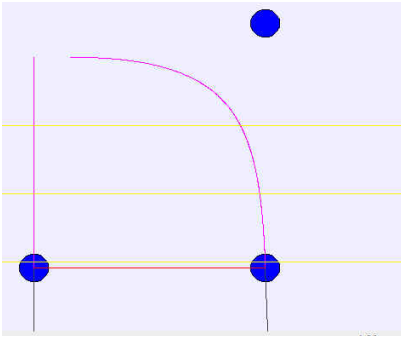
習題 3

1. 考慮一個質量為m的粒子，在有阻力的空氣中，作二維的拋體運動。假設空氣阻力大小與速率成正比，比例常數為 k：$f_d = kv$。訂水平方向為x軸，鉛直向上方向為y軸，將粒子從高空，以初速$v_0 = \left(\frac{mg}{k}, 0\right)$，向$+x$方向拋出。



由課堂上的計算知道，速度可以解出來：

$$v_x = \frac{mg}{k} e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$v_y = \frac{mg}{k}\left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1\right)$$

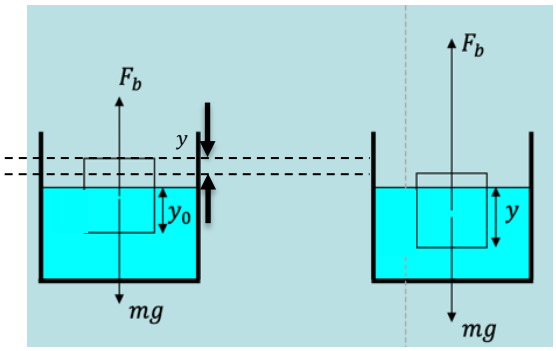
問在時間是多少時，速度與水平的夾角會是45°？此時粒子的加速度與$+x$軸的夾角若為θ，$\tan\theta$是多少？同時計算此時加速度大小。以上答案以v_0, m, b, t, g表示。 (25)

$$\frac{d}{dx} e^{bx} = be^{bx}$$

2. 一個木塊浮在水面上，將未施外力時的位置設為平衡點，如圖左。木塊可以因被施力下壓或反彈上升，以下壓時的低於平衡點的高度變化為$+y$，反彈高於平衡點的高度為$-y$，也就是以鉛直向下為$+y$方向，如圖右。課堂上已介紹，此方塊（以平衡點為中點）之上下振動為一簡諧運動：

$$y = y_m \cos(\omega t + \phi)$$

已知周期為1.2 s。現在施力將木塊下壓0.10 m後（$y = 0.10\text{m}$）自靜止釋放：$\phi = 0$。



A. 當木塊向上彈高至$y = 0.05$ m的時間起算，接下來經過了四次平衡點(每次經過，無論向上或向下走都算一次)後，緊接著又到達$y = 0.05$ m，此過程($y = 0.05\text{ m} \rightarrow y = 0.05\text{ m}$)經過多少時間 s？(15)

B. 當方塊到達$y = 0.05$ m時，移動速率是多少 m/s？提示：速率是位置微分。(10)