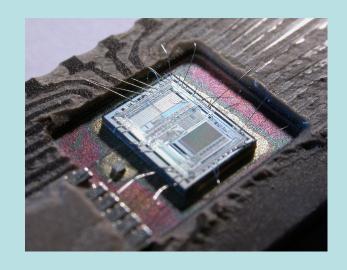
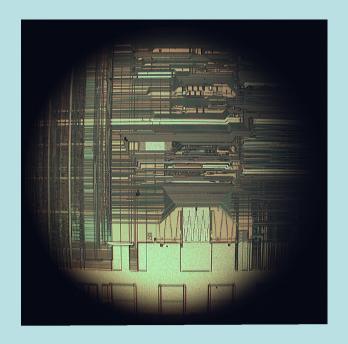
電流

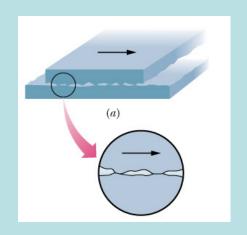








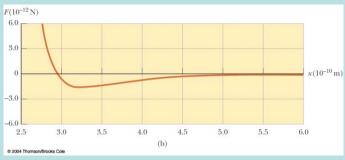
## 從微觀的角度來看,摩擦力分解開來後,和巨觀的圖像非常不一樣!





摩擦力可以分解為較基本的原子力的組合!



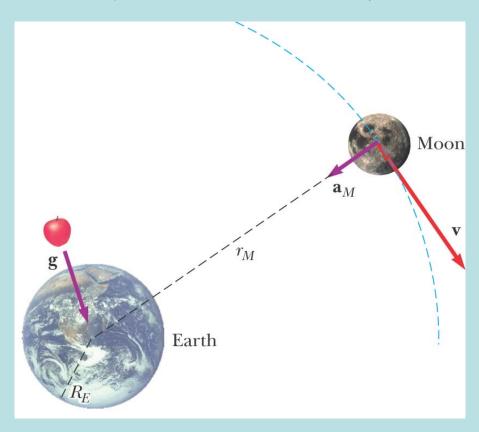


原子力又可以分解為基本的電磁力的組合!



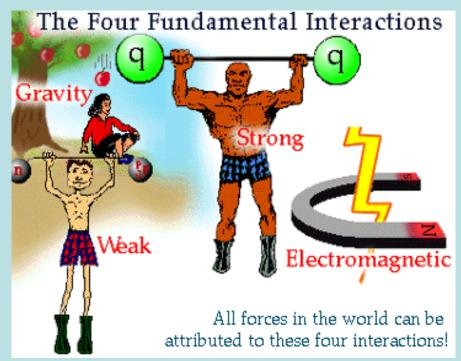
電磁力

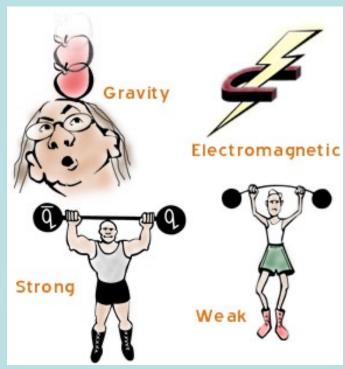
# 萬有引力就不一樣!它無法再分解為其他作用力的組合!

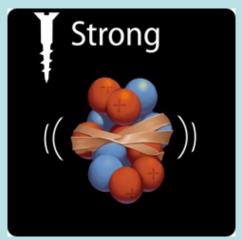


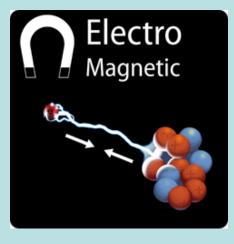
基本交互作用力!

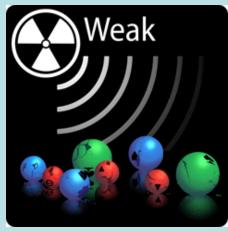
### 宇宙間的所有力都可以分解為四個基本交互作用









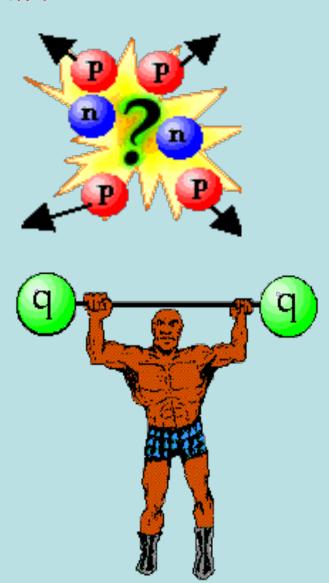




# 核力或強作用力



What holds them together?



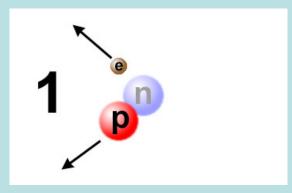
## 弱交互作用 Weak Interaction

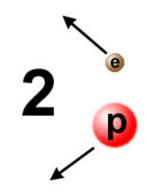
## 衰變的交互作用:

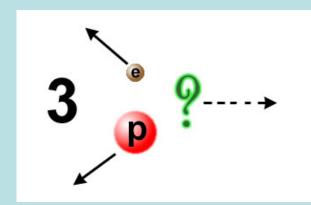
β衰變

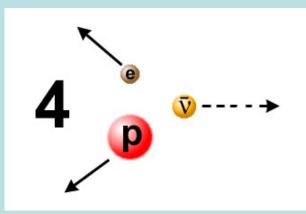
$$n^0 \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$





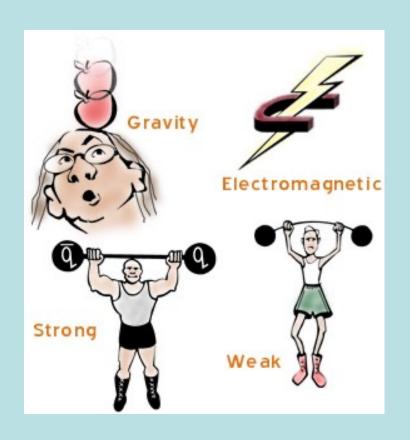






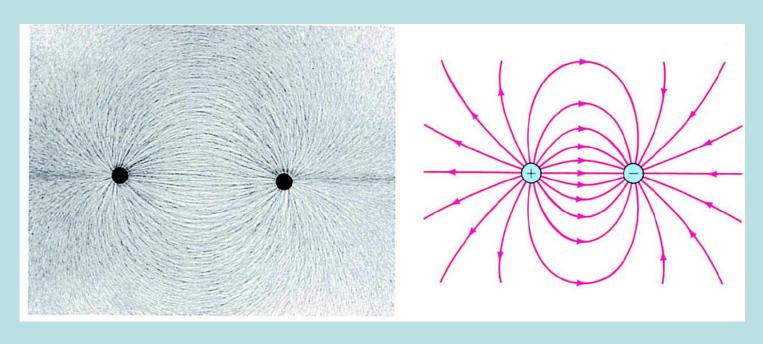


Weak



強力與弱力都有很小的範圍,因此只在微觀世界才能觀察的到! 重力太過微弱,在日常生活也只扮演有限角色! 可以說,日常自然就是電磁作用的個人秀!

## 電磁學 Electromagnetism



電磁作用乍看是電荷與電荷之間的力。

但電磁場才是我們討論的主角(而不是電荷與電流)。

 $\vec{E}(\vec{r},t), \vec{B}(\vec{r},t)$ 

電磁場是多變數函數,偏微分會是我們主要的工具。

### 電磁力的基本定律:

## Maxwell Equations, Finally

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

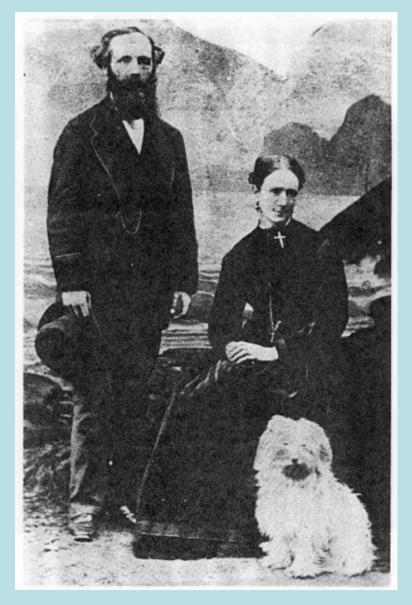
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

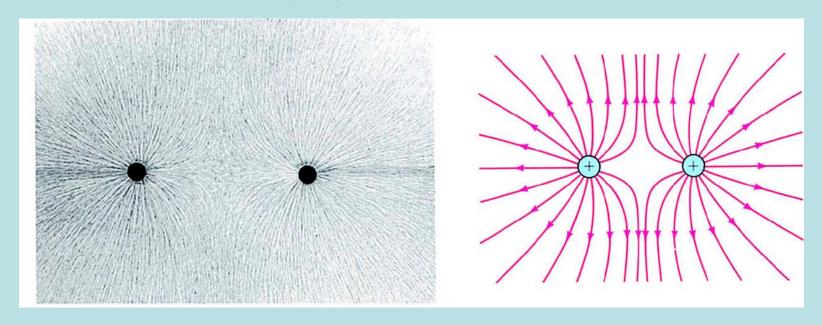
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

# James Clerk Maxwell (1831-1879)





#### 靜電學 Electrostatics



 $\vec{E}(\vec{r},t), \vec{B}(\vec{r},t)$ 



 $\vec{E}(\vec{r}), \vec{B}(\vec{r})$ 

先討論與時間無關的場。

電荷與電流都是穩定而與時間無關。

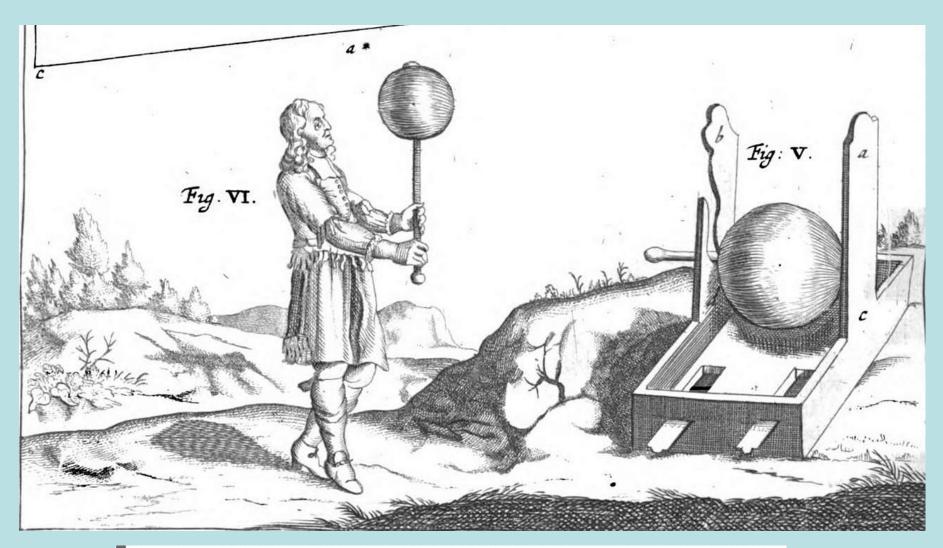
靜止的粒子幾乎沒什麼可以研究! 但與時間無關的場的花樣卻已經非常特別

## 靜電交互作用在巨觀世界就可以很容易觀察的到!

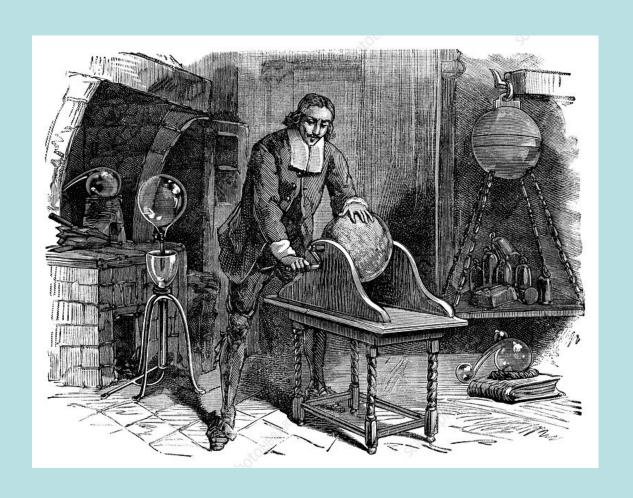
## Electricity 電力

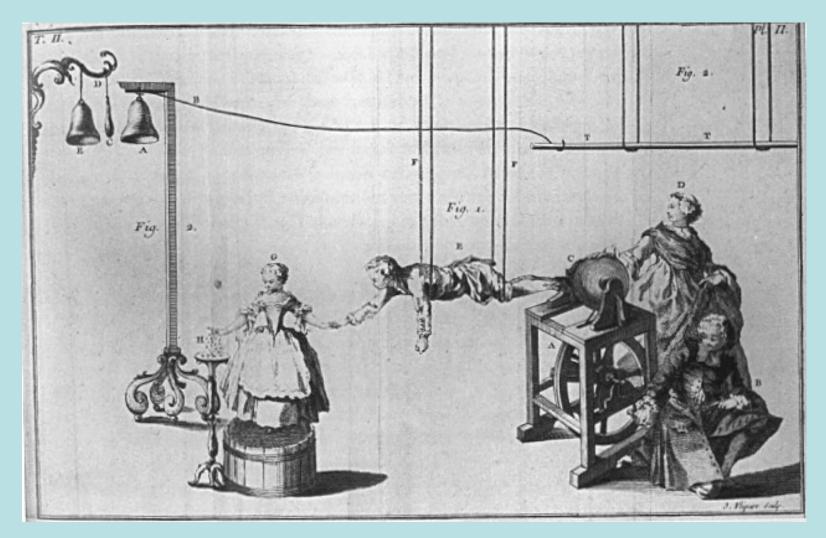


摩擦後的物體可以吸引其他較輕的物體。

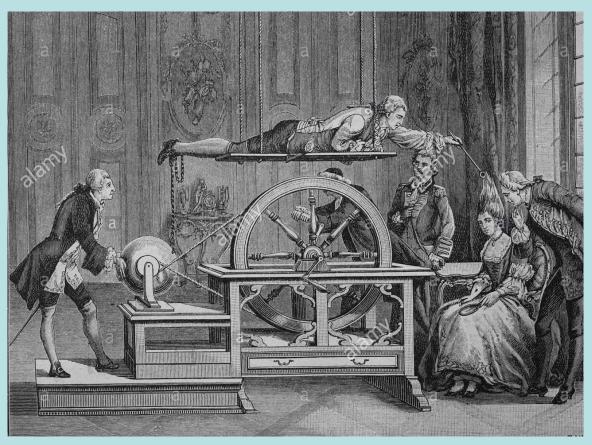


第一部能產生靜電的機器,是在 1663 年由 Otto von Guericke 所製造。 旋轉的硫磺球因與手摩擦而帶電。 Guericke 證明,一帶電的羽毛可由 此球的斥力作用而懸浮在空中。



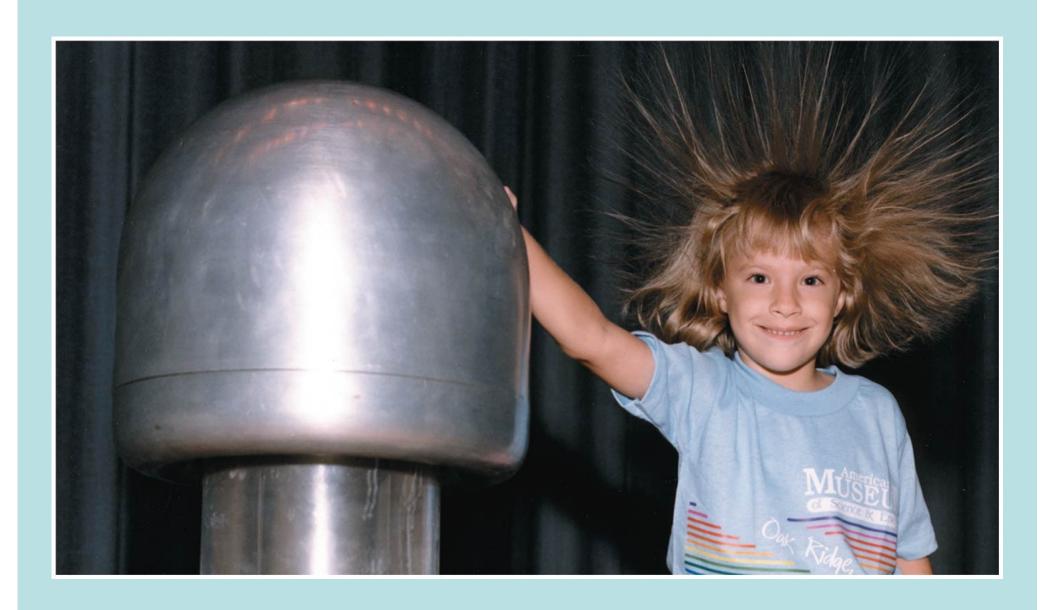


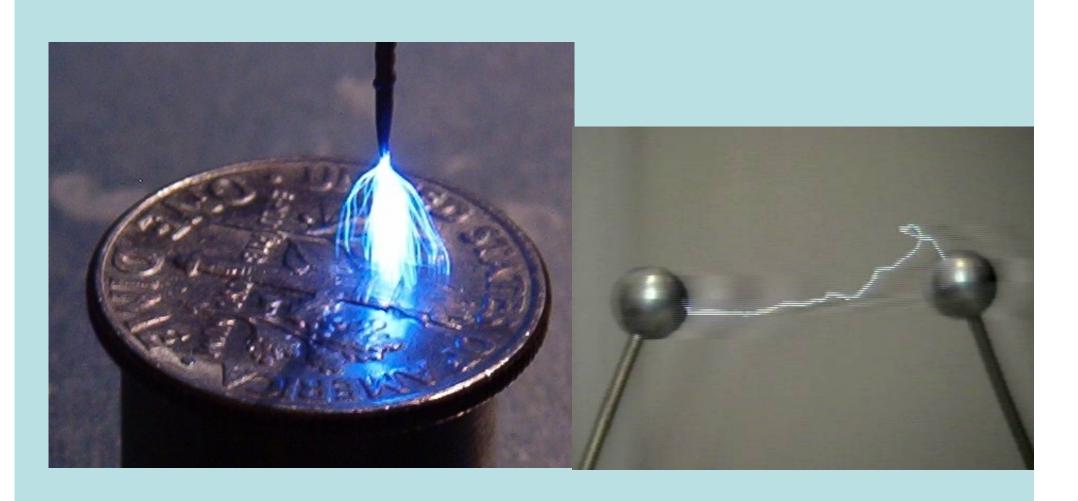
This engraving is taken from William Watson's 1748 work. A rotating crank generates electricity which is transferred to the shoes of a boy suspended on silk ropes. The boy in turn transmits a genteel shock to the girl who is standing on a tar-covered barrel. Her other hand is probably extended to attract feathers or small pieces of paper.



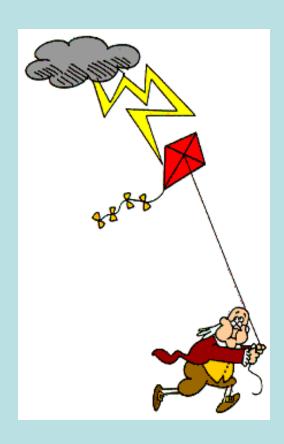
Electric party

A turkey is to be killed for dinner by the electric shock, and roasted by the electric jack, before a fire kindled by the electrified bottle; when the healths of all the famous electricians of England, France, Holland, and Germany, are to be drunk in electrified bumpers, under the discharge of guns from the electrical Battery.



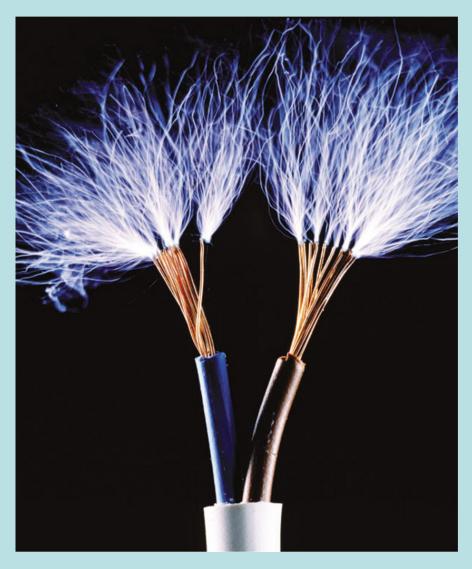


Spark 電火花



Franklin發現電有正負兩種。 正負電會中和,並發出火光。

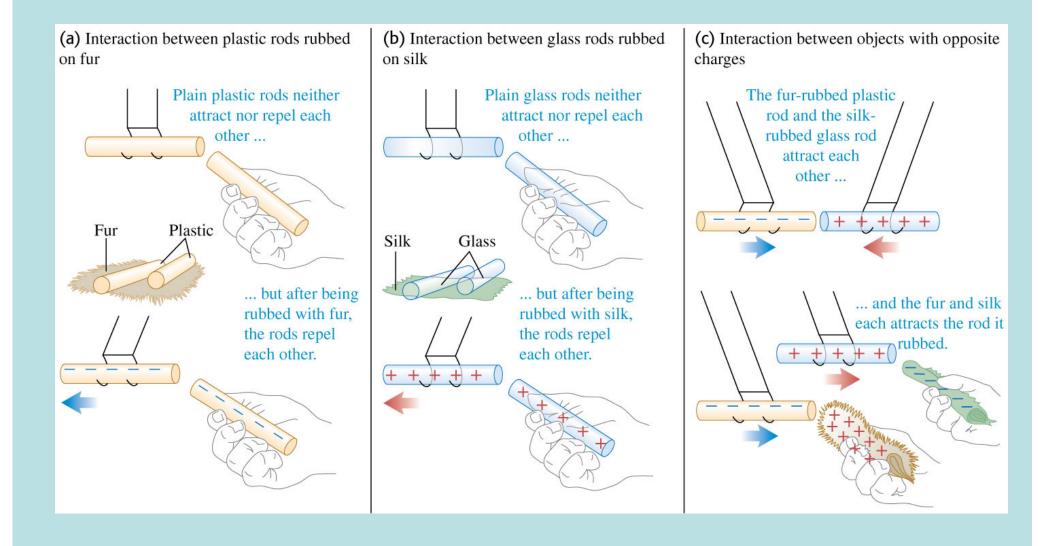


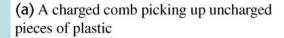


當電場超越一臨界值後,空氣中原子會被游離,離開原子的電子撞擊其他原子時便會發光,因此光是沿電子導電的路徑!

### Franklin發現電有正負兩種。

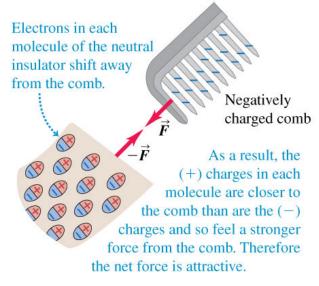
電有吸力,也有斥力 同性相斥,異性相吸。

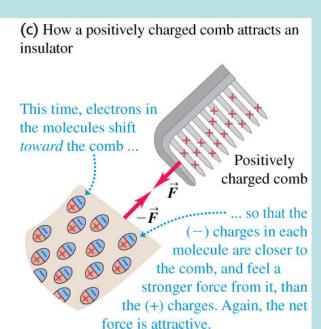






**(b)** How a negatively charged comb attracts an insulator

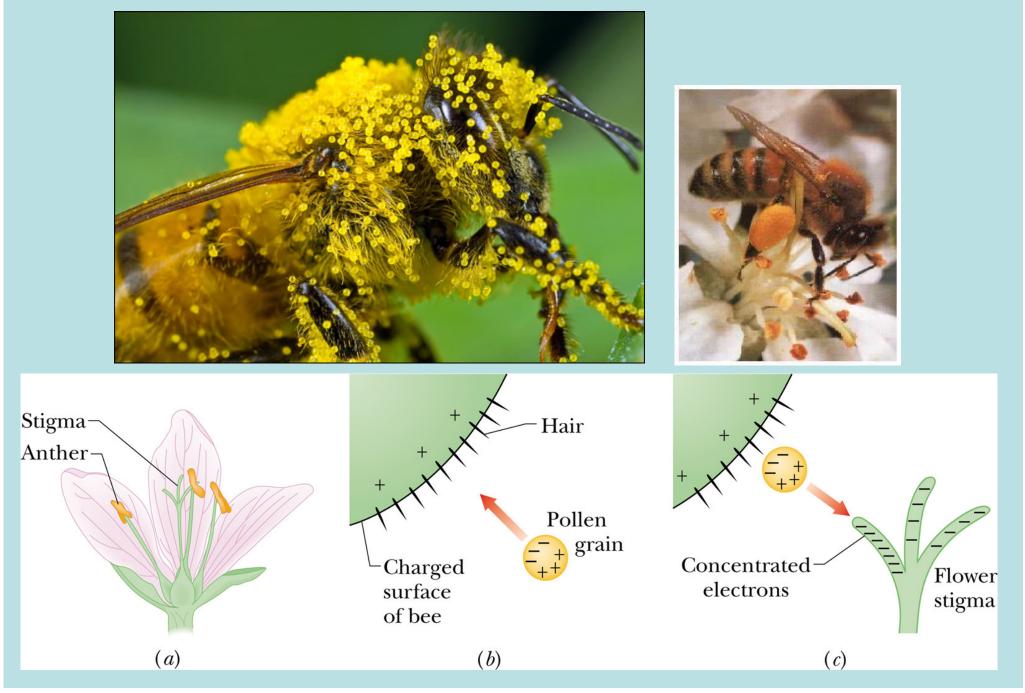




© 2012 Pearson Education, Inc.

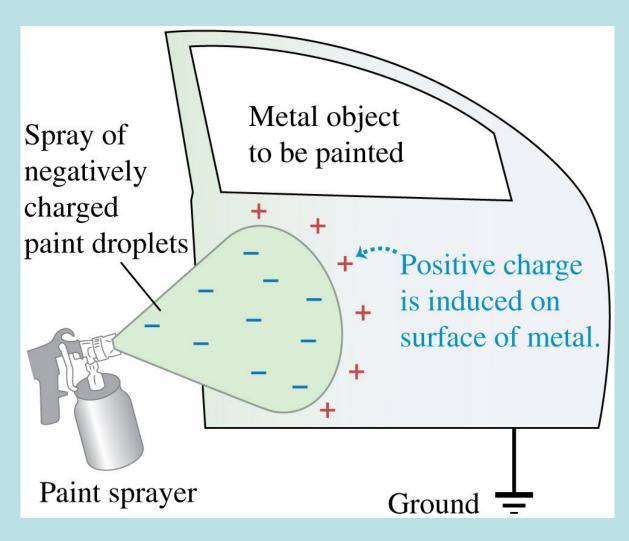
帶電的物體可以感應不帶電的物體,使此物體內異性電靠近而被吸引。

# 靜電力在自然現象扮演重要角色!

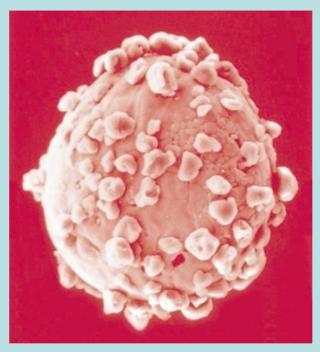


# Electrostatic painting

Induced positive charge on the metal object attracts the negatively charged paint droplets.

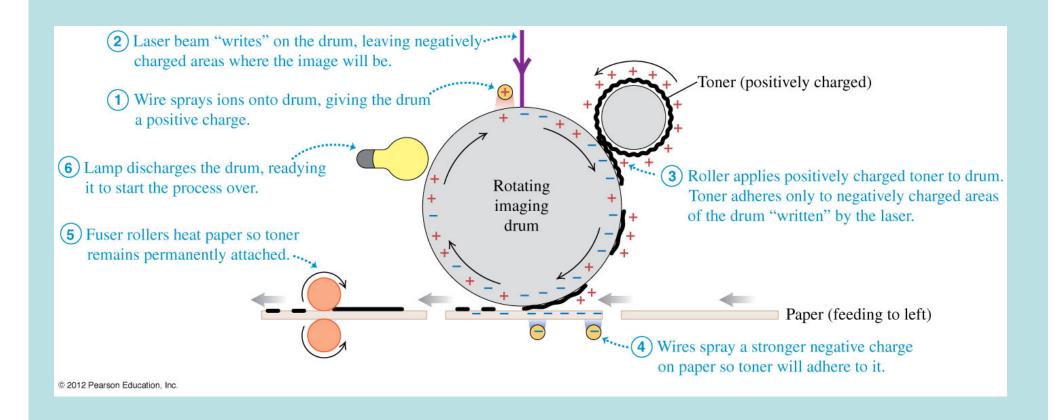








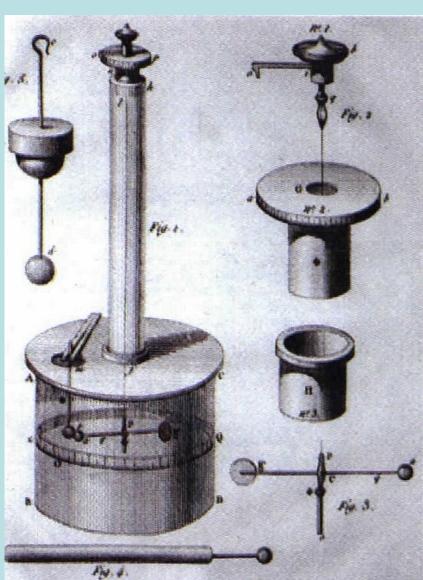
影印機印表機就是利用靜電!

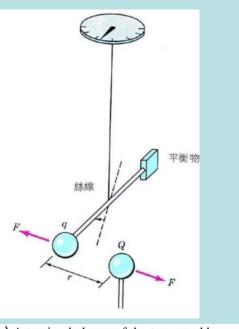


## Coulomb 將電學研究量化

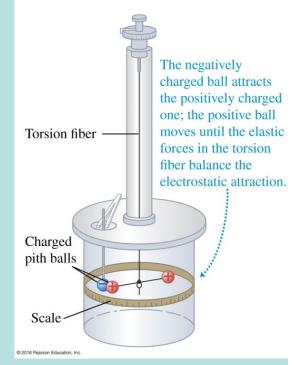
Charles-Augustin de Coulomb 1736 –1806 陸軍工程師

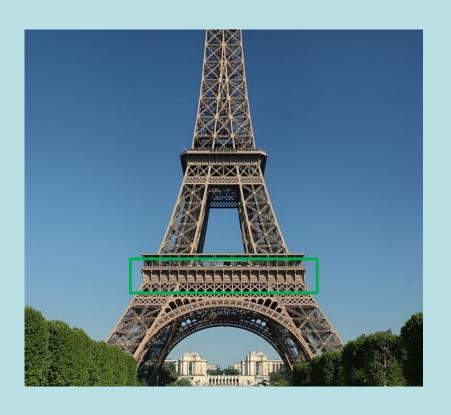






(a) A torsion balance of the type used by Coulomb to measure the electric force



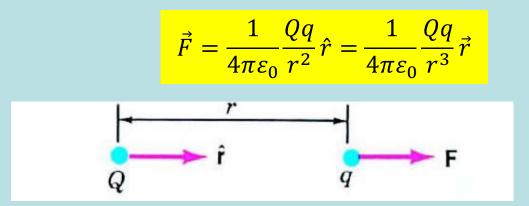




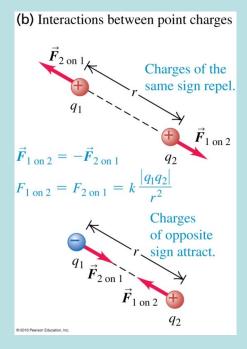
The South-East side (also known as the Military School side)



It follows therefore from these three tests, that the repulsive force that the two balls — [which were] electrified with the same kind of electricity — exert on each other, follows the inverse proportion of the square of the distance. Coulomb 1785

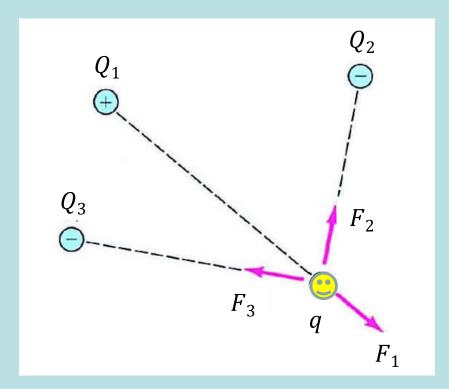


庫倫定律



電荷單位:一 coulomb 電荷等於1/(1.602176634×10<sup>-19</sup>) 電子電荷!

#### 力可以疊加!

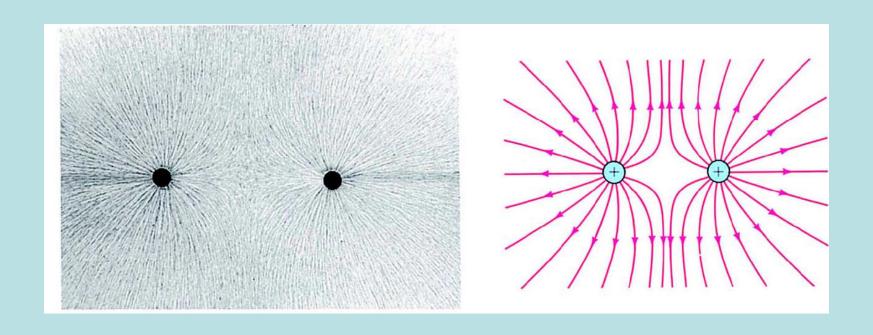


考慮一個可動的小電荷q,周圍的固定電荷分布為 $Q_i$ 。 靜電力向量可以疊加,意思是各個電荷各自的靜電力不互相干擾。 小電荷q所受的總靜電力為個別電荷 $Q_i$ 所施靜電力 $\vec{F}_i$ 的疊加:

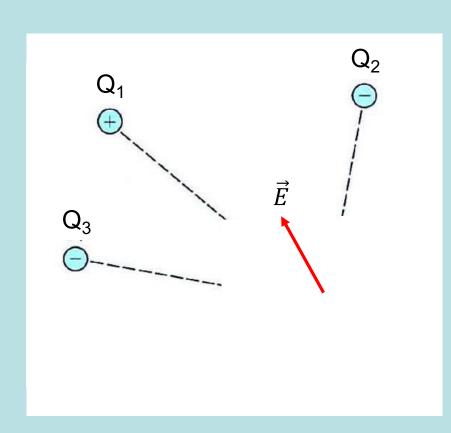
$$\vec{F} = \sum_{i} \vec{F}_{i} = \sum_{i} \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{Q_{i}q}{r_{i}^{2}} \hat{r}_{i}$$
  $r_{i}$ 是 $Q_{i}$ 與 $q$ 的距離

有了庫倫定律,原則上所有的靜電問題都解決了

電場 Electric field



 $\vec{E}(\vec{r})$ 



$$\vec{F} = \sum_{i} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_i q}{r_i^2} \hat{r}_i$$

電荷量q可以從複雜的式子中提出來:

$$= \left(\sum_{i} \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{Q_{i}}{r_{i}^{2}} \hat{r}_{i}\right) \cdot q = \vec{E} \cdot q$$

電場 Electric Field

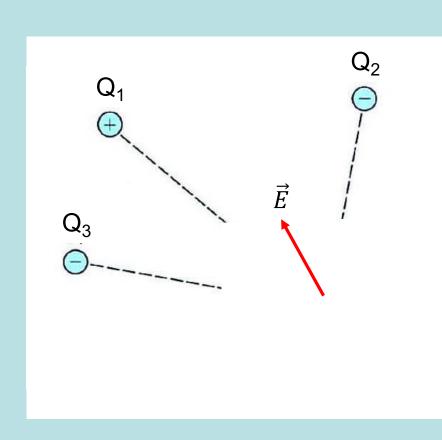
電場 $\vec{E}$ 只與q的位置相關,與q的電荷量無關 想像q漸漸趨近於零 $q \to 0$ …電場 $\vec{E}$ 應該依舊存在吧!



雖然無人在觀賞享受美景 美景依舊存在!

空山不見人, 但聞人語響, 返影入深林, 復照青苔上。





$$\vec{F} = \left(\sum_{i} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{r}_i\right) \cdot q = \vec{E} \cdot q$$

$$\vec{E} = \sum_{i} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

電場與q的電荷量無關。

由固定電荷 $Q_i$ 及q的位置決定。

# 電場 (产)是空間的性質。

每一點都有 $\vec{E}(\vec{r})$ ,電場遍佈整個空間。電場可以為零,但永遠存在。

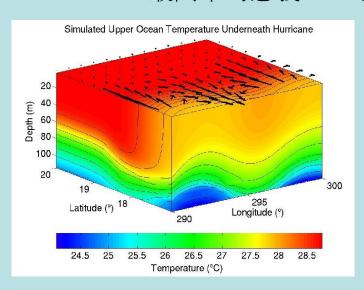
電場就是會讓位於當地的電荷q得到靜電力 $q \cdot \vec{E}$ 的空間的物理性質。電場是由固定電荷 $Q_i$ 在空間各處產生。

# 場 Field



田野

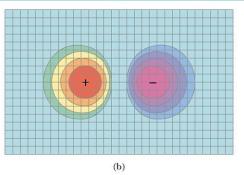
在空間任一點,都可以作的一個物理測量, 所測得值可以為零,但作為一個測量結果,不會不存在! 最簡單的意義上,場就是一個空間的函數。



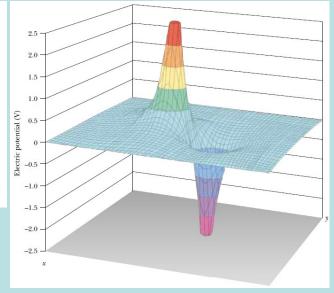
這個測量量可以是一個純量:純量場

T(x, y, z, t)

溫度場



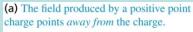
**Figure 25.8** (a) The electric potential in the plane containing a dipole. (b) Top view of the function graphed in part (a).

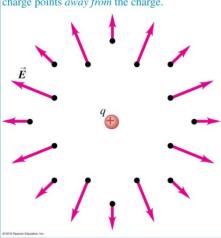


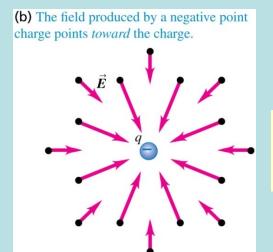
V(x, y, z, t)

電位場

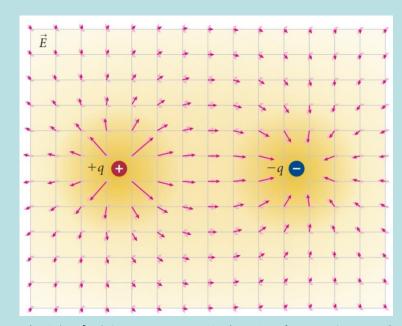
### 這個測量量也可以是一個向量:向量場,例如靜電場!







$$\vec{E}(x, y, z, t) = \frac{\vec{F}}{q}$$



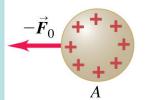


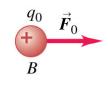
在許多情況下,這個漫布於空間中的場,有一個整體性,有自己的規則。 某處的場的變化,會由周圍附近的場來決定!有點像水面的感覺。

### Electric Field

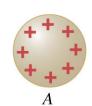
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

(a) A and B exert electric forces on each other.





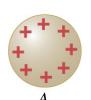
**(b)** Remove body  $B \dots$ 



... and label its former position as P.



(c) Body A sets up an electric field  $\vec{E}$  at point P.



Test charge  $q_0$ 

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

 $\vec{E}$  is the force per unit charge exerted by A on a test charge at P.

© 2016 Pearson Education, Inc.

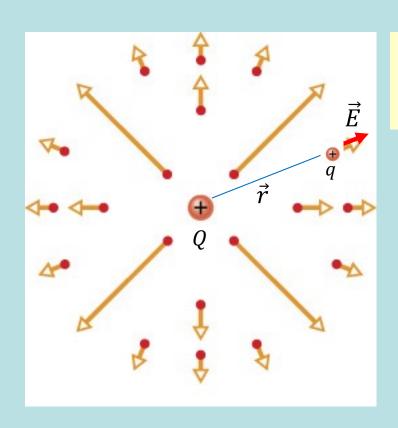
$$\vec{E} = \sum_{i} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

計算方法

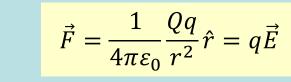
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

定義

## 單一個點電荷周圍的電場



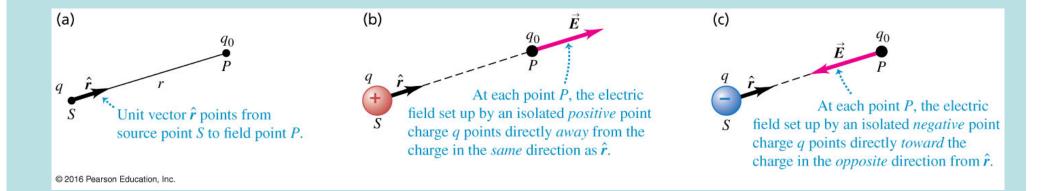
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{1} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

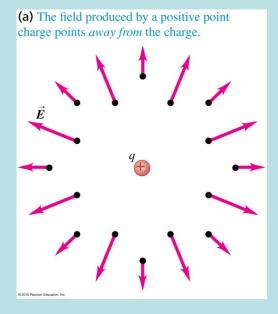


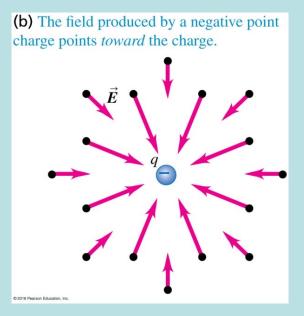


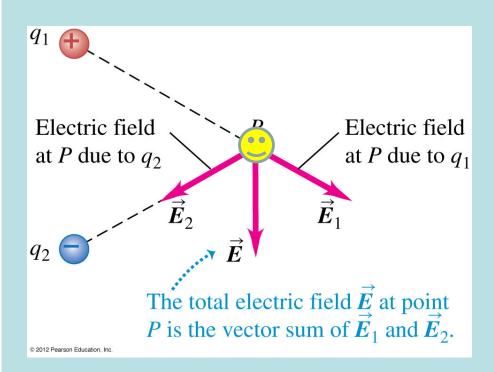


$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$









小電荷所受的總電力等於個別電力的疊加

$$\vec{F} = \sum_{i} \vec{F}_{i} \qquad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

小電荷移開後,空間中總電場等於個別電場的向量疊加!

$$\vec{E} = \sum_{i} \vec{E}_{i}$$

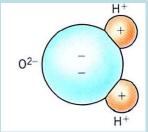
一個電荷的電場

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

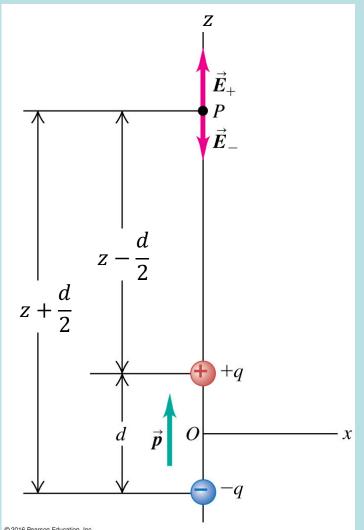
一群電荷的電場

$$\vec{E} = \sum_{i} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

### 由兩個相反電荷組成的電偶極 Electric Dipole



$$E=E_++E_-=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{\left(z-\frac{d}{2}\right)^2}-\frac{q}{\left(z+\frac{d}{2}\right)^2}\right]$$
 遠看電偶極如點一般。



$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 z^2} \left[ \frac{q}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{q}{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2} \right]$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0z^2}\left[\left(1-\frac{d}{2z}\right)^{-2}-\left(1+\frac{d}{2z}\right)^{-2}\right]$$

$$\sim \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2} \left[ \left( 1 + \frac{d}{z} \right) - \left( 1 - \frac{d}{z} \right) \right] = \frac{qd}{2\pi\varepsilon_0 z^3} \equiv \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{p}{z^3}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{p}{z^3} \qquad p = qd \qquad (1+a)^b \sim 1 + ab \quad a \ll 1$$

$$p = qd$$

$$d \ll z \to \frac{d}{z} \ll 1$$

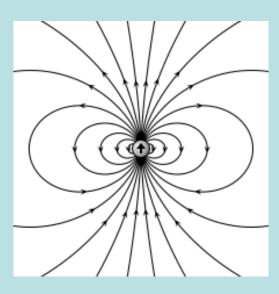
可用二項式定理:

$$(1+a)^b \sim 1 + ab \ a \ll 1$$

$$\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^{-2} \sim 1 + \frac{d}{z}$$

# 由兩個相反電荷組成的電偶極 Electric Dipole

$$E = E_{+} + E_{-} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \left[ \frac{q}{\left(z - \frac{d}{2}\right)^{2}} - \frac{q}{\left(z + \frac{d}{2}\right)^{2}} \right]$$



遠看電偶極如點一般。

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{p}{z^3} \qquad p = qd$$

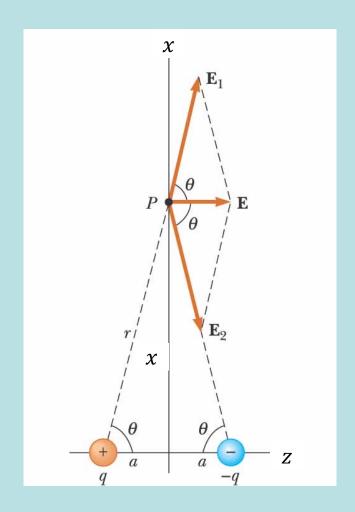
$$p = qd$$

z是測量點與如點一般的電偶極的距離。

電偶極的電場 E 隨距離z的三次方成反比。

電場完全由電偶極矩p決定!電偶極矩p還有一自然的方向。

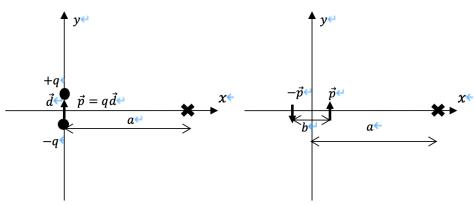
$$\vec{p} = q\vec{d}$$
 電偶極矩向量 $\vec{p}$ 。

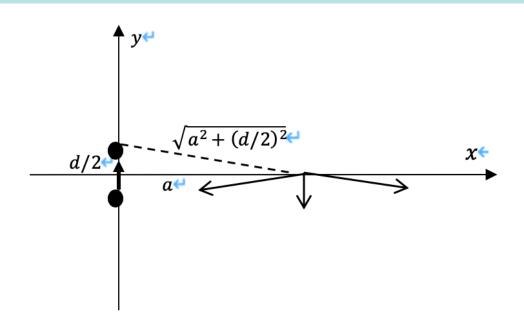


電偶極的電場E隨距離的三次方成反比這個性質在其他方向也成立!

- 1. 電偶極是由距離很靠近,電荷量分別為+q、-q的兩個電荷所構成。將-q指向+q的向量設為 $\vec{d}$ ,電偶極矩向量 $\vec{p}$ 定義為 $q\vec{d}$ 。可以證明在一個電偶極周圍,距離遠大於d處的電場完全由 $\vec{p}$ 決定。 $\leftarrow$ 
  - A. 在原點處放一電偶極,其電偶極矩大小為p,方向指向+y的方向,如下圖左所示。在 x軸上座標(a,0)處,當 $d \ll a$ 時,靜電場強度近似於 $c_1 \frac{1}{a^3}$ 。計算 $c_1$ 。(10)년
  - B. 將此電偶極移至x軸上座標(b/2,0)處,同時在x軸上座標(-b/2,0)處固定置放另一個電偶極大小同為p、但方向指向-y的電偶極,如下圖右所示,假設 $d \ll b \ll a$ 。在x軸上座標(a,0)處,靜電場強度近似於 $c_2\frac{1}{a^4}$ 。計算 $c_2$ 。(10) $\leftarrow$

提示:因為 $d \ll b$ ,電偶極所產生的電場,可以直接運用題 A 的近似結果 $(c_1 \frac{1}{a^3})$ 來計算。 作近似計算時,可以直接使用二項式定理:當 $x \ll 1$ , $(1+x)^k \sim 1 + kx$ ,此式對任意實數 k都成立。 $\leftarrow$ 





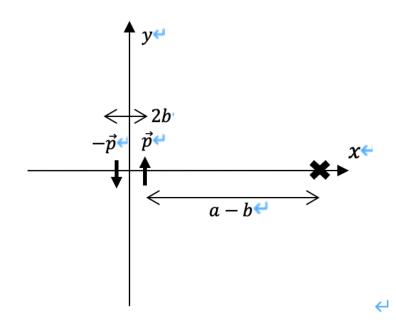
在x軸上座標(a,0)處,兩電荷的電場的x方向分量抵消,靜電場近似等於 $\leftarrow$ 

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{a^2 + (d/2)^2} \frac{d/2}{\sqrt{a^2 + (d/2)^2}} \cdot 2 \sim \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qd}{a^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{a^3}$$

 $\leftarrow$ 

因此
$$c_1 = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \circ \leftarrow$$

### B. 將上題的結果代入: ←



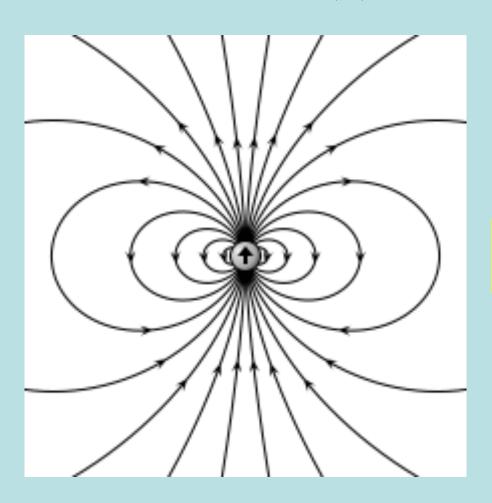
電場等於:←

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{(a-b/2)^3} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{(a+b/2)^3}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{a^3} \left[ \left( 1 - \frac{b}{2a} \right)^{-3} - \left( 1 + \frac{b}{2a} \right)^{-3} \right] \leftarrow$$

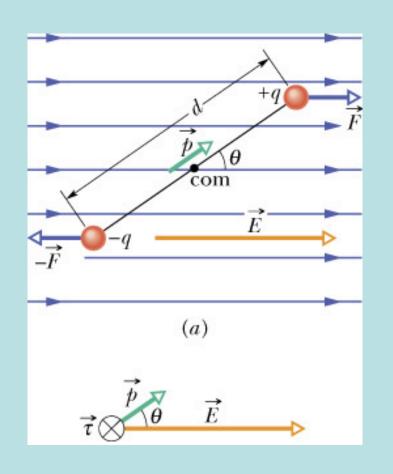
$$\sim \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{a^3} \left[ \left( 1 + \frac{3b}{2a} \right) - \left( 1 - \frac{3b}{2a} \right) \right] = \sim \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{3pb}{a^4} \leftarrow$$
因此 $c_2 = \frac{3pb}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{3qdb}{4\pi\varepsilon_0} \circ \leftarrow$ 

# 電偶極周圍的電場



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3} [3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]$$

### 在均勻電場中的電偶極



受力為零。

力作用點不同,力矩不為零:

$$\tau = F \cdot \frac{d}{2} \sin \theta \cdot 2 = qd \cdot E \cdot \sin \theta = |\vec{p} \times \vec{E}|$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

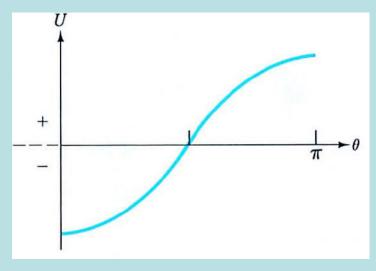
電偶極的行為完全由電偶極矩決定!

角度改變時,此力矩會做功, 電偶極在電場中的行為,可以定義一個位能來研究。

$$-W = -\int_{\theta_1}^{\theta_2} (-d\theta) \cdot \tau = -\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \cdot pE \sin \theta = -pE \cos \theta_2 + pE \cos \theta_1 = -\Delta (\vec{p} \cdot \vec{E}) \equiv \Delta U$$

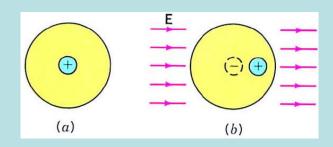
$$U \equiv -\vec{p} \cdot \vec{E}$$
 位能只與角度有關

此式只要電場在電偶極的範圍內幾乎均勻即可成立!

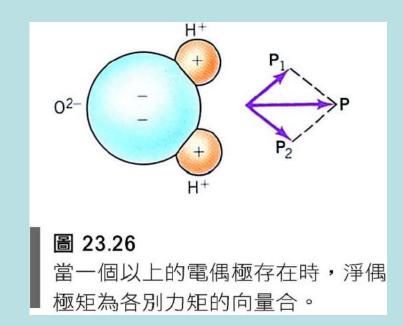


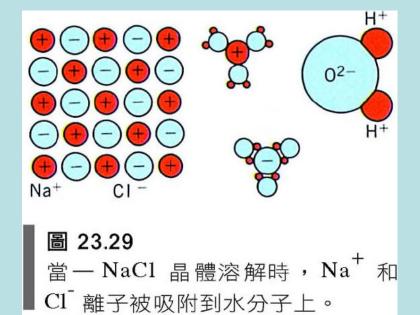
電偶極會趨向電偶極矩與電場方向相同。

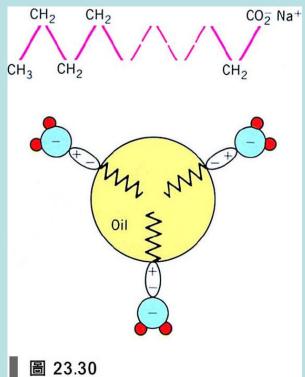
## 分子或原子的電偶極可以由外加電場引生!



# 也可能是永久的,例如水分子。







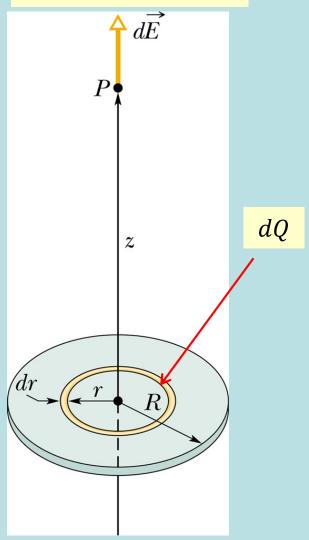
肥皂分子有一極化端及一非極化 端。非極化端易與油滴結合,而極 化端點則和水分子結合。

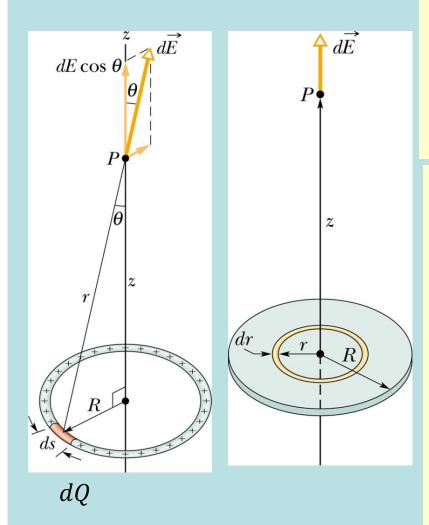
若電荷分布是連續的,則將電荷分布分解一系列的小電荷dQ 電場可以有電荷分布處的體積分來計算

$$\vec{E} = \sum_{i} \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{Q_{i}}{r_{i}^{2}} \hat{r}_{i}$$

$$dE \cos\theta$$

$$\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2} \cdot dQ$$





$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{(R^2 + z^2)} dQ$$

$$dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{(R^2 + z^2)} \cdot \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} dQ$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \cdot dQ \rightarrow$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \cdot \sigma(2\pi r dr)$$

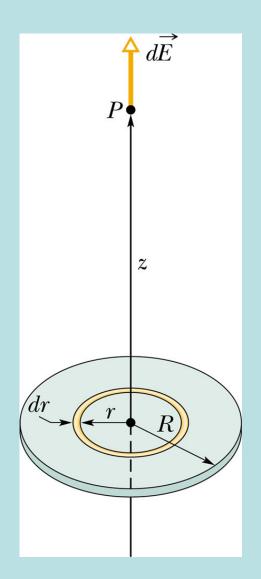
$$E = \int_{0}^{R} \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{z}{(r^{2} + z^{2})^{3/2}} \cdot \sigma(2\pi r dr)$$

$$= \int_{0}^{R} \frac{1}{4\varepsilon_{0}} \frac{\sigma z}{(r^{2} + z^{2})^{3/2}} \cdot (2r dr)$$

$$= \frac{\sigma z}{4\varepsilon_{0}} \int_{0}^{R} \frac{1}{(r^{2} + z^{2})^{3/2}} \cdot dr^{2} = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_{0}} \int_{z^{2}}^{R^{2} + z^{2}} \frac{1}{X^{3/2}} \cdot dX$$

$$= -\frac{\sigma z}{2\varepsilon_{0}} \left( \frac{1}{X^{\frac{1}{2}}} \Big|_{z^{2}}^{R^{2} + z^{2}} \right) = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_{0}} \left[ \frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^{2} + z^{2}}} \right]$$

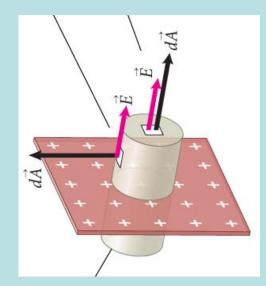
### 帶電圓盤的電場



$$E = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0} \left[ \frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right]$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left[ 1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \to \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{ if } R \to \infty$$

## 無限大帶電平板的電場



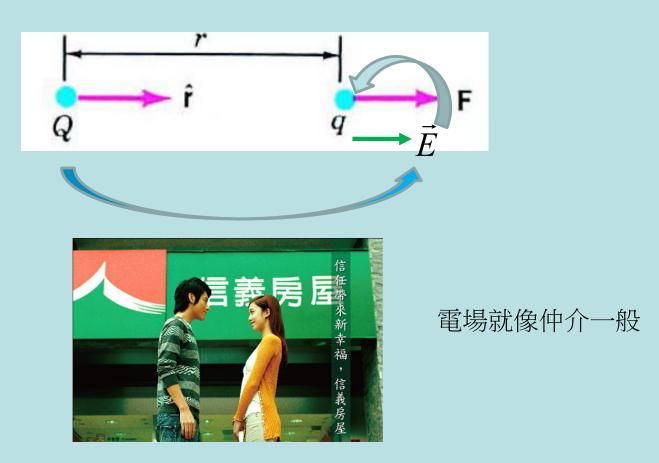
電場有甚麼用處?

電力的問題被分成兩半:

 $\vec{F} = q\vec{E}$ 

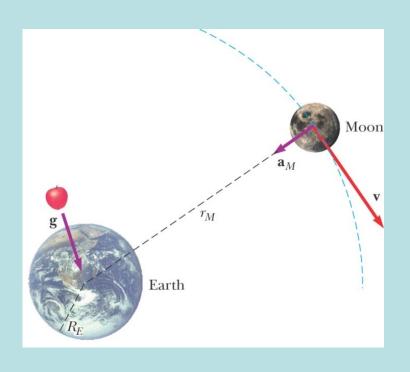
計算電荷產生的電場

計算電場對電荷的施力



這樣的計算方法很方便,當然似乎只是一個工具!

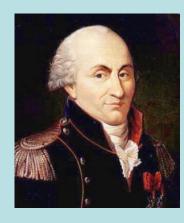
場還有另外一個更重要的好處! 嚴格來說,庫倫力是一個超距力。

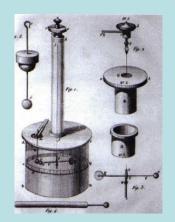


$$q$$
 $\vec{F}$ 
 $\vec{r}$ 
 $\vec{F}$ 

$$\vec{F}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r^2(t)} \hat{r}(t)$$

庫倫定律





靜電力如萬有引力一樣,與當時距離平方成反比。 庫倫力是一個超距力 force at a distance!

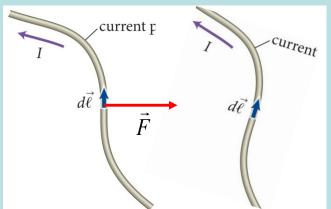
電荷如果突然改變位置,遠處的電荷何時會知道?

電荷如果突然改變位置,距離 r 會立刻改變。 根據上式, q 所感受的電力也會立刻改變。 庫倫力是超越空間直接作用!

## 這樣的超距力的想法在當時歐洲大陸的物理界是一個普遍的看法。

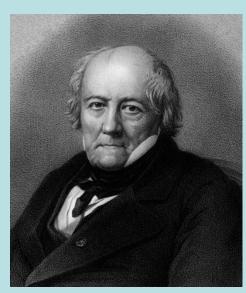






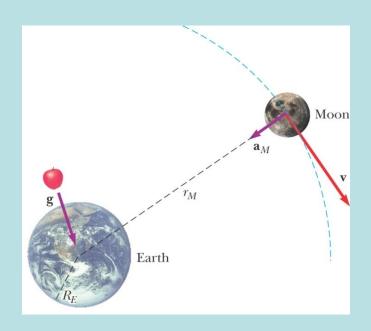
$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2}$$
Ampère Law 1820





帶電物體周圍的空間,在它們的電磁作用中,並未扮演任何角色。

## 萬有引力也是一個超距力



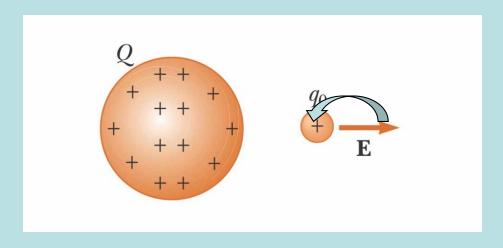
## 地球若不見了,月亮什麼時候會知道?

若引力是超距力,月亮會立刻知道!

但相對論要求訊息的傳遞不能快於光速!

我們根據相對論,可以合理地懷疑,超距力並不是正確的概念!

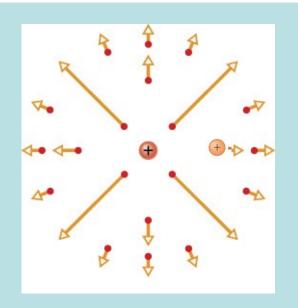
## 電場的引進使得電力有機會可以不再是超距力



透過電場,靜電力的發生可以分解成兩個步驟:

電荷Q在空間中各處產生電場 $\vec{E}$ 。

在點電荷q所在位置的電場 $\vec{E}$ 對q施力。





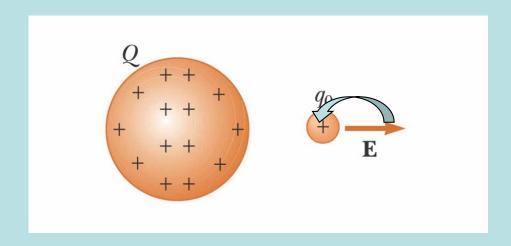
如果電荷突然改變位置,如同平坦的海面落下一個物體,

物體激起的水波需要時間才能傳播到遠方!

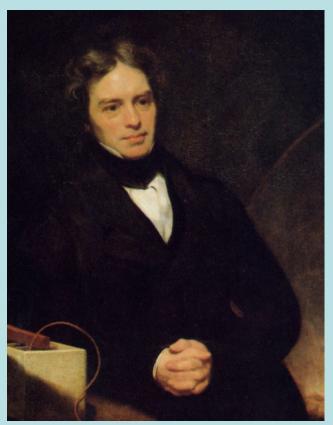
電荷改變位置的訊息也自然需要時間才能到達遠方。這是超距力無法做到的。

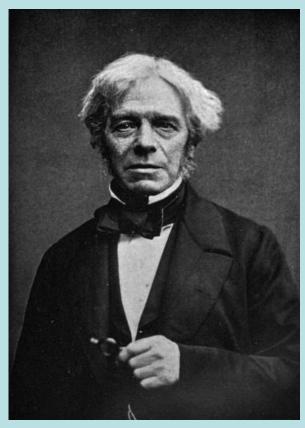
# 超距力並不是正確的概念!

電場的引進使得電力有機會可以不再是超距力



### 電場的發明者 Faraday 1791-1861





在對岸英國的法拉第憑直覺,反對靜電力是超距力,因而引進電場的概念。



