

古典力學的奠定—數學觀與機械論的統合

國立臺灣師範大學 物理系 姚 玠

一般人大概都略為知曉牛頓 (I. Newton, 1642-1727) 的成就是建立了運動定律與萬有引力定律，然而單就他的力概念提出一事，便是一個創舉。本文將從科學史的角度分析當時的思想背景，回顧牛頓是如何統合了該時代的兩大科學的主流思潮，以成其偉業，並奠定了古典力學的穩固基礎，而成為古典物理時期最重要的人物。

壹、科學革命時期的數學觀—新柏拉圖主義

畢達哥拉斯 (Pythagoras, 572-490 BC) 是西方早期非常重要的一位思想家，他認為世界為一有序宇宙，為一整體，出於同根、同源，可由同一原理詮釋，人們是透過完整之秩序、結構、組織及美，與造物者建立起深刻關係。他主張 (Guthrie, 1978)：

“事物之本性看起來完全相似於數字，且數為遍布於自然世界之基本物，數之要素即為萬物之要素，而整個宇宙則為和諧與數。”

因此任何人若欲明瞭宇宙事物之本質，則必須注意數字與比例，藉著它們，萬物方可變得清晰。之後大部分畢氏學派學者皆致力於數學的研究，且堅定可從其中發現「數」所呈現出來的和諧性，因為「數」即是自然現象背後存在的真正原理。此種觀點對後來天文學與物理學的發展有非常重大的影響，畢達哥拉斯也被視為是第一位數學家與哲學家。

哥白尼 (N. Copernicus, 1473-1543) 之前的地心說，一直與觀測結果相當一致，科學家們不可能因為其中微小差值而改弦更張，全然取代地心系統。因此自哥白尼、克卜勒 (J. Kepler, 1571-1630)、伽利略 (G. Galilei, 1566-1642) 到牛頓，造成近代日心說的發生，中間必定是產生了一種思考模式的跳躍與轉移。而這種躍遷發生的原因，卻完全是來自於天文學以外的一種信念—新柏拉圖主義 (Neo-Platonism)。新柏拉圖主義為延續及強調畢達哥拉斯與柏拉圖 (Plato, 427-347 BC) 所主張「數學為變動世界背後之實體」的一種思潮。該學說的創始者普羅克羅斯 (Proclus, 410-485) 曾言：

“所有的數學種類都在靈魂中有一個基本的實體，於可感覺的數字之

前，在她最幽深處可找到自我運動的數；鮮活的圖形先於表面可見的圖形；理想的和諧比例先於協調的聲音；不可視的軌道先於在圓上運動的物體。……必須把所有這些形式設想為有生命力及知性的存在物，且為可見的數字、圖形、理解及運動的範例。我們應追隨柏拉圖的學說，他從數學形式中導出源頭，並完成靈魂結構，且自其本質反應出萬物存在之因。”（克萊茵，[1953]）

新柏拉圖主義認為本體（being）的源頭是唯一、整體和無限（one, whole, infinite），它是生命的源頭，因此是唯一的真實存在，它不具任何事物的屬性、大小或外形，因它超越所有個別物。人內在的靈魂自出世後就脫離了其最初的整全狀態，因此必須竭盡所能，重回到原初之永恆、至高的源頭。而宇宙體系可分成不可視的世界與現象世界，前者蘊含著超越的唯一，並自其中散發出永恆與完美。

所以，可形成一切現象、並在現象背後的不可見、超越的、唯一與整體，便是一種永恆、至高的心靈狀態或思考形式，而此狀態與形式要從哪裡尋找？柏拉圖與普羅克洛斯清晰指出——要從「數學」中尋找。數學是發現與開啟靈魂與宇宙本性的鑰匙，數學是物質世界的本質，數學知識是絕對真理。此種追求永恆理想形式的新柏拉圖主義者，感染了文藝復興時期許多學者。他們並開始質疑與批評托勒密（Ptolemy, 85-150）的天文系統，認為如此複雜笨拙的體系，不可能反映自然界真正的數學秩序，這些新柏拉圖主義者為科學革命的誕生搭好了歷史舞臺。

科學革命的開創者哥白尼在其所著《天體運行論》中寫著：

“同心圓、偏心圓和本輪，…引用了許多顯然與均勻運動的基本原則相抵觸的概念，…也不能得出…對稱性，…彼此不協調。…那些人採用偏心圓論證的過程或方法，要不是遺漏了某些重要的東西，就是塞進了一些外來的、毫不相關的東西。”（哥白尼，[1543]）

文中所言的均勻、對稱、協調正是新柏拉圖主義所強調的理念。克卜勒也說（伯特，1994）：

“造物者懂得幾何學，神是按照數的和諧創造了世界。”

“在萬物被造之前，即與神聖之靈，同為永恆存在者。它提供了神創世之型式，並將它與神之形象一同傳送到人們身上。”

伽利略在《關於兩門新科學的對話》則說(伽利略，[1638])：

“薩維：在自然加速運動的探索中，我彷彿被親手帶領去追隨大自然本身的習性和方式，並只應用那些最平常、最簡單、和最容易的方法在自然界中所有其他的程序裡。……

辛普：我已經有很多次對您的論證方法留下了強烈的印象，它使我認為您傾向於柏拉圖的觀點。

薩維：我可以用語言和事實來向您說明我對柏拉圖觀點的看法。使您更容易理解我獲得知識的觀點。”

此種主張自然現象背後應遵循簡單和諧的數學，認為凡是數學上為真的在天文學與運動學上亦必為真，可稱為「數學觀」(viewpoint of mathematics)論點。

貳、文藝復興時期的神秘主義

1600年吉爾伯特 (W. Gilbert, 1544-1603) 出版《磁論》，通過以經驗檢視確立磁學的基本事實，曾提及在海上的磁山可拔出航行船隻上的釘子，磁石可以抵禦女巫的魔力，磁粉可內服治療疾病的藥物，在枕頭下面放一塊磁石可維繫夫妻感情。可得知磁石被當時人視為是某種特殊的令人敬畏的東西，這正是宇宙被看作是充滿了種種隱密及神秘力量的整體表現。他如此描述：

“磁體憑形式效力，更確切地說，憑原始的天然的力量而起著吸引作用。這種形式是獨一無二的；它是各種原始星球的形式；它由均勻且不能改變的部分構成，它是固有實體與實在，我們可稱之為原始基本的星界形式；它不是亞里士多德的基本形式，而是保持和建立球體自身秩序的獨特形式。這種形式存在於每一個星球——太陽、月亮和星星；在地球上，它就是我們稱之為原始能量的真正的磁力。”

“真正的地球物質具有一種原始的有活力的形式。”(韋斯特福爾，1971))

換言之吉爾伯特認為磁就是地球的靈魂。另外一位化學家赫爾蒙特 (J. Helmont, 1579-1644) 表示：

“為什麼我們如此害怕魔法這個名詞呢？因為我們看到的一切行為都是有魔法的；沒有哪一種事物有行動的力量，…不發自於魔

法。…通過忽略原因，形式的靈魂的確代替了原因範圍內的效力。…存在物與被動存在物結合在一起。無疑，這一過程是自然事物的魔法行為，自然界各個方面都是一位魔法師。”（韋斯特福爾，[1971]）

西方此種在文藝復興時期(自 14 到 17 世紀初)，如以上科學家所主張：大自然是一種生命的脈動，宇宙中充斥各種隱密效力；理性難於理解自然界的神祕，只有經驗才能認識宇宙的各種神祕力；大自然各種神祕力可用靈魂術語表達，它是靈魂力的一個巨大反映。此種思想稱為自然主義(naturalism)、或神秘主義(mysticism)（狄博斯，[1978]）。它雖然是文藝復興時期的科學思維特徵，但可說更早它是源自人類文字文明之前，將萬物視為皆是有靈之物的泛靈論或萬有靈論(animism)之再現（卡西勒，[1944]）。而神秘主義極度地影響了當時的煉金術與占星術，一直到 17 世紀中葉，才開始受到了嚴峻的挑戰。

參、機械論—心物二元論

17 世紀初誕生了一位非常特殊的思想家，後來被稱為近代哲學之父——笛卡兒（R. Descartes, 1596-1650），他宣稱哲學永遠無法放棄徹底的明晰性這一理想。他聰敏過人，週遭的老師與學者皆不及他，這使他不由得質疑起師長所教或前人所傳授的知識是否為真，而發出了「我疑故我思，我思故我在」的名言，認為周圍一切事物皆值得懷疑，但後來他發現只有一事無法值得懷疑，那就是「三角形三內角和為 180 度」，也就是一切幾何命題皆為真。他於是主張物理現象也應從幾何性質出發，而唯一可想像之物則是僅具有幾何性質——長、寬、高之延伸擴展性質或剛性情性者，當此可想像之物縮成很小時便稱為「質點」。而可確定及清楚掌握的變化便是質點的位置變化，也就是「運動」。

在文藝復興時期的自然主義或神秘主義裡，心靈與物質(mind & matter)精神與肉體(spirit & body)被看作是不能分離的統一體；笛卡兒則認為一切實在(reality)由兩種實體構成，即本質為廣度與延伸的物質實體，和特徵為思維與行動的精神實體。笛卡兒主張為了要建立起思考的有效性、嚴密性，必須要在精神和肉體這兩者之間，劃出一道截然分明的界線。

此種心物二元論的作用是以外科手術般的精細態度，從物質本性中剔除精神的每一絲痕跡，留下一片由物質碎片堆積而成沒有生命的疆域。這是一

個蒼白得出奇的自然概念，但令人讚嘆的是它是為著近代科學的目的而設計。17 世紀後半期每一個重要的科學家實際上都毫無異議地接受了肉體、精神二元論，至此近代科學的物理本性已經誕生。

在這基礎上，17 世紀前半期西歐科學界興起了反對文藝復興自然主義的運動，最初它完全是笛卡兒的獨立創見，通過他，學術界建立起一種整體性、確定性的自然觀念，即機械論（mechanism）哲學。雖然針對物質實體所引起現象的探討，需要使用抽象思維與論證，而使得有些學者認為笛卡兒的心物二元論與一元論難以區隔；甚而認為欲掌握物質或精神世界裡的思維，所使用的方法即是要透過柏拉圖所主張在現象背後的數學實體或理念(Idea)，而宣稱笛卡兒的思想是源自於新柏拉圖主義 (Blum, 2010)。然而笛卡兒所言之心靈(mind)主要是指精神與靈魂(soul)，即是指神秘的、或宗教的領域，而非單純指思維時的心靈認知。也就是他想將物質的科學世界，與精神的宗教世界，做一清楚的區隔；且他認為科學的思維是無法觸及宗教的世界，與回答靈魂的問題。

換言之，機械論者主張：人可通過理解消除疑問，自然界中的物質世界裡並沒有潛藏著深不可測的秘密，自然界對理性是完全透明的。而所有自然現象是皆由不可懷疑的運動中的物質微粒引起的；也就是說，機械論的兩個主要概念便是「質點」與「運動」。至此吉爾伯特的磁的靈魂，與赫爾蒙特的活的要素，在物理世界中已不可能再佔有一席之地(韋斯特福爾，[1971])。

肆、機械論力學

持有機械論觀點的思想家認為：科學絕不能把無法理解的事實當作自己的基礎；因此，所有被認為是神祕的事物均要將其徹底排除。除了視「力」為一個物體對另一個物體的擠或壓，其餘之「力」均為一種神祕之物；並認為運動並不比靜止需要任何更多的原因，只有運動的變化需要原因。且所有的運動變化都歸因於相同的原因，即為、且僅能、並限制在物質的一個微粒對另一個微粒直接接觸上的影響。

笛卡兒在《哲學原理》中寫著 (Descartes, [1644])：

“運動量或動量 (quantity of motion) 是一個物體的體積和它的速度的乘積。”

“宇宙中總動量必然保持恆定。但每一物體的動量不一定要維持恆定；在碰撞中，動量可以從一物體轉移到另一物體。”

“如果一個運動中的物體遇到比它強的另一物體，它的動量不減少，
而如果遇到比它弱，能使之移動的另一物體，它減少的動量全部
轉移給另一個物體。”

《哲學原理》一書表達了當時機械論力學的觀點，即力學之有效性依賴於慣性原理——不需要任何東西保持物質運動，與動量不減——在碰撞中，運動能從一個物體傳遞給另一個物體，但運動本身是不滅的。且物體僅通過碰撞，而相互作用；世上沒有可不待接觸而能互相影響的作用力存在。

機械論力學觀之學者也首次嘗試著去建構一個理性的宇宙論，並引入了離心傾向（endeavor）、或離心趨勢（tendency）來詮釋。他們主張每一個微粒都力圖擺脫中心每個行星都傾向於逃離漩渦中心，行星的這種逃離傾向，恰好被其他快速運動的渦旋物質，所具有的離心傾向所導致的結果平衡，而確定出行星的軌道。

伍、數學觀與機械論的第一個衝突

畢達哥拉斯的思想傳統是用秩序處理現象，滿足於發現某個精確的數學描述，並把這種描述理解為對宇宙終極結構的一種表達。機械論哲學關心的則是各種個別現象的因果關係；自然界對人的理智是透明的，從自然主義中消除每一絲矇矓，並證實自然現象是由不可見的、類似於日常生活中人們所熟知的機制所引起的。此二思想運動追求不同目的，導致相互衝突。對機械因果關係的闡釋常常站在與通向精確描述之路相反的路途上，只有儘力或完全消除此二觀點間的不一致，科學革命才算充分完成(韋斯特福爾，[1971])。

有關自由落體為何是等加速度運動的問題，如果有人回答是一種力造成，且這種力是一種引力，那麼神祕的幽靈就會再度抬起它醜陋的頭。事實上伽利略和笛卡兒都沒把力當做是落體運動的原因，伽利略把落體運動叫做一種本來就應該有的「固有運動」，而避開了這一問題。但在機械論世界中，不能以微粒觀點說明清楚的「固有運動」是不能存在的，僅可能或應由環繞地球周圍，隨地球轉動渦旋的離心趨勢來解釋。

如圖 1 所示，木栓 B 放在充滿水的管內，當管子沿中心軸 A 旋轉時，由於管內的水之離心趨勢或受到的離心力作用較大，會朝管端 P 移動，而將木栓壓向管底。重力（gravity）便是在一個充滿以太（ether）物質的渦旋世界中，一些離心趨勢較缺乏、較弱的物體，由於受到以太物質因離心趨勢造成重組與碰撞，而被迫落向中心或拉向地心，遂形成重力（Jammer, 1999）。

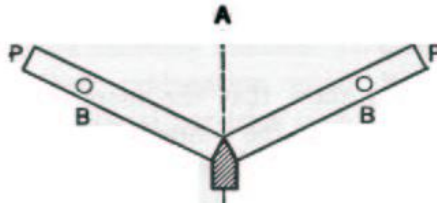


圖 1: 木栓 B 放在充滿水的管內，當管旋轉時木栓將朝管底運動

在這些概念與原理的詮釋下，重力喪失了神祕的內涵，但它卻無法說明為何所有落體均會按相同的加速度落下。因此，它同時也喪失了與伽利略所述數學觀的論點，彼此一致的任何可能性。

陸、數學觀與機械論的第二個衝突

力不是作用在物體上使它們的運動狀態改變的某些東西，而是物體所具有的某些東西。此種物體所具有的某些東西，笛卡兒視為是一種內力，稱為「運動物體的力」。近似於我們所說的動量，這是一個為機械論哲學家們所接受的概念。

另外一位機械論者萊布尼茲（G. Leibniz, 1646-1716）認為力似乎可以從它產生作用的量來估計，例如，從它使重物提升到的高度，而不是使物體產生的速度來估算，因速度可能不是能令人滿意地衡量力的方法。機械論者並提出了底下的論點：

1. 若無外部因素的干擾，一個從給定高度落下的物體可獲得足夠的力，使它返回原來的高度。如 1 公斤物體下落 1 公尺，所達到速度對應之力定為 1 個單位力，可使原物返回至原來 1 公尺的高度（有如對地面的彈性碰撞）。
2. 由於落體速度與物重無關，4 公斤的物體下落 1 公尺，獲得與 1 公斤的物體相同的速度，因此就得到 4 個單位的力（由笛卡兒公式：力=質量×速度）。
3. 假設將 4 公斤重的物體升高 1 公尺的力，可以將 1 公斤重的物體升高 4 公尺（對應於萊布尼茲的力為使重物提升到的高度，或是後來的功=力或重量×位移）。則上述 4 個單位的力，可使 1 公斤重的原物體反彈後上升 4 公尺。
4. 另一方面，再根據笛卡兒的公式，這 4 單位的力轉移給 1 公斤重的物體，將使他達到 4 個單位的速度。

在此，伽利略和笛卡兒又一次發生了衝突，因為伽利略已經證明：垂直上拋物體最大的上升高度與初速平方成正比（伽利略，[1638]），即

$$S \propto v^2$$

（這可由現今大家所熟悉的等加速度數學公式 $v^2=v_0^2+2aS$ ，及末速 $v=0$ 得知）。如果一個以 1 個單位速度向上拋的物體，上升了 1 公尺，那麼以 4 個單位速度向上拋的物體，將上升 16 公尺；而非如機械論者所言的 4 公尺（韋斯特福爾，[1971]）。

今天檢視此一問題的衝突，主要在於機械論者將笛卡兒「運動物體的力」（現今所言的動量）與萊布尼茲的力（現今所言的功或動能）混淆在一起，並將它倆對應地互相轉換。由此可看出當時的學者對於「力」或「作用」的觀念，一直都處於曖昧模糊的狀態之中，亟待清晰有效的觀點來化除此困境；並能夠奠基於滿足機械論者所言之「質點」與「運動」兩基本概念上，又與伽利略的運動學及哥白尼與克卜勒的天文學所描述的現象相一致。只有此兩觀點一致時，物理學才能令人信服，而得以向前發展。

柒、力概念的發生與力的量化

一、力概念的發生

在中世紀之前，西方的自然哲學家認為物體在不受干擾下的「自然運動」僅有兩種運動形式：向上與向下。輕物如火與氣，會朝上飛向天際；重物如水與土，會朝下向宇宙中心之地心運動，直到伽利略提出一圓球自斜面高處釋放後，經過水平面，在不受干擾下，可抵達到另一端斜面的相同高度處。假若另一端無傾斜的斜面，則圓球將會在水平面上繼續移動下去，既不向上，也不向下。1632 年，伽利略在《關於兩門新科學的對話》著作中說：

“若某物體沿水平面運動，而運動中又沒有遇到任何阻止，那麼……該物體將作均勻地等速率運動。而如果平面在空間延伸至無限遠的話，這一運動將永遠延續下去。”

因此，他成為指出前人以重物、輕物的二分法來描述自然運動錯誤的第一人。但他認為此種維持等速率的運動，並非是直線運動，而是將會沿著地球表面持續下去，最後再回到原處。

西元 1644 年笛卡兒在《哲學原理》裡，對此提出其看法：

“所有物體會盡最大的可能，保持自己的狀態（state）。對運動物體而言，它將保持同一速率和同一方向，除非有別物體制止或減慢它的運動速度。”

所以，物體若不受外界干擾、阻止或制止，它不但會保持同一速率，並且會維持在同一直線方向上運動。笛卡兒並稱「物體所具有特定的速度大小與方向」為物體的運動「狀態」，他是首先提出運動狀態概念的物理學家。因此，一靜止物體或沿著同一方向以固定速率運動的物體，雖然兩者位置的變化有所不同，但兩者的運動狀態卻恆定不變，這使得物理學家對運動的觀點，從強調物體位置有無變化，轉移到注意物體狀態有無改變。

在伽利略之前，大家對「力」的了解或應用大致僅停留在靜力平衡上，或者是一種推或拉（push or pull）。1665年，牛頓還認為

“力是一個物體加於另一個物體上的壓或擠。”

之後牛頓將前人「力」的觀念與伽利略所言的「阻止」及笛卡兒的「制止」結合，而把「力」的觀念從靜力平衡推廣為造成「運動狀態」改變的原因。1684年在《論運動》一書中稱（閻康年，1989）：

“外加於一物體上的力，是一物體極力改變其運動或靜止狀態的力，並起撞擊的衝力、壓力…、或任何介質阻力…等不同的力。”

最後在1687年他的巨著《自然哲學的數學原理》中，寫下了他嚴格的定義及有名的第一定律（牛頓，[1687]）：

定義 4

外力（impressed force）是施予在物體的作用，以便改變其處於靜止或沿一直線作等速度運動的狀態。

定律 1

任何物體終將繼續保持靜止、或維持在一直線上等速運動的狀態，直到有施予在它上面的力迫使它改變這種狀態為止。

亦即對原先運動的物體而言，若無外「力」作用其上，此物體將繼續會有位置的改變。因此，我們不能如前人般，以物體有無位置變化，作為物體受力的判斷法則，而應以物體有無狀態變化，作為該物體是否受力的判斷依據。更重要地，牛頓將造成運動狀態改變的原因—「阻止」、「制止」此種字詞，

以「力」來代表；這是在運動學上首次出現笛卡兒的內力或慣性力以外之「力」，牛頓也是首位使用外力來探討物理學的科學家。底下他要做的便是如何將力量化，而能對物體的運動狀態加以運算、預測，並得與實驗觀測值比較。

二、力的量化

若壓破一張桌子需要一千公斤重的力，則如何使一百公斤重的物體，從足夠高的物體落下也可打破桌子，針對此問題托里拆利（E.Torricelli, 1608-1647）認為重力效應好比是噴泉，衝擊或動量不斷從噴泉中流出，從瞬間產生的動量，就能夠揣測出物體所受的力量。此觀點啟示了牛頓，在《原理》書中形成了他的第二定律：

定律 2

運動的變化與外加的動力（*motive force*）成比例；且運動的變化是沿著外加力的直線方向上。

利用此方法他考慮圓球作方形運動時，球因撞擊邊緣物反彈，並受到衝量的作用，而計算出完成一圈作用在球之平均衝量 ΣI_b 與球之運動量 I_0 之比，等於正方形周長與外接圓半徑之比。如圖 2，即

$$\Sigma I_b / I_0 = 4ab / fa$$

然後應用相同方法推廣到沿著正多邊形及圓形的情形，最後由第二定律得知，沿著圓周運動物體所受的總衝量 $\Sigma I_b = (\text{平均衝力 } F)(\text{週期 } T)$ ，而求得向心力為

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

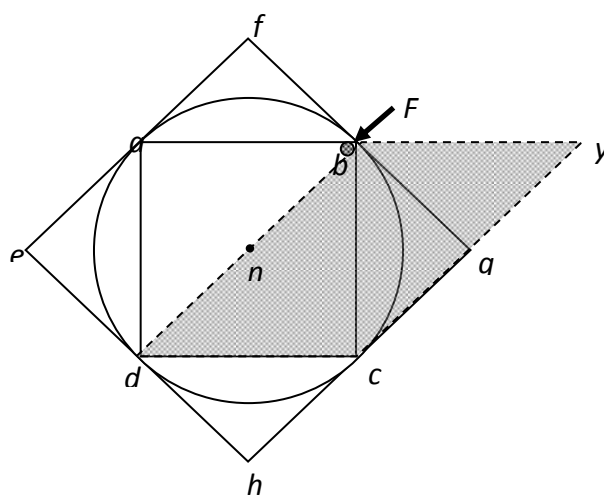


圖 2：bc 線段為陰影區平行四邊形之對角線，衝力 F 作用在 b 點處之大小可以 bd 線段來表示。

亦即向心力與物體運動速度平方成正比，並與圓周半徑成反比（Brackenridge, 1995；田芷綾、姚珩，2010）。

這是科學史上首次能將運動物體所受的作用力，以正確的數學形式表示出來的實例，也是第二運動定律主要的功能，它甚至可稱是動力學基礎奠定之所在。力概念的引入與力量化的方法開啟了古典物理的輝煌世紀，也成為日後幾乎所有物理工作者思考自然現象的參考依據（柯瓦雷，[1965]）。

捌、牛頓力學的成功

一、萬有引力的建立

結合向心力的量化形式與克卜勒的行星週期律，牛頓提出了力平方反比關係：

命題 4 推論 6

如果週期正比於半徑的 $3/2$ 次方，則向心力反比於半徑的平方；反之亦然。

因為對於在不同圓周運動的物體，若滿足週期律 $T^2 = kr^3$ ， k 為常數，利用圓周速率 $v = 2\pi r/T$ ，可知

$$F \propto \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r} = 4\pi^2 \frac{r}{T^2} = 4\pi^2 \frac{r^3}{T^2} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{4\pi^2}{k} \frac{1}{r^2}$$

因此物體所受之向心力 F 反比於半徑平方，而完成了萬有引力的重要部份工作。牛頓並指出月亮繞著地球轉動下落的距離與蘋果落地的趨勢，完全來自於相同原因，即地心引力，其強度並與至地心距離平方成反比。

二、第一個衝突問題的解決

落體為何會以相同的加速度下落，伽利略與笛卡兒皆無法回答，待第二運動提出及萬有引力建立之後，便變得簡單易懂。由於重物輕物與地心距離 r 相等，所受的重力都可表為 $W = mGM/r^2 = mg$ ；由第二運動定律，這外力可使物體的運動量發生改變，產生加速度 a ，且

$$mg = W = F = ma$$

可得到重物與輕物的加速度均為

$$a = g$$

而與質量 m 無關，故任何物體皆會以相同的速率變化落下，並同時著地，即可清晰地解決數學觀與機械論的首要衝突。

牛頓是史上第一位將「力」概念引入動力學領域的科學家，通過質點和運動的基本要素下，加上一個新的思想範疇——力，其中力是由動量的變化來計算，並皆可由數學精確地描述出，在此精確的物理學背景裡，牛頓從此使數學力學和機械論哲學彼此協調一致。也可以說，是數學觀與機械論兩大思潮的互相激盪、相輔相成，造就了新力學的誕生。

玖、結語

牛頓認為物理學的目標是對運動現象作出精確的定量描述，因此，儘管力的最終本質還無法理解，力的概念卻能夠被科學所接納，並用於物理學各個領域的論證上。由於牛頓的工作，使伽利略所代表的數學描述的傳統，與由笛卡兒所代表的機械論哲學的傳統，兩者之間的調和才成為可能。

“通過對兩者的結合，牛頓把 17 世紀的科學研究工作提高到成果卓著的地步，從而使歷史學家們把它稱為科學革命。”（韋斯特福爾，[1971]）

“對牛頓而言，科學是由只闡述自然行為的數學定律所構成，這些定律可從現象中清楚地推導出來，並得到嚴格證實；而且，我們要把任何進一步的東西都從科學中清掃出去，這樣一來，科學便成為關於物理世界之行為的一個絕對確定的真理體系。”（伯特，[1924]）

牛頓將伽利略和笛卡兒分別所代表之數學觀和機械論兩者思想，完美的結合，建立了古典力學的穩定結構，並開創了物理學三百多年來的璀璨世紀，而牛頓遂被譽為古典物理學的集大成者，誠然實至名歸。

拾、參考文獻

- 牛頓 (Newton, I. [1687, 1713], 1992): 自然哲學之數學原理。台北：大塊文化出版公司。
- 卡西勒 (Cassirer, E. [1944], 2003): 人論。台北：桂冠圖書。
- 克萊茵 (Klein, M. [1953], 1995): 西方文化中的數學。台北：九章出版社。
- 田芷綾、姚珩 (2010): 引力理論建立的關鍵——向心力概念的形成。台北：

- 科學教育月刊，274，32-38。
- 伯特 (Burt, E. [1924], 1994)：近代物理科學的形而上學基礎。成都：四川教育出版社。
- 伽利略 (Galilei, G. [1638], 2005)：關於兩門新科學的對話。台北：大塊文化出版公司。
- 狄博斯 (Debus, A. [1978], 2000)：文藝復興時期的人與自然。上海：復旦大學出版社。
- 柯瓦雷 (Koyre, A. [1965], 2003)：牛頓研究。北京：北京大學出版社。
- 哥白尼 (Copernicus, N. [1543], 2004)：天體運行論。台北：大塊文化。
- 韋斯特福爾 (Westfall, R. [1971], 2000)：近代科學的建構—機械論與力學。上海：復旦大學出版社。
- 閻康年 (1989)：牛頓的科學發現與科學思想。長沙：湖南教育出版社，472-474。
- Blum, P. (2010). *Philosophers of the Renaissance*. Washington, D.C.:Catholic University of America Press.
- Brackenridge, J. (1995). *The Key to Newton's Dynamics*. Berkeley: University of California Press.
- Descartes, R. ([1644], 1983). *Principle of Philosophy*. Boston:Reidel Pub.
- Guthrie, W. (1978). *A History of Greek Philosophy*.vol. I. Cambridge:Cambridge University Press.
- Jammer, M. (1999). *Concepts of Force*. Mineola:Dover Pub.