空間體積為 $0.2V_0$

時，活塞上的壓力是 3.0 atm，如下圖右。假設此過程發生夠慢，氫氣與氧氣一直處於熱平衡狀態。本題中所有氣體皆可視為理想氣體。

A. 此時膜的右方空間的體積與 V_0 的比為多少？(10)

B. 此時氧氣溫度是多少 $^{\circ}\text{C}$ ？(10)



解答：設右室的體積為 xV_0 。根據熱力學第零定律，在右室中達成熱平衡的氫氣與氧氣溫度相等，而分隔膜對氫氣無影響，因此左右兩室的氫氣體溫度與壓力皆相等。

$$\text{對氫氣來說：} \frac{T_f}{P_f V_f} = \frac{T_i}{P_i V_i}, \frac{T_f}{3.0(0.2+x)V_0} = \frac{300}{2.0V_0}, T_f = 450(0.2+x)。$$

$$\text{對氧氣來說：} \frac{T_f}{P_f V_f} = \frac{T_i}{P_i V_i}, \frac{T_f}{1.0xV_0} = \frac{300}{1.0 \cdot 0.5V_0}, T_f = 600x。$$

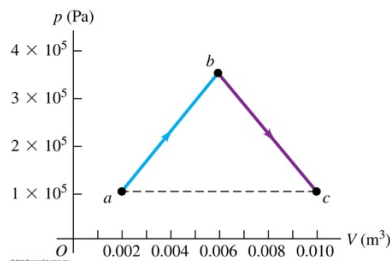
$$\text{兩式相等得 } x = 0.6。T_f = 360 \text{ K} = 87^{\circ}\text{C}。$$

$$\text{另解：} n = \frac{PV}{RT}, \text{ 可以得到 } n_{H_2} : n_{O_2} = \frac{2.0V_0}{300} : \frac{1.0 \cdot 0.5V_0}{300} = 4 : 1。$$

$$\text{莫耳數不變：} \frac{3.0(0.2+x)V_0}{T_f} : \frac{1.0xV_0}{T_f} = 4 : 1, \text{ 得 } x = 0.6。$$

- 4 考慮 0.25 莫耳可視為理想氣體的氦氣，狀態 a, b, c 的壓力分別是 $p_a = p_c = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$, $p_b = 3.6 \times 10^5 \text{ Pa}$ ，體積為 $V_a = 2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, $V_b = 6.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, $V_c = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ 。如圖所示。

$$R = 8.31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}。$$



A. 狀態 a, b, c 的溫度分別為多少K？(7)

B. 若是進行 PV 圖上水平直線過程 ac ，氦氣要吸熱 Q_{ac} 多少J？內能差 $E_c - E_a$ 為多少J？(8)

C. 若是進行 PV 圖上斜行直線過程 $a \rightarrow b \rightarrow c$ ，氦氣總吸熱 Q_{abc} 多少J？(10)

提示： $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$ 。 ΔE_{int} 與過程無關。

解答：

A. 狀態 a 的溫度： $T_a = \frac{PV}{nR} = \frac{1.0 \times 10^5 \times 0.002}{0.25 \times 8.31} = 96 \text{ K}$ 。 $T_c = 5T_a = 480 \text{ K}$ 。

狀態 b 的溫度 $T_b = \frac{PV}{nR} = \frac{3.6 \times 10^5 \times 0.006}{0.25 \times 8.31} = 1039 \text{ K}$ 。

B. 水平直線過程 ac 為等壓， $Q_{ac} = nc_p \Delta T = n \frac{5}{2} R \Delta T \sim 2000.0 \text{ J}$

狀態 c 與狀態 a 的內能差 $E_c - E_a = n \frac{3}{2} R \Delta T = 1200 \text{ J}$ 。

C. 內能差不變： $Q_{ac} - W_{ac} = Q_{abc} - W_{abc}$ 。

$$W_{abc} - W_{ac} = \text{三角形面積} = 2.6 \times 10^5 \times 8.0 \times 10^{-3} / 2 = 1040 \text{ J}$$

$$Q_{abc} = 2000 - 1040 = 3040 \text{ J}$$

另解 $E_c - E_a = Q_{abc} - W_{abc} = 1200 \text{ J}$ ，

$$W_{abc} = \text{兩個梯形面積} = 2 \times (3.6 + 1) \times 10^5 \times 4.0 \times 10^{-3} / 2 = 1840 \text{ J}$$

$$Q_{abc} = E_c - E_a + W_{abc} = 3040 \text{ J}$$

- 5 在一個 20°C 的大空間內， 10kg 的冰由 0°C 溶化為 0°C 的水，過程中，空間的溫度維持 20°C 。計算冰水系統的熵差以及空間環境的熵差。總熵差是正值還是負值？每 kg 冰的融化熱為 334kJ 。(15)

解答：冰水系統 $\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{334 \times 10^3 \times 10}{273} = 1.22 \times 10^4 \text{ J/K}$ ，

$$\text{空間環境} \Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{-334 \times 10^3 \times 10}{293} = -1.13 \times 10^4 \text{ J/K}。$$