

第 1 題評分標準：

| 小題 | 內容 | 得分 | 備註 |
|------------|--|----|----|
| (A) 8 分 | 寫出熱力學第一定律 $dQ = dU - pdV$ | 1 | |
| | 寫出理想氣體方程式 $pV = nRT$ | 1 | |
| | 結合熱力學第一定律及想氣體方程式寫出等溫過程中 $\Delta S = \int \frac{C_V}{T} dT + \int \frac{nR}{V} dV$ | 2 | |
| | 算出 $\Delta S_{a \rightarrow b} = nR \ln(V_b/V_a)$ | 1 | |
| | 算出 $\Delta S_{c \rightarrow d} = nR \ln(V_d/V_c)$ | 1 | |
| | 算出 $\Delta S_{b \rightarrow c} = 0$ | 1 | |
| | 算出 $\Delta S_{d \rightarrow a} = 0$ | 1 | |
| (B) 9 分 | 寫出卡諾熱機可逆過程之條件: $dS_1 + dS_2 = \frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0$ | 2 | |
| | 由熱容量定義及能量守恆: $dQ = CdT \rightarrow \frac{dT_1}{T_1} = -\frac{dT_2}{T_2}$ | 2 | |
| | 積分得出 $T_1 T_2 = \text{constant}$ | 2 | |
| | 求出最終溫度: $T_f = \sqrt{T_1 T_2}$ | 1 | |
| | 求出熱機所能作的最大功 $W = C[T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}]$ | 2 | |
| (C) 8 分 | 得出 T_L 最低溫為 100 K | 2 | |
| | 將(B)的結果推廣到 3 個物質: $T_1 T_2 T_3 = \text{constant}$ | 1 | |
| | 由能量守恆得出: $T_1 + T_2 + T_3$ 亦為一常數 | 1 | |
| | 得出 $T_1 + T_2 + T_3 = T_H + 2T_0$; $T_1 T_2 T_3 = T_H \cdot T_0^2$ | 2 | |
| | 算出 $T_H = 400$ K | 2 | |

第 2 題評分標準：

| 小題 | 內容 | 得分 | 備註 |
|------------|---|----|----|
| (A) 5 分 | 寫出至第 m 級繞射的相鄰兩反射線的光程差 $\frac{1}{n} \times \sin \beta_m$ | 2 | |
| | 寫出形成 m 級建設性干涉的條件 $m\lambda = \frac{1}{n} \times \sin \beta_m.$ | 2 | |
| | 寫出答案： $\beta_m = \sin^{-1}(nm\lambda)。$ | 1 | |
| (B) 3 分 | 寫出 $nm\lambda = \sin \beta_m \leq 1$ | 1 | |
| | 求出 $m \leq 100$ | 2 | |
| (C) 6 分 | 寫出 λ' 為亮紋之條件： $\frac{1}{n} \times \sin \beta'_m = m\lambda'$ | 1 | |
| | 寫出 λ 為暗紋之條件： $\frac{1}{n} \times \sin \beta'_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ | 3 | |
| | 求出解析度： $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Wnm$ | 2 | |
| (D) 3 分 | 由 $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 998.3$ ，求出 $n = 999。$ | 3 | |
| (E) 3 分 | 求出光柵方程式 $f(\alpha_i, \beta_i, n) = \frac{1}{n} \times \sin \alpha_i + \frac{1}{n} \times \sin \beta_m$ | 3 | |
| (F) 5 分 | 寫出有效入射光的光程差： $\frac{1}{n}(\cos \phi \sin \alpha_i)$ | 1 | |
| | 寫出反射至第 m 級繞射的有效光程差： $\frac{1}{n}(\cos \phi \sin \beta_m)$ | 1 | |
| | 求出光柵方程式 $f(\alpha_i, \beta_i, n, \phi)$ $= \frac{1}{n} \left(\sqrt{\sin^2 \alpha_i - \sin^2 \phi} + \sqrt{\sin^2 \beta_m - \sin^2 \phi} \right)$ | 3 | |

第 3 題評分標準：

| 小題 | 內容 | 得分 | 備註 |
|------------|---|----|----|
| (A) 8 分 | 求出 $\mathbf{v} = R_0 \dot{\phi} \hat{\mathbf{e}}_\phi + \dot{z} \hat{\mathbf{z}}$ | 1 | |
| | 求出磁力： $q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = qB \sin\phi \hat{\mathbf{e}}_s + qB \dot{z} \cos\phi \hat{\mathbf{e}}_\phi - qB \dot{\phi} \cos\phi \hat{\mathbf{z}}$ | 1 | |
| | 求出 $\mathbf{a} = R_0 \ddot{\phi} \hat{\mathbf{e}}_\phi - R_0 \dot{\phi}^2 \hat{\mathbf{e}}_s + \ddot{z} \hat{\mathbf{z}}$. | 1 | |
| | 說明不必考慮 s 分量 | 1 | |
| | 求出運動方程式 ϕ 分量： $mR_0 \ddot{\phi} = qB \dot{z} \cos\phi \Rightarrow R_0 \ddot{\phi} - \omega_c \dot{z} \cos\phi = 0$. | 2 | |
| | z 求出運動方程式分量： $m\ddot{z} = -qB \dot{\phi} \cos\phi \Rightarrow \ddot{z} + R_0 \omega_c \dot{\phi} \cos\phi = 0$. | 2 | |
| (B) 3 分 | 說明利用初始條件 $\phi(0) = 0$ 、 $\dot{z}(0) = R_0 \omega_z$ 及運動方程式 ϕ 分量(5)式 | 1 | |
| | 積分得出： $\dot{z} + R_0 \omega_c \sin\phi = R_0 \omega_z$ | 2 | |
| (C) 5 分 | 寫出受磁力後之共振角頻率 $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{M}} = \sqrt{\frac{k - \partial F_z / \partial z}{M}}$ 。 | 2 | |
| | 說明 $\dot{\phi} \times (4) + \dot{z} \times (5) = R_0^2 \dot{\phi} \ddot{\phi} + \dot{z} \ddot{z} = 0$ ，對時間 t 積分，或利用力學能守恆得出： $R_0^2 \dot{\phi}^2 + \dot{z}^2 = R_0^2 \omega_\phi^2 + R_0^2 \omega_z^2$ | 2 | |
| | 說明利用 $\dot{z} + R_0 \omega_c \sin\phi = R_0 \omega_z$ 化簡上式 | 1 | |
| | 化簡求出 $\dot{\phi}^2 + \omega_c^2 \sin^2\phi - 2\omega_c \omega_z \sin\phi - \omega_\phi^2 = 0$. | 2 | |
| (D) 5 分 | 由 $\dot{\phi}^2 \geq 0$ 得出不等式： $\omega_c^2 \sin^2\phi - 2\omega_c \omega_z \sin\phi - \omega_\phi^2 \leq 0$. | 1 | |
| | 解出不等式： $\frac{\omega_z - \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\phi^2}}{\omega_c} \leq \sin\phi \leq \frac{\omega_z + \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\phi^2}}{\omega_c}$ | 1 | |
| | 得出條件： $\frac{\omega_z - \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\phi^2}}{\omega_c} \leq -1$ 且 $\frac{\omega_z + \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\phi^2}}{\omega_c} \geq 1$ | 2 | |
| | 說明第一個條件比較強得到 $\omega_c \leq \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\phi^2} - \omega_z$ | 1 | |
| (D) 4 分 | 利用 $\omega_z = 0$ ，將(9)式化簡為 $\omega_c^2 \sin^2\phi - \omega_\phi^2 \leq 0$ 。 | 1 | |
| | 解出不等式： $- \omega_\phi / \omega_c \leq \sin\phi \leq \omega_\phi / \omega_c $ | 1 | |
| | 得出條件： $ \omega_\phi / \omega_c \leq 1$ 時， ϕ 被限制在區間 $[-\phi_0, \phi_0]$ | 1 | |
| | 說明運動軌跡是一條封閉曲線 | 1 | |

第 4 題評分標準：

| 小題 | 內容 | 得分 | 備註 |
|------------|---|----|----|
| (A) 4 分 | 寫出圓球純滾動的條件： $\vec{V} + \vec{\omega} \times (-R\hat{z}) = 0$ | 2 | |
| | 得出 x 分量： $\omega_x = -\frac{V_y}{R}$ | 1 | |
| | 得出 y 分量： $\omega_y = \frac{V_x}{R}$ | 1 | |
| (B) 8 分 | 說明光滑檯邊施給母球之衝量 $J_z = 0$ ，以致檯面施給球底部之衝量 $J_z = 0$ ，連帶使球底部的摩擦力衝量 $J_x = J_y = 0$ 。 | 2 | |
| | 說明衝量等於動量變化 | 1 | |
| | 得出 $V'_x = V_x + \frac{j_x}{m} = V_x$ | 1 | |
| | 得出 $V'_y = V_y + \frac{j_y}{m}$ | 1 | |
| | 說明繞質心之角衝量等於角動量變化 | 1 | |
| | 得出 $\omega'_x = \omega_x - \frac{j_y h}{I_c}$ | 1 | |
| | 得出 $\omega'_y = \omega_y + \frac{j_x h}{I_c} = \omega_y$ | 1 | |
| (C) 8 分 | 說明光滑檯邊施給母球之衝量 $j_x = 0$ 。因此母球與檯邊的碰撞為彈性碰撞，即碰撞前後的總動能 E 相等 | 1 | |
| | 寫出能量守恆式如 $\frac{2E}{m} = \left[(V_x)^2 + \left(V_y + \frac{j_y}{m} \right)^2 \right] + k^2 \left[\left(\omega_x - \frac{j_y h}{I_c} \right)^2 + (\omega_y)^2 \right]$ $= \left[(V_x)^2 + (V_y)^2 \right] + k^2 \left[(\omega_x)^2 + (\omega_y)^2 \right]$ | 2 | |
| | 化簡得到 $\left[\frac{j_y}{m} \left(2V_y + \frac{j_y}{m} \right) \right] + k^2 \left[\frac{j_y h}{I_c} \left(-2\omega_x + \frac{j_y h}{I_c} \right) \right]$ | 1 | |
| | 說明利用(1)式 $\omega_x = -V_y/R$ ，並將(1)式帶入能量守恆式化簡 | 2 | |
| | 得出 $j_y = -2mV_y \frac{1+\frac{h}{R}}{1+\frac{h^2}{k^2}}$ | 2 | |

| | | | |
|------------|---|---|--|
| (D) 5 分 | 利用(2)、(3)兩式，得出 $\tan \phi = \frac{v'_y}{v'_x} = \frac{v_y + \frac{jy}{m}}{v_x}$ | 2 | |
| | 說明利用(9)式之結果 | 1 | |
| | 將(9)式之結果代入上式，化簡得出 $\tan \phi = \frac{v_x}{v_y} \left[\frac{1 + \frac{h^2}{k^2}}{1 + \frac{h}{R} \left(2 - \frac{Rh}{k^2} \right)} \right]$ | 2 | |

第 5 題評分標準：

| 小題 | 內容 | 得分 | 備註 |
|-----------------|---|----|----|
| (A)(i) 3 分 | 列出 $V = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} d = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} \frac{d}{8} + \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} \frac{3d}{8}$ ，並得出 $\sigma_1 = 2\sigma_2$ | 2 | |
| | 得出 $C = \frac{7\pi a^2 \epsilon_0}{4d}$ | 1 | |
| (A)(ii) 2 分 | 列出 $\frac{q}{C} + Ri = 0$ 。 | 1 | |
| | 得出故 $q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$ | 1 | |
| (A)(iii) 4 分 | $\sigma_1(t) = \frac{8Q_0}{7\pi a^2} e^{-t/RC}$ ， $\sigma_2(t) = \frac{4Q_0}{7\pi a^2} e^{-t/RC}$ | 1 | |
| | 說明半徑在 r 與 a 間圓環之電荷增加率 = 流入此區間的電流 = $2\pi r j$ | 1 | |
| | 得出 $a/2 < r < a$ ， $j = -(1 - \frac{r^2}{a^2}) \frac{4Q_0}{7\pi r RC} e^{-t/RC}$ | 1 | |
| | 得出 $0 < r < \frac{a}{2}$ ， $j = -(1 - \frac{4r^2}{7a^2}) \frac{Q_0}{2\pi r RC} e^{-t/RC}$ | 1 | |
| (A)(iv) 6 分 | 得出 $0 < r < \frac{a}{2}$ ， $\vec{B} = -\frac{2\mu_0 r}{7\pi a^2 RC} Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \hat{\phi}$ | 2 | |
| | 得出 $\frac{a}{2} < r < a$ ， $\vec{B} = -\frac{\mu_0(8r^2 - a^2)}{14\pi r a^2} \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \hat{\phi}$ | 2 | |
| | 求出總流出電磁能為 $\frac{2dQ_0^2}{7\pi\epsilon_0 a^2}$ | 2 | |
| (B)(i) 7 分 | 列出 $\frac{q_1}{C} - \frac{L}{2} \frac{di}{dt} - \frac{q_2}{C} - \frac{L}{2} \frac{di}{dt} = 0$ | 2 | |
| | 列出 $\frac{dq_1}{dt} = -i = -\frac{dq_2}{dt}$ | 1 | |
| | 積分得出 $q_2(t) = \frac{Q_0}{2}(1 - \cos \omega t)$ ， $q_1(t) = \frac{Q_0}{2}(1 + \cos \omega t)$ 。 | 2 | |
| | 求出轉移到右電容器所需之最小時間 $\frac{a\pi}{c} \sqrt{\frac{\pi b}{2d}}$ 。 | 2 | |
| (B)(ii) 3 分 | 求出感應電場 $\vec{E} = -\frac{\mu_0 Q_0}{2bLC\omega} \cos \omega t r \hat{\phi}$ | 1 | |
| | 求出磁場 $\vec{B} = -\frac{\mu_0 Q_0}{bLC\omega} \sin \omega t \hat{z}$ | 1 | |
| | 求出流入圓柱中空腔之電磁能最大值 $\frac{(dc^2 \mu_0 Q_0)^2}{2\pi \omega^2 a^2 b^3}$ | 1 | |

第 6 題評分標準：

| 小題 | 內容 | 得分 | 備註 |
|---------------|---|----|----|
| (A) 5 分 | 寫出系統能量 $E = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + MI_1I_2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2$ | 2 | |
| | 由 $E \geq 0$ 得出 $M \leq \sqrt{L_1L_2}$ 或 $k \leq 1$ | 3 | |
| (B) 7 分 | 寫出主迴路 Kirchoff 電壓定律 $V_1 = I_1Z_1 - M \frac{dI_2}{dt} = I_1Z_1 - j\omega MI_2$ | 2 | |
| | 寫出次主迴路 Kirchoff 電壓定律 $I_2Z_2 - M \frac{dI_1}{dt} = I_2Z_2 - j\omega MI_1 = 0$ | 2 | |
| | 得出 $I_2 = \frac{j\omega M}{Z_2} I_1 = \frac{j\omega M}{R_L + R_2} I_1$ | 1 | |
| | 求出負載功率 $P_L = \frac{\omega^2 M^2 R_L}{(R_L + R_2)^2} I_1^2$ | 2 | |
| (C) 5 分 | 寫出 $P_{in} = I_1^2 \left[(R_1 + R_s) + \frac{\omega^2 M^2}{R_L + R_2} \right]$ | 2 | |
| | 得出 $\eta = \frac{\omega^2 M^2 R_L}{\omega^2 M^2 (R_L + R_2) + (R_s + R_1)(R_L + R_2)^2}$ | 3 | |
| (D) 8 分 | 列出極值條件 $\omega^2 M^2 R_2 + (R_s + R_1)(R_L + R_2)^2 - 2R_L (R_s + R_1)(R_L + R_2) = 0$ | 2 | |
| | 引入 $\beta = R_L / R_2$ ，化簡上式得出 $(\beta + 1)^2 - 2(\beta + 1) - 1/\alpha = 0$ | 2 | |
| | 求出 $\beta = \sqrt{1 + 1/\alpha}$ | 2 | |
| | 求出 η 的極值 $\eta_{max} = (1 + 2\alpha) - 2\sqrt{\alpha(1 + \alpha)} / (8r)$ | 2 | |