普物期末考

Dec 2022

1. 一個方塊，繫於水平放置的彈簧上，彈簧另一端固定。此方塊在水平無摩擦的平面上作簡諧運動，已知振幅為$0.10 m$，周期為$1.2 s$。以平衡點的位置設為原點：$x = 0$。問在此簡諧運動中，由方塊通過原點，向$-x$方向運動，到達$x = - 0.05 m$的時間起算，反彈回來，繼續移動回到$x = -0.05 m$，需要時間多少s？(20)

解答：向$-x$方向運動，位移$x = - 0.05 m$處的相角為$π-\frac{π}{3}$，反彈後向$x$方向運動，位移$x = 0.05 m$處的相角為$π+\frac{π}{3}$。相角變化為$\frac{2π}{3}$，時間需時：$T\frac{2π}{3}÷2π=\frac{T}{3}=0.4s$。

1. 假設在一維$+x$軸上運動的粒子，受力的大小只與位置$x$有關。位能可以寫成如下的形式：

$$U\left(x\right)=a\left(\frac{1}{x}\right)^{4}-b\left(\frac{1}{x}\right)^{2}$$

 其中$a,b$是正常數。

1. 粒子所受力，與距離$x$的關係為何？此力有一個平衡點，計算此平衡點的位置$x\_{0}$。(15)
2. 將此粒子從距離為正無限遠$\infty $處自靜止釋放，力此時為吸引力，粒子會像原點移動，問粒子能到達最接近原點處的距離是多少？(10)

以上答案以$a,b$表示。

解答： ，

 在平衡點處，力為零：，，。

在無限遠處動能及位能皆為零，故其機械能為零。在最接近處動能又為零，因此位能為零。，。

1. 考慮如下左右兩個汽缸的氣體，周圍完全絕熱。兩室的中隔牆固定，但絕熱並不完全。左室體積固定為$V\_{0}$，內含單原子分子所構成之理想氣體$1.0$莫耳，溫度為$600K$。右室體積起始時為$0.5V\_{0}$，內含單原子分子所構成之理想氣體$0.25$莫耳，溫度為$300K$。右室右方有一自由活塞，活塞亦為絕熱，活塞外壓力維持為一大氣壓$1.0atm=1.01×10^{5}Pa$。 $R=8.31 J/mol·K。$
2. $V\_{0}$等於多少？(10)
3. 因為兩室的中隔牆絕熱並不完全，熱量會由左室向右流，假設交換夠慢使右室內氣體的變化，可視為定壓膨脹過程。問當兩室達到熱平衡時，右室內氣體的溫度是多少K？體積是多大？(15)

解答：

1. 右室氣體滿足狀態方程式：$1.01×10^{5}∙0.5V\_{0}=0.25∙8.31∙300$，$V\_{0}=0.012m^{3}$。左室壓力等於$\frac{2×4}{2}=4atm$。
2. 單原子分子氣體的定容比熱為：$c\_{V}=\frac{3}{2}R=12.5$，定壓比熱為：$c\_{P}=\frac{5}{2}R=20.8$。假設達到熱平衡時氣體的溫度為$T$：$1∙12.5∙\left(600-T\right)=0.25∙20.8∙\left(T-300\right)$，$T=512K$。
3. 考慮一缸$2.0$莫耳雙原子分子組成的氮氣。由狀態$a$膨脹至狀態$c$，而此過程在PV圖上，為由狀態$a$到狀態$c$的一條直線。兩個狀態的壓力與體積如圖所示。氮氣的定容比熱為 $c\_{V}=5/2 R$。



1. 計算此氣體前後的溫度$T\_{a},T\_{c}$分別是多少K？(5)
2. 在這個過程中，氣體對外所作的功是多少kJ？氣體的內能變化是多少kJ？吸熱（或放熱）是多少kJ？(10)

考慮同樣一缸氣體的另一過程，由狀態$a$先定容減壓至狀態$b$，再定壓膨脹至狀態$c$*。*

1. 狀態$b$的溫度$T\_{b}$是多少K？
2. 整個過程$a\rightarrow b\rightarrow c$，氣體的內能變化是多少kJ？吸熱（或放熱）是多少kJ？(10)

解答：

1. $T=\frac{PV}{nR}$，因此$T\_{a}=\frac{3×10^{5}×0.02}{2∙8.31}=361K$，$T\_{c}=\frac{1×10^{5}×0.06}{2∙8.31}=361K$，$T\_{a}=T\_{c}$。。
2. 所作的功即是直線下所包圍的面積：$W=4×10^{5}×\frac{0.04}{2}=8.0kJ$。。

內能變化：$∆E=nc\_{V}∆T=0$，吸熱：$Q=∆E+W=8.0 kJ$ 。

1. $T\_{b}=\frac{1×10^{5}×0.02}{2∙8.31}=120K$，
2. 整個過程$a\rightarrow b\rightarrow c$ $∆E=nc\_{V}∆T=0$

吸熱：$Q\_{acb}=Q\_{ac}+Q\_{cb}=nc\_{p}\left(T\_{c}-T\_{b}\right)+nc\_{V}\left(T\_{b}-T\_{a}\right)=2\frac{7}{2}R∙241-2\frac{5}{2}R∙241=4.0kJ$。