

第 1 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
(a) 13 分	寫出理想氣體方程式 $P_0V_{A0} = P_0V_{B0} = RT_0$ ， 算出 $V_{A0} = V_{B0} = 22.5\text{L}$ 。	2	
	寫出熱力學第一定律： $\Delta U_{A+B} = 5R\Delta T = Q - W$ 。	3	
	算出 $W = R\Delta T$ 。	2	
	求出 A、B 的溫度變化 $\Delta T = 6.71\text{K}$ 。	2	
	求出 A 部分的壓力 $P_A = 2480\text{Pa}$ 。	2	
	求出 B 部分的體積 $\Delta V_B = 0.552\text{L}$ 。	2	
(b) 12 分	寫出熱力學第一定律： $\Delta U_A = Q - W$ ， $(5R/2)\Delta T_A = 80.0 \times 4.18 - P_0(\Delta V_A)$ 。	3	
	由理想氣體方程式： $(7R/2)\Delta T_A = 80.0 \times 4.18$ 。	3	
	求得 $\Delta T_A = 11.5\text{K}$ 。		
	求出 $\Delta V_A = 0.946\text{L}$ 。	2	
	求出 $\Delta P_A = \Delta P_B = 0$ 。	2	
	求出 $\Delta V_B = 0$ ； $\Delta T_B = 0$ 。	2	

第 2 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 6 分	寫下 A 點經由 P 點至 B 點的光程： $f(x_1) = \frac{\sqrt{h_1^2+x_1^2} + \sqrt{h_1'^2+(d-x_1)^2}}{(\lambda/n_1)}。$	1	
	由 $f'(x_1) = 0$ 得到 $\frac{x_1}{\sqrt{h_1^2+x_1^2}} - \frac{d-x_1}{\sqrt{h_1'^2+(d-x_1)^2}} = 0。$ 即 $\sin\theta_1 = \sin\theta_1'$	2	
	寫下 A 點經由 P 點至 B 點的光程： $f(x_1) = \frac{\sqrt{h_1^2+x_1^2}}{(\lambda/n_1)} + \frac{\sqrt{h_2^2+(d-x_1)^2}}{(\lambda/n_2)}。$	1	
	由 $f'(x_1) = 0$ 得到 $\frac{n_1 x_1}{\sqrt{h_1^2+x_1^2}} - \frac{n_2(d-x_1)}{\sqrt{h_2^2+(d-x_1)^2}} = 0。$ 即 $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2。$	2	
(B) 4 分	寫出相鄰兩路徑的光程差： 實線 $\int_A^B d\varphi(\vec{r}) -$ 虛線 $\int_A^B d\varphi(\vec{r})。$	2	
	由穩定相位條件得到 $\frac{2\pi dx \sin\theta_1}{(\lambda/n_1)} + \frac{2\pi dx \sin\theta_2}{(\lambda/n_2)} = 0。$ 即 $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2。$	2	
(C) 5 分	寫出折射時相鄰兩路徑的光程差，並由穩定相位條件得到 $\frac{2\pi dx \sin\theta_1}{(\lambda/n_1)} + \frac{2\pi dx \sin\theta_2}{(\lambda/n_2)} + d\Phi = 0，$ 即 $n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{d\Phi}{dx}。$	3	
	寫出反射時相鄰兩路徑的光程差，並由穩定相位條件得到 $\frac{2\pi dx \sin\theta_1'}{(\lambda/n_1)} + \frac{2\pi dx \sin\theta_1}{(\lambda/n_1)} + d\Phi = 0，$ 即 $n_1 \sin\theta_1' = n_1 \sin\theta_1 + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{d\Phi}{dx}。$	2	
(D)(a) 3 分	由(c)中廣義化反射定律得： $\sin\theta_1' = \sin\theta_1 + \alpha。$	1	
	求出反射光的條件： $\theta_1 > \sin^{-1}(1 - \alpha)。$	2	
(D)(b) 7 分	由廣義化折射定律得： $n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 + \alpha。$	1	
	求出 $n_1 < n_2$ 時有全反射的條件： $n_2 - \alpha < n_1，$ 且 $\theta_1 > \sin^{-1}[(n_2 - \alpha)/n_1]。$	4	
	求出臨界入射角 $\theta_c = \sin^{-1}[(n_2 - \alpha)/n_1]。$	2	

第 3 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
(a) 6 分	將穩態解 $Ae^{i(\omega t - \phi)}$ 帶入微分方程式 $M \frac{d^2 z}{dt^2} + b \frac{dz}{dt} + kz = F_0 e^{i\omega t}$ 得 $\{-M\omega^2 + bi\omega + k\}Ae^{i(\omega t - \phi)} = F_0 e^{i\omega t}$ 。	2	
	求出 $A(\omega) = \frac{F_0/M}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (b/M)^2 \omega^2}}$ 。	2	
	求出 $\phi = \tan^{-1} \frac{(b\omega/M)}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$ 。	2	
(b) 4 分	振幅最大時之角頻率： $\frac{dA(\omega)}{d\omega} = 0$ 。	2	
	$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - (b^2/2M^2)} \approx \omega_0$ 。	2	
(c) 9 分	寫出受磁力後之共振角頻率 $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{M}} = \sqrt{\frac{k - \partial F_z / \partial z}{M}}$ 。	2	
	寫出共振角頻率的變化 $\Delta\omega = \sqrt{\frac{k_1}{M}} - \sqrt{\frac{k}{M}} = \omega_0 \left(\sqrt{1 - \frac{\partial F_z / \partial z}{k}} - 1 \right)$ 。	1	
	展開到 $\partial F_z / \partial z$ 的一階得 $\Delta\omega \cong -\omega_0 (\partial F_z / \partial z) / (2k)$ 。	2	
	由 $U = -mH_z$ ，求出探針受到的磁力 $F_z = m \partial H_z / \partial z$ 。	2	
	求出 $\Delta\omega \cong -\frac{\omega_0 m}{2k} \left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} \right) = -\frac{\omega_0 m a}{k}$ 。	2	
(d) 6 分	寫出 $H_z \propto -\left\{ \frac{x}{x^2 + z^2} + \frac{x_0 - x}{(x_0 - x)^2 + z^2} \right\}$	2	
	求出 $\frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} \approx \left\{ \frac{2x}{[x^2 + z^2]^2} + \frac{2(x_0 - x)}{[(x_0 - x)^2 + z^2]^2} \right\}$	1	
	判斷區域 I 為亮階	1	
	判斷區域 II 為暗階	1	
	判斷區域 III 為亮階	1	

第 4 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
(a) 6 分	寫出圓球底部之速度 \vec{u} 為 $\vec{u} = \vec{v} + \vec{\omega} \times (-R\hat{z})$ 。	2	
	代入初值條件，求得 $\vec{u}_0 = \omega_0 R(-\hat{x} + 3\hat{y})/\sqrt{2}$ 。	2	
	$u_0 = \sqrt{5}\omega_0 R$ 。	1	
	$\hat{u}_0 = (-\hat{x} + 3\hat{y})/\sqrt{10}$ 。	1	
(b) 4 分	寫出圓球質心的運動方程式 $m \frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{F} = -\mu_k mg \hat{u}$ 。	2	
	寫出圓球繞質心轉動的運動方程式 $mk^2 \frac{d}{dt} \vec{\omega} = \vec{\tau} = (-R\hat{z}) \times \vec{F} = \mu_k mg R \hat{z} \times \hat{u}$ 。	2	
(c) 5 分	寫出 $\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times (-R\hat{z})$	1	
	求出 $\frac{d\vec{u}}{dt} = -\mu_k g \left(1 + \frac{R^2}{k^2}\right) \hat{u}$	2	
	求出 $\vec{u}(t) = (u_0 - \gamma \mu_k g t) \hat{u}_0$ 。	2	
(d) 3 分	求出圓球開始做純滾動之時刻 $T = \frac{2\sqrt{5}\omega_0 R}{7\mu_k g}$ 。	3	
(e) 7 分	將(b1)式對時間積分一次得： $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 - \mu_k g t \hat{u}_0$ 。	2	
	再次積分得 $\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t - \frac{1}{2} \mu_k g t^2 \hat{u}_0$ 。	2	
	帶入初值條件(a2)與(a3)得 $\vec{r}_T = \vec{r}(T) = \frac{u_0}{\gamma \mu_k g} \left(\vec{v}_0 - \frac{u_0}{2\gamma} \hat{u}_0\right)$ 。	1	
	求出 $\vec{r}_T = \frac{\sqrt{10}(\omega_0 R)^2}{49\mu_k g} (\hat{x} + 11\hat{y})$ 。	2	

第 5 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A)(a) 6 分	求出圓形線圈中央之磁場為 $\frac{\mu i a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}$	2	
	求出通過金屬環之磁通量為： $\Phi = \frac{\mu N \pi a^4}{2(a^2+z^2)^{3/2}} I(t)$	2	
	求出互感 $M(z) = \frac{\mu N \pi a^4}{2(a^2+z^2)^{3/2}}$	2	
(A)(b) 5 分	列出通過長 dz 、半徑 r 之圓柱面(包括兩端之截面)之磁通量為零 $dz 2\pi r B_r(z, r) + \pi r^2 B_z(z + dz, r) - \pi r^2 B_z(z, r) = 0$	2	
	得出 $B_r(z, r) = -\frac{r}{2} \frac{\partial B_z(z, r)}{\partial z}$	2	
	求出 $B_r(z, r) \approx \frac{3\mu N I(t) a^2 z r}{4(a^2+z^2)^{5/2}}$	1	
(B)(a) 6 分	寫出金屬環中之感應電動勢 $-M(z)\omega \cos \omega t I(z)$	1	
	用 Kirchoff's law 寫下電路方程式： $Ri + L \frac{di}{dt} = -M(z)\omega \cos \omega t I(z)$	2	
	求出 $i(t) = -\frac{M\omega I(z)}{R^2 + \omega^2 L^2} [R \cos \omega t + \omega L \sin \omega t]$	2	
	求出 $\tan \delta = \frac{R}{\omega L}$ 。	1	
(B)(b) 8 分	寫出螺線管及金屬環中之電路方程式： $(i\omega L_0 + R_0)i_1 + i\omega M i_2 = V_0$; $i\omega M i_1 + (i\omega L)i_2 = 0$ 。	3	
	求出 $I(z) = \frac{V_0}{\sqrt{R_0^2 + \omega^2 L_0^2 \left(1 - \frac{M^2}{L L_0}\right)^2}}$	3	
	說明 $I(z)$ 隨 z 增加而遞減	2	

第 6 題評分標準：

小題	內容	得分	備註
(a) 9 分	用 Kirchoff's law 寫下左半邊的電路方程式： $\frac{\int idt}{C} + L \frac{di}{dt} + R(I + i) + [V_1 - r(I + i)] = 0$	2	
	說明直流分量抵消： $RI + (V_1 - rI) = 0$	1	
	微分求得二階微分方程式： $L \frac{d^2i}{dt^2} + (R - r) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$	1	
	寫出微分方程式的一般解： $i(t) = \alpha_1 e^{(-\xi+s)t} + \alpha_2 e^{(-\xi-s)t}, s = \sqrt{\xi^2 - \omega_0^2}$	2	
	帶入初始條件 $i(0) = 0, i'(0) = \alpha$ 求得電流： $i(t) = (\alpha/s) e^{-\xi t} \sinh(st)$	3	
(b) 6 分	寫出第 1 個產生振盪的條件(電路能量不損耗)： $\xi \leq 0 \Rightarrow R \leq r$ 。	2	
	寫出第 2 個產生振盪的條件(s 是純虛數)： $\omega_0 < r \Rightarrow R < r + 2\sqrt{L/C}$	2	
	求出振盪頻率： $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \xi^2}$	2	
(c) 3 分	寫出 $v_{out}/v_{in} = r/(r - R)$	4	
(d) 7 分	說明振盪交流電壓振幅最大為 $(V_2 - V_1)/2$ ，振幅超過時 r_d 變成正值，振盪振幅飽和。	1	
	求出 $P_{DC}^{Gunn} = [(V_2 - V_1)/2] \{ [V_b - (V_2 - V_1)/2] / R \}$	3	
	求出 $P_{AC}^{Gunn} = \langle (\Delta V)(\Delta I) \rangle = \langle iv \rangle = -(V_2 - V_1)^2 / (8r)$	3	