廣義相對論的來源

／張明哲 譯

前言

我很高興被邀來談些我自己科學工作的歷史。並非因爲想誇大自己的努力之重要性，而是因爲要寫下別人工作的由來需要深入別人的概念，這對受過訓練的歷史學家比較適合；相對地，說明自己早期的思路就顯得容易多了。在這裏我比別人佔了很大的優勢，而一個人也不應該因爲謙虛而放棄了這個機會。

從狹義相對論到廣義相對論

在狹義相對論中我得到了這個結論（1905）：所有的慣性系對自然律都是等價的，這時很自然的有個問題：難道坐標系間再沒有進一步的等價關係；換個方式說，如果速度這個概念只有相對的意義，難道我們仍要把加速度視爲一個絕對觀念？

從純粹運動學的觀點，無疑地所有運動都有相對性；但就物理來說，慣性系似乎占據了一個特別的地位，它使得以其它方式運動的座標系顯得不自然。

我當然熟悉馬赫的觀點，他認爲慣性阻礙的並非一般意義的加速度，而是相對於存在這個世界上的其它質量的加速度。這個想法很吸引我，但它對新理論並沒提供實質的基礎。

當我試著以狹義相對論處理重力定律時踏出了邁向問題解答的第一步。如同當時的許多人一樣，我試著定出重力的“場定律”，因爲絕對同時性這個概念的拋棄，使得我們不再能自然地引入超矩作用。

最簡單的當然是保留重力純量位的拉普拉斯項，然後顯然地，補入普瓦松方程一個對時間微分的項，以滿足狹義相對論[1]。質點在重力場中的運動定律也必須校正配合狹義相對論。其過程並非毫無錯誤地如上所示，因爲由於能量的慣性原理，一個物體的靜止質量會和重力位有關。

這些探查導致了一個引起我强烈懷疑的結果。根據古典力學，在垂直的重力場中的物體的垂直加速度應該和其速度的水平分量無關。因此在這種場中的力學系統或其重心的垂直加速度應與其內動能無關。但在我的理論中，一個下落物體的加速度並非獨立於其水平速度或系統的內能[2]。

這和在重力場中，所有物體有相同的加速度的古老實驗事實不合。這個定律，或許也可以說是慣性質量和重力質量相等定律，現在對我充滿了意義。我極爲驚訝於它的存在，而且猜想它必然是深入了解慣性和重力的鎖鑰。我並不很懷疑它的嚴格有效性，即使那時並不知道可佩的Eotvos 實驗的結果，如果我記得不錯的話，我是後來才知道的。如今我放棄了嚐試在狹義相對論的架構內處理重力問題的態度。它明顯地無法處理重力的基本性質。慣性質量和重力質量相等原理現在可以清楚地這麼說：在一個均勻的重力場中，所有運動的進行如同是在一個沒有重力場，但均勻加速的座標系中的一樣。如果這個原理對任何事件都成立（等價原理），就暗示著相對性原理需要推廣到彼此間做非均勻運動的座標系上（如果我們想獲得一個重力場的合理理論的話）。這種省思使我從1908年忙到1911年，而且我試著從中得到特殊的結論，在這裏我不打算講。目前重要的是發現了，一個重力的合理理論只能從相對性原理的推廣來得到。

因此，現在需要的是去建構出一個理論，使其中的等式在非成性座標變換下形式能保持不變。是任意的（連續性）座標變換或只限於某類，暫時還不知道。

我很快地發現，等價原理所需要的非線性變換的引入，對於"座標"的簡單的物理解釋是個無可避免的致命傷——這就是說，座標差不再表示以理想的尺或鐘錶所做的測量的直接結果。這種知識很困擾著我，因爲它花了我很長的時間思考物理中座標的意義到底爲何！直到1912年我才走出這個兩難困境，我是經由這樣考慮的：

慣性定待的新陳述在無"實重力場"且取慣性系爲座標系時必須回到伽利略的陳述是這樣的：一個不受外力作用的質點在四維空間中是以一條直線，也就是說，最短的線，或更正確地說，一條極端線（extremal line）來代表的。這個概念預設了線段具有長度，也就是說，要有度規[3]。如明可夫斯基指出的，在狹義相對論中這個度規是準歐幾里得的，也就是說，線元長ds的平方是座標微分的某特定二次函數[2]。

如果其它座標經由非線性變換引進來，ds^2仍維持是座標微分的齊次函數，但這函數的係數（$g_{\mu\nu}$）不再是常數[4]而變成了座標的函數。以數學的用詞這表示物理的（四維）空間具有黎曼度規。這個度規的類時極端線給予了一個除重力外，不受其它力作用的質點的運動定律。度規的係數（$g_{\mu\nu}$）同時也描述了選定的這個座標系中的重力場。等價原理的自然形式因此被發現了，它的推廣到任意重力場形成了一個完美的天然假設。

上面提到的那個困境的解答因此是這樣的：不是座標微分，而是其對應的黎曼度規才具有物理意義。廣義相對論的實質基礎被發現了。但是還有兩個問題留待解決。

1. 狹義相對論中的場定律如何轉換到黎曼度規的狀況中。

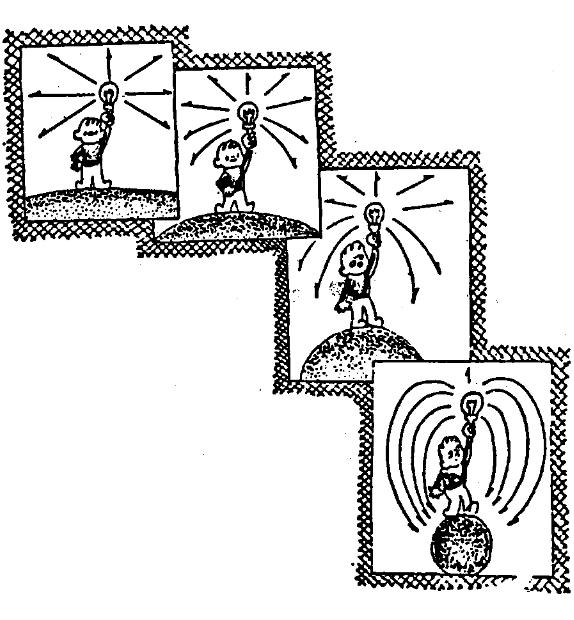
2. 決定黎曼度規（$g_{\mu\nu}$）本身的微分定律是什麼？

運動形態的相對性

我在1912年到1914年間和我的朋友Grossman一起研究這些問題。我們發現解答問題1.的數學程序已在我們手中，那是Ricci和Leri-Civita的絕對微積分學。

至於問題2，它的解答明顯地需要自$g_{\mu\nu}$建造出一個二階微分不變式[5]。我們很快地發現這些黎曼已經做了（曲率張量）。早在廣義相對論出版的兩年前我們就曾考慮過那個正確的重力場方程，但我們沒法看出它們在物理上怎樣應用。相反的，我覺得確信它們和經驗不符。除此之外，我還相信我能以一般性的考慮指出對任意座標變換不變的重力定律和因果律不符。這些錯誤的想法花了我兩年的時間去做些極艱苦的工作，直到我在1915年底認出錯誤爲止，懊悔地回到黎曼曲率後，成功地把理論同天文學的事實連繫起來。

知識的光到達時，成就的喜悅是不言可喻的，而且任何一個聰明的學生都能不很困難地了解它。但在幾年中，在黑暗中憂心的找尋，強烈的盼望，信心和低沈的交替，以及最後的邁向光明一只有那些經歷過的人才能領會。



廣義相對論中的無限重力坍縮一黑洞

譯註［1］：也就是說，由$\nabla^2\phi=\rho$變爲$\nabla^2\phi-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi=\rho$。

［2］：例如，原本質量相同的兩個球，A球在加熱後會落得比乃球慢。

［3］：在歐氏空間中，很短的線元平方$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2$。在球座標中$ds^2=dr^2+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d^2$。在明可夫斯基空間中則爲$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2$。它們都具有$ds^2=\sum_{\mu\nu}g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}$的形式，這裏的$g_{\mu\nu}$被稱爲度規（metric），它完全決定了空間的幾何結構。

［4］：這裏需要細察一下，在狹義相對論（平空間）的情形，度規可以不是常數，例如註［3］中的球座標度規。空間的平坦或彎曲的終極判定要求助於曲率張量。

［5］：這可以由類比

$$\nabla^2\phi=0$$

$g_{\mu\nu}$的二次微分$=0$

看出來，嚴密的推論可參看S. Weinberg，Gravitation and cosmology，第七章第一、二兩節。事實上，$g_{\mu\nu}$的三次微分項並非不可能存在，如愛因斯坦在"廣義相對論綱要和引力論"（1913年）的論文中所說的：「不應當先驗地斷言最終的準確的引力方程不可能包含高於二階的導數。」

譯後語：這篇演講是愛因斯坦於1933年6月20日在Glasgow大學講的。關於廣義相對論的起源，更詳盡的資料可以看A. Pais，Subtle is the Lord的第四篇，十二到十四章。本文譯自Ideas and opinions一書。對廣義相對論有興趣的同學，可由"The Einstein Theory of Relativity"（國興出版社）或"白話相對論"（凡異出版社）二書入手。