普物乙期中考

Nov 2021

1. 考慮一雲霄飛車，列車由高處下滑，進入一段螺旋型的軌道。在此段，軌道繞水平軸旋轉，因速度很快，旋轉可以近似視為等速，每一圈旋轉時間為，同時軌道水平前進。螺旋軌道的最低點就接近地面，最高點的高度為。與軌道相比車廂極小，可視為一質點。重力加速度：
2. 當某乘客的車廂到達螺旋軌道的一頂點時，她的項鍊突然斷裂，於是墜子與項鍊分離。計算墜子離開後，多久會落到地面。假設墜子落地前，並沒有其他撞擊。

提示：拋體運動，水平與垂直方向運動是互相獨立。

1. 承上題，計算項鍊突然斷裂時車廂的速率大小。

提示：先算平行旋轉軸、及垂直旋轉軸的速度分量。

1. 承上題，計算墜子落地處，與該頂點（也就是墜子脫離項鍊處）之間的水平距離。

解答

1. 當一個乘客的列車車廂到達螺旋軌道的一個最高點時，速度沿水平方向，因此墜子在鉛質方向等於一初速為零的自由落體，落地時間等於：。
2. 沿旋轉軸的速度分量，。垂直旋轉軸的速度分量：。因此速率為
3. 投影在水平平面上，此墜子作等速運動。其初速度即沿軌道方向，速率為，墜子落地處，與該最高點之間的水平距離等於：。
4. 考慮一如下圖所示之裝置，左右兩支架的長度皆為。兩支架一端固定於頂點，但張角可以自由變化。兩支架另一端以彈簧彼此連接，彈簧的原長亦為，彈力常數為，在彈簧兩端端點，各固定一個質量的粒子。彈簧與支架間的夾角亦可自由改變。支架及彈簧的質量可以忽略。
5. 已知當整個裝置處於靜止狀態時，張角，彈力常數滿足此式：，計算常數。。提示：此時彈簧處於壓縮狀態。
6. 推動此裝置使其繞通過頂點的鉛直軸（圖中虛線）以等速轉動，發現張角增加至時維持於此角，此時裝置中粒子的旋轉速度，。計算常數。。提示：此時彈簧處於伸長狀態。記得將答案A代入。

解答：

* 1. 此時彈簧處於壓縮狀態，彈力的大小為：，

平衡時，彈力與重力的合力必須沿支架方向：

* 1. 當時，注意此時彈簧已成伸長狀態，向內彈力的大小為：

粒子在水平方向總受力為必須等於質量乘向心加速度：

支架張力的垂直分量必須與重力抵銷，

因此張力大小為：。張力沿水平分量為，粒子在水平方向總受力為：，此力必須等於質量乘向心加速度：，

經過整理並代入A的結果：。。

。

1. 在一個桌面上有一個方塊，方塊的質量為1.0 kg。對方塊施以一個斜向下方的推力，此力的方向與水平線的夾角為；力的大小為，整個系統在桌面上開始自靜止向右運動。方塊與地面之間的動摩擦係數都是。計算方塊的加速度、以及施力後四秒時的位移。

*M*

解答：設繩的張力大小為*T*。左方方塊滿足的第二運動定律：

。

。。

1. 有一個質量為的粒子在軸上運動，此粒子所受的力：，式中的時間單位為。假設該粒子在時間時，由處，自靜止狀態出發，開始運動。
2. 寫下此粒子位置座標所分別滿足的運動方程式，並解出此函數。
3. 計算粒子的座標的最大值。

解答：

* 1. 運動方程式如下：

速度：。

解出並代入起始位置，可以得到：。

* 1. 最大值在速度為零，也就是位置一次為為零的時間：：

。。

1. 一個方塊質量為，繫於水平放置的彈簧上，彈簧另一端固定，彈簧的彈力常數為。此方塊在水平無摩擦的平面上作簡諧運動，已知振幅為。以平衡點的位置設為原點：。
2. 求簡諧運動的週期。
3. 問在此簡諧運動中，從移動到，最短需要時間多少？

解答：

* 1. ，週期：。
  2. 位移處的相角為，位移處的相角為。從移動到，最短需要時間，發生在相角由增加到。相角差為，需時。

