普物期末考

考卷領取 Dec 21(Thursday) 11:30-12:00 A213

$1 atm=1.01×10^{5}Pa$，$R=8.31 J/mol·K$。氦氣的莫耳定容比熱：$c\_{V}=\frac{3}{2}R$。

1. 考慮如圖之兩根不變型鋼條，固定於桌面之上，與水平的夾角固定為$45°$，兩鋼條在同一鉛直平面上。在兩鋼條上各套一個相同鐵環，兩鐵環質量和為$m$。兩鐵環中間繫以一條水平彈簧（彈力常數為$k$，質量可以忽略），兩鋼條頂端處的距離正好是彈簧的自然長度$l$。兩鐵環由鋼條的頂端處，自靜止狀態放手，使鐵環下滑。假設鐵環與鋼條間的摩擦可以忽略。鐵環下滑後，會在某處向上反彈，問反彈處距離頂點的垂直高度差是多少？(10)答案可以$m,k,g$表示。(20)

提示：下滑的垂直高度差洽為彈簧的伸長量的一半。

*l*

45°

解答：因為左右對稱，所以可以認定兩鐵環在下滑過程會是等高的，將下滑的高度設為$-y$，彈簧的伸長量即為$2y$。以能量來討論較為容易：鐵環系統的重力位能為$mgy$，彈簧的彈力位能為$\frac{1}{2}k\left(2y\right)^{2}=2ky^{2}$。總位能即：$U=2ky^{2}-mgy$。起始處的總位能為零，動能為零，故總能量為零，因此反彈點即在位能為零$U=0$處：$y=\frac{mg}{2k}$。這個位置就是我們提到的折返點，許多同學找到彈簧彈力與重力抵消的平衡點作答，這是不一樣的。在平衡點鐵環的受力為零，但因為還有向下速度，還會持續下墜，直到折返點為止，而折返點需以能量討論才比較清楚。

1. 一個方塊，繫於水平放置的彈簧上，彈簧另一端固定。此方塊在水平無摩擦的平面上作簡諧運動，已知振幅為$10 cm$，周期為$1.25 s$。以平衡點的位置設為原點：$x = 0$。問在此簡諧運動中，從$x = - 5.0 cm$移動到$x = 5.0 cm$，最短需要時間多少s？(20)

解答：位移$x = 5.0 cm$處的相角為，位移$x = - 5.0 cm$處的相角為。從位移$x = - 5.0 cm$移動到位移$x = 5.0 cm$，最短時間事發生在相角由增加到即。相角差為，需時。

1. 有一方塊A，質量為$m\_{A}=4.0 kg$，可以沿無磨擦的斜面下滑，斜面的斜角為$53°$，$\sin(53°)\~\frac{4}{5}$。A連接一無質量的繩索，繞過一固定但可旋轉的滑輪，滑輪質量$M=4.0 kg$，半徑$R=0.5 m$，為一圓柱體，轉動慣量為$I=\frac{1}{2}MR^{2}$。自靜止狀態鬆手，方塊A會向下滑動。繩與滑輪間無滑動，因此$a=Rα$。重力加速度$g\~10 m/s^{2}$。計算滑輪的角加速度$α$。(20)



BB

53°

A

解答：繩子的長度沒有改變，$a=Rα$。設繩的張力為$T\_{1}$，方塊的移動，與滑輪的轉動分別可以寫下一運動方程式：

$$m\_{A}g\sin(53°)-T\_{1}=m\_{A}a$$

$$T\_{1}R=Iα=I\frac{a}{R}$$

注意第二式的力矩中的力，不只是方塊重力沿斜面方向分量$m\_{A}g\sin(53°)$，而是繩的張力$T\_{1}$，如第一式所顯示，兩者並不相等。

代入數字，可以得到：

$$32-T\_{1}=4a$$

$$T\_{1}0.5=1a$$

可以解得加速度：$a\~5.3 m/s^{2}$。$α=\frac{a}{R}=10.6 /s^{2}$。

1. 考慮一個長方體容器，以一固定的半透膜（圖中虛線）分割為A室及B室，B室中有一可上下移動的活塞。起始時，活塞在半透膜上方幾乎與之重合。A室內含可視為理想氣體的氦氣He與氧氣$O\_{2}$各$1.0 mol$，半透膜只能讓氦氣通過，氧氣無法通過。已知活塞上的壓力保持固定為$P\_{0}$，因為氧氣無法透過半透膜，因此對活塞上的壓力沒有貢獻。設$V\_{A}=V\_{0}$，此時A室內溫度是多少？以已知的$P\_{0},V\_{0}$及常數$R$表示。(10)

He,O2

活塞

半透膜

Membrane

A

B

He,O2

He

活塞

半透膜

現在於A室下方慢慢加熱，使活塞向上移動，過程中一直維持熱平衡，直到活塞下方B室的體積與A室相等為止，過程活塞保持定壓。此時B室中氦氣溫度是多少？A室中氧氣溫度是多少？ (15) 以已知的$P\_{0},V\_{0}$及常數$R$表示。

提示：因為氦氣可以透過半透膜，所以對氦氣來說，A，B兩室其實是聯通。

解答：理想氣體滿足狀態方程式：$T=\frac{PV}{nR}$。

因為氧氣無法透過半透膜，因此對活塞上的壓力沒有貢獻，因此$P\_{0}$完全是氦氣壓力，加熱前， A室內1莫耳氦氣壓力為$P\_{0}$，$T\_{A}=\frac{P\_{0}V\_{0}}{nR}=\frac{P\_{0}V\_{0}}{R}$。

加熱後，氦氣壓力一直維持在$P\_{0}$，氦氣可以自由通過膜，因此兩室的氦氣可以合起來看待，且溫度相等，因此體積為$2V\_{0}$，溫度為：$T\_{He}=\frac{P\_{0}2V\_{0}}{R}$。而氧氣與與氦氣在Ａ室內達到熱平衡因此溫度相等：$T\_{O\_{2}}=T\_{He}=\frac{2P\_{0}V\_{0}}{R}$。

1. 考慮$0.002$莫耳的氦氣的熱過程，在PV圖中的$b$與$c$態為等溫，$V\_{a}= 2.0×10^{-4} m^{3},P\_{a}= 0.5 atm$，$P\_{b}= 2.0 atm$。
2. 問狀態$a，c$的溫度分別是多少K？(5)
3. 在定壓過程$c\rightarrow a$中，氣體放出了多少J的熱量？內能的變化是多少J？活塞對氣體作功是多少J？(15)



解答：

A. $T\_{a}=\frac{P\_{a}V\_{a}}{nＲ}=\frac{0.5×1.01×10^{5}×2×10^{-4}}{0.002×8.31}=608K$，$T\_{c}=T\_{b}=\frac{P\_{b}}{P\_{a}}T\_{a}=2432K$。

B. 在定壓過程$c\rightarrow a$中，$Q=nc\_{P}∆T=0.002×\frac{5}{2}R×\left(608-2433\right)=-76 J$放熱。$∆E\_{int}=nc\_{V}∆T=0.002×\frac{3}{2}R×\left(608-2433\right)=-44 J$。$W=Q-∆E\_{int}=-32 J$，活塞對氣體作功$+32 J$。