

經典力學中力概念發展成形的歷程

付麗萍¹ 姚珩² 陳玠同²

(1.閩南師範大學物理與資訊工程學院 福建 漳州 363000 2.臺灣師範大學物理系 臺灣 臺北 116)

摘要：力概念是力學教學中最先出現的重要物理量，它並非一開始就被定義為品質與加速度的乘積。而是早在古希臘描述非自然運動，認為必須有推動者對物體提供力方可達成時就被引入。接著經過中世紀的衝力，笛卡爾的慣性力，惠更斯的離心力，胡克的吸引強度，牛頓的向心力，最後才於 1687 年提出外力。這些發展對瞭解牛頓定律幫助甚大。

關鍵字：衝力；離心力；向心力；外力；牛頓運動定律

牛頓(I. Newton,1642-1727)在 1687 年發表《自然哲學之數學原理》一書中，所呈現最成功處就是將月球繞地及地表落體運動之加速度現象，以同一個概念—向心力，與同一規律—萬有引力定律，結合在一起，並以精確之數值反映其嚴謹之量化關係，以至於無人可再否認其學說中所引入之創新觀點—力及三大運動定律。

在中學的教科書裡，對力概念的說明皆是從靜力平衡(槓桿原理)、彈簧秤(胡克定律)，或第二運動定律($F=ma$)來引入，然而這些都是為了數學方便的權宜之計，卻無法反映出力學發展的真正面貌，及最終概念形成的艱難過程。這也造成學習者對物理概念的感受不夠清楚深刻。

本研究將探討牛頓提出其力概念的歷史發展背景，指出物理概念的發生、形成與奠定，並非輕而易舉在短時期就可完成的，也可做為老師們在教學上傳授力概念的一種參考。

1 古代時期的力概念

物理學的起源與發展絕不是為了服務工程與解決實用技術而誕生的，它是為了要詮釋自然界裡的現象所發展出的理論，是人類智慧與理性文明的一種傳承的結晶。力概念也是在面對整個天體與地球上的變化現象，而逐步發展出來的。

1.1 靜力學

1.1.1 浮力現象

在中學教科書裡，讓學生有力的感受常是自靜力平衡開始，他們最早接觸的就

是阿基米德(287-212 BC)的浮力原理：物體在液體中所受的浮力等於排開的液體重量。然而阿基米德並未定義“浮力”，也從未說明何謂“力”，他的原著《浮體論》(On Floating Bodies)是如此記載：^[1]

“任何浮體可排開相等的液體重。”

“物體在液體中減輕的重量，等於排開液體重。”

也就是當時還沒有將重量、力與浮力結合在一起的想法。

1.1.2 槓桿

亞里斯多德(Aristotle,384-322 BC)在其著作《機械問題》中首次提到槓桿的平衡(圖 1)：

“在一根沒有重量的槓桿可以繞 O 點轉動，點 A_1 點 A_2 分別載有重量 W_1 和 W_2 ，則槓桿維持平衡條件為 $W_1 : W_2 = OA_2 : OA_1$ 。”^[2]

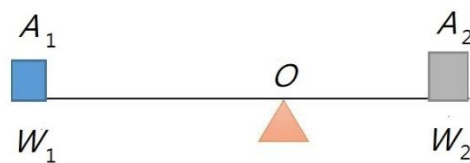


圖 1：亞里斯多德所言槓桿平衡的示意圖。

另一方面，一直到 13 世紀數學家約達努斯(Jordanus)所提出類似的公理：

“能將載重 L 物體提升高度 h 的“某種東西”，也能將載重 n 倍 L 的物體提升至 h 的 n 分之一。”^[2]

這個“某種東西”到底是什麼？當時並不清楚，可能是一種推或拉，但顯然還不是“力”，由此可知，今天靜力學中所言的推力、拉力或力矩，皆為日後成形的物理學所附加上去的解釋，從古希臘到中世紀時代的人並未有施加於槓桿上的力此種說法與觀點。

1.2 動力學

1.2.1 受迫運動—力

中世紀的學者有句格言：“不理解運動，就不理解自然。”早從亞里斯多德時期，運動與變化便是自然哲學的主要內容。他認為“運動”是任何從潛在(potentiality)到實在(reality)的過程或變化，基本上它包含了性質、數量與位置的三種變化。而物體的變化均依其本性(nature)有其特定之“目的”，譬如植物種子的變化是要成為樹

木；嬰兒的變化是要成為大人。同樣，地表上重物位置變化的最終目的是要回到宇宙中心—地球，此種變化稱為“自然運動”(natural motion)。與自然運動不一致的，則稱做“非自然或受迫運動”(unnatural or forced motion)。要形成受迫運動，則必需要有推動者(mover)對運動物體(moved)提供“力”(vis)方可達成。例如，欲使物體不向下落，則推動者必須用手將物體向上拋擲(施力)。^[2]

另外，還有一種受迫運動是受到推拉的運動物體。如平地上原為靜止的車子，若沒有推力，車子不會移動；若有推力，車子就會移動，推力愈大，運動愈快；且推力維持不變，物體的速度就會維持不變；運動要能繼續，必須持續地有力作用(continuation of motion depends on continued action of a force)。^[2]這也是歷史上首次明確出現以“力”的術語來描述運動之出處，通常這也是一般學生們最初所認識與接受的力概念。

1.2.2 脫離推動者的力—介質的作用

但是一塊石頭水準向外拋出，石頭離開拋擲者後，並無推動者的持續作用，為何石塊能繼續運動？亞里斯多德認為：投擲者投出石塊同時，他也推動了臨近的介質（空氣）隨同石塊一起運動，並把推動者的角色與功能傳送給了介質，因此介質可以繼續完成最初投擲者的推動作用。

雖然此種說法有些突兀，但它維持了運動物體必須要有推動者借著直接接觸來提供作用的原理，具有前後的一致性。然而，後繼者不久提出了質疑：若石塊系著一條細繩，水準投出，借著空氣介質向前推動物體的作用，應該較易推動細繩，如此細繩將被推到石塊的前方，而非跟在石塊後方運動，產生了不合理的預測結果。

1.2.3 不必靠接觸物體仍可運動—衝力

為了消除上述引入介質的詮釋所造成的矛盾，六世紀的菲洛彭諾斯(Philoponus, 490-570)認為：物體脫離投擲者後，能繼續運動，是因推動者賦予了物體運動力(motive power)，正是此動力保持了物體的運動。

後來十四世紀法國人布裡丹(Buridan, 1300-1358)繼承了此想法，稱運動物體從推動者所獲取，並讓它能維持運動下去的動力為“衝力”或原動力(impetus)。但他認為衝力不會自動消失，運動物體會逐漸變慢，是因受到了介質阻力和向下的重力所影響。

“(被拋物體)離開投擲者手臂後，它會受到投擲者所賦予的衝力推動，只要

衝力大於阻力，它將持續運動下去。」^[2]

他並主張衝力與物體的速度與所含的物質多寡有關，非常接近於今天所說的動量。自此可看出，力概念的出現從早期便只是與物體的運動緊密相關，它與靜力學上所施加的推或拉並無關係。

2. 笛卡爾的慣性力

近代哲學之父笛卡爾（R. Descartes, 1596-1650）努力為哲學尋找徹底的清晰性，拒絕接受當時自西方文藝復興時期所維持的泛靈論——宇宙充滿著各種神秘性，認為所有神秘的事物皆必須被徹底排除，而將心靈與物質作截然的分開，建立起了機械論哲學，主張所有自然現象都是由運動中的物質微粒所引起的。

笛卡爾保留了布裡丹的衝力觀點，並加以推廣，稱它為“運動物體的力”（force of moving body）或運動量（quantity of motion），它是物體的尺寸大小（size）與速度的乘積。在其《哲學原理》著作裡首次提出：

“每一物體，在其自身力量，將一直維持於相同的狀態；一旦它運動後，則將繼續運動下去。”^[3]

他並認為“物體有運動變化不是因推動者的作用，而是因一個物體對另一個物體直接接觸的影響”。亦即，是由於運動物體的力借著碰撞或接觸，造成第二物體產生運動力，這個運動物體的力是被機械論哲學家們所接受的唯一的力。所有其他未經檢視的力皆是神秘之物，當時所言的重性（gravity）——物體皆有向下掉落的性質——不是一種力，而是一種性質。

笛卡爾進一步也說：“靜止物體有著維持在靜止的力（A body at rest has force to remain at rest）。”換言之，不論是運動或靜止物體，他們都有維持在原來狀態傾向或趨勢（tendency, endeavor）。尺寸或體積愈大的物體愈不容易改變其運動狀態，他使用阻止力（force of resistance）或天生之惰性（natural sluggishness）來描述，其意義與“慣性”（inertia）相似。此名詞最先是由開普勒（J. Kepler, 1571-1630）在所著《哥白尼天文學概要》中引入，其拉丁文原意為惰性（idleness）或懶性（laziness），代表對運動的一種阻礙。後來牛頓將笛卡爾此種惰性力的想法寫在他《原理》一書中，八個基本定義的第三個：

“慣性力（inertial force）或物體的固有力（innate force）是一種存在物體內部的阻力（power of resisting），借著它，物體將竭盡維持其目前狀態，不

論是在靜止或作等速直線運動。”^[4]

笛卡爾此種將力與物體的慣性狀態緊密地連接在一起，並視其為物體基本的重要的存在事實，這是當時學界共同使用的觀點，縱使之後的牛頓也一直認同它。

3. 惠更斯的離心力

惠更斯（C.Huygens,1629-1695）是機械論的忠實擁護者，他繼承笛卡爾所主張運動物體總是會沿著直線方向，因此“在圓周上運動的物體總會繼續運動下去，試著離開圓心，回到原來的直線上。”^[5]

1659年惠更斯本人將這種離開圓心的趨勢稱作“離心力”（centrifugal force）^[5]。如圖2所示，物體自B點運動至E點，則物體在E點上具有回復到C點的趨勢，EC長度可代表離心力的大小。

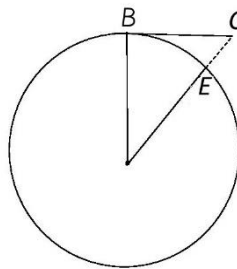


圖2：作圓周運動物體在E點上具有回復到C點的趨勢，EC可代表離心力大小。

此處離心力是離心趨勢的延伸，不是作用在物體的非接觸力，是可被機械論者接受的一種概念。在《論離心力》一書中，惠更斯以數學方法精確地表示出離心力大小，獲得今天常用的關係 $F \propto v^2/r$ ，它是結合三個假設所得到的，其中之一為：

“假如兩相同物體以同樣速率，在不同大小的圓上運動，則它們的離心力會與直徑成反比，即小圓上的離心力會較大。”^[5]

這個發現是將當時機械論的觀點與數學方法做首次完美的結合，是物理史上非常重要的創舉，對牛頓日後的成就產生重大的影響。

惠更斯進一步認為，物體的重性就是因旋轉之地球周圍的乙太介質，受到離心力作用，沿著連心線離開地心，所騰出的空間，造成物體因填補其位置而下落，並計算出物體下落距離會與時間平方成正比，而可符合伽利略的落體運動關係，更讓許多物理學家誠服於離心力觀點。

4. 胡克朝向中心的吸引強度

胡克（R. Hook,1635-1703）卻未依循笛卡爾與惠更斯的離心趨勢觀點，他是歷

史上首先提出“吸引”觀點的物理學家，在 1666 年發表的兩篇論文中寫到：^[6]

“能使直線運動變為曲線運動的原因，可能來自於中心物體的一種吸引（attractive）屬性。通過這種性質，中心物體一直竭力要把它引向或拉向自身。”

“圓周運動由一種直接沿著切線運動的趨勢（endeavor by a direct motion along the tangent），與一種朝向中心的傾向（tending to the center）複合而成的。...如果開始時沿著切線的趨勢強於朝向中心的趨勢，就會產生橢圓運動。”

1679 年胡克擔任英國皇家科學院秘書，想邀請牛頓參與天文學的討論，兩個月內一共寫了四封信給牛頓，其中提到：^[6]

“通過書信交流，可否讓我明白您對：沿著切線的直線運動，和一種朝向中心的吸引運動，所合成的行星運動之想法。”

“此中心之吸引強度（central attraction power）應與距離的平方成反比。毫無疑問，以您傑出的方法，您可輕易地找出這會是何種曲線，且提供造成此比例的物理原因。”

胡克認為作圓周運動物體具有朝向圓心的傾向，而非受到遠離中心的離心力作用，這對牛頓的確是一個很大的啟示。但胡克終其一生並未提到向心力（centripetal force）一詞，可能是因他接受機械論者的觀點—力只可以有慣性力與離心力兩種，而不敢冒然使用含有力的其他名詞。

5. 牛頓的向心力

與胡克通信完後，牛頓一直未對外界表示他的想法，直到 1684 年，哈雷（E. Halley, 1656-1742）訪問他，請教行星橢圓軌道與吸引強度的關係時，他方首肯給予回答，並在三個月內完成《論運動》的小冊書，書中含有三個定義，第一個定義即為向心力：

定義 1 物體被推動或吸引，朝向中心點的力，稱為向心力。

三年後在巨著《原理》的首頁裡八個基本定義中，後四個定義全都是有關向心力的意義，其中：

定義 5 物體從各處以某種方式被牽引、推進或傾向某一中心點，所憑藉的稱為向心力（A centripetal force is that by which bodies are drawn or impelled, or any way tend, towards a point as to a center.）^[4]

向心力的應用很廣，如落體、勻速圓周與橢圓運動全部都是受到向心力的作用。在《原理》全書近兩百個命題中，第一命題就是在描述物體若受到向心力作用，則物體與力心之連線在相同時間會掃出相等面積，亦即向心力的作用等價於面積律的結。利用這個定理，可得到所有行星都是受到向心力的作用，而會指向太陽。向心力是牛頓 40 歲左右受到胡克影響才提出的概念，它讓牛頓茅塞頓開，使其成果幾乎超越了前面所有的物理學家。

今天回顧起來，到底離心力是否存在？有無錯誤？事實上離心力的確存在，我們坐在急轉彎的車內，所經驗到被甩出去的感受，那正是離心力的作用。惠更斯並沒犯錯，只是離心力僅存在於加速度坐標系裡，在描述行星運動時，採用此種坐標系統或離心力概念是無法成功的。只有在將圓周上運動物體視為受到向心力作用的慣性坐標系統裡，才能透過適當的運動定律，得到合理的結果。這是觀察者的定位或是座標的選取問題，它決定了惠更斯與牛頓的理論何者有效。

6. 牛頓的外力

在《原理》一書之前，與力相關的概念只有慣性力、離心力與向心力三種，並無“力”的定義，直到 1687 年，歷史上才首次對力有直接的描述與定義：

定義 4 外力是施加在物體上，用來改變其靜止或等速運動狀態的作用
(An impressed force is an action exerted on a body, in order to change its state, either of rest or of moving uniformly forward in a right line.)

由此敘述可知，在牛頓心中，力不是物體的品質與加速度的乘積，不是物體的重量，不是對物體的推或拉，也不是使彈簧秤伸長的作用，它是與運動有關的概念，是一種造成物體運動有所變化的效果、影響、強度或作用（effort, effect, intensity or action）。它是來自於動力學的名詞，是為了要探討自然界或行星的運動而引入的創新概念，並不是來自於日常生活中一種感官經驗的模擬。^[7]

透過外力的觀念，牛頓建立起與時間相關的運動定律，而得以描述行星橢圓軌道與距離平方成反比的對應關係。另一方面，利用外力在空間上的累積加成，牛頓又成功詮釋蘋果受到地球每部分的引力，可完全集中在球心上。外力在微分與積分運算上扮演的此種雙重角色，創造出了曠世的萬有引力定律，使牛頓成為經典力學的集大成者。至此，力的具體意義隨著牛頓的宣稱也就底定下來。

7. 牛頓之後對力概念的處理

由於牛頓利用獨特的力概念，所建立起的引力定律完美地結合了落體與月亮精確的加速度關係，也詮釋出行星橢圓軌道的成因，征服了當時眾多物理學家，使得科學家認為若要清楚瞭解自然界其它的交互作用，就必須說出它們是受到什麼樣的力，及其清晰的數學形式。譬如，日後靜電學的庫侖力，與洛倫茲的電磁力就是在此要求下表示出確定的力形式：

$$F = kqQ/r^2$$

$$F = (E + v \times B)$$

但另一方面，由於萬有引力是一種不需接觸的超距力，許多物理學家仍一直無法完全接受此觀點，因此如何從其他直觀的原理出發，也能獲得第二運動定律或引力定律的結果，成為後來重要的物理課題。1744 年莫佩爾蒂 (P. Maupertuis, 1698-1959) 的最小作用原理及 1788 年拉格朗日 (J. Lagrange, 1736-1813) 的運動方程式，是以能量的觀點來取代力概念，不僅避開了超距力的問題，且證實可與牛頓力學的結構等價，也對日後原子核內的強作用力，及衰變的弱作用力提供了正確的處理方向。

這也是為何在 1895 年物理學家泰特 (P. Tait, 1831-1901) 曾說：“在所有包含力概念的方法和體系中，力是人造產物，...力以及產生力感官概念的引入並不是必要的。”但我們應注意後人為何可排除力概念，則是在牛頓已建立其萬有引力的世界體系之後才說的，那是後見之明。亦即沒有牛頓的力概念，也就不會有之後的動能、位能、拉格朗日與哈密頓力學系統出現。

8. 討論

1865 年克希荷夫 (G. Kirchhoff, 1824-1887) 在所著《力學》書中，為了簡潔性的要求，定義了力等於品質與加速度的乘積。造成日後教科書大多採用此種方法介紹力，雖然在力單位的定義，使用此方法有其方便性，但畢竟這不是牛頓原本的說法，如此描述也會失去對第二運動定律內涵的瞭解。正確力概念的意義是經過長時間的演變與發展才有的結果，它並非突然間被牛頓無理由的定義下來。近兩千年來相關力概念的提出，皆是為了要建立起有效的系統，來合理地去詮釋宇宙的自然現象，才慢慢發展起來，它不是漫無目標的即興之詞。

2004 年諾貝爾獎得主，美國物理學家 F. Wilczek (1951-) 于同年發表於 Physics Today 一篇《 $F=ma$ 中的力從哪來？》中寫道：“這個方程 $F = ma$ 像是一種

共通語言，利用它可以表達出運動學體系裡不同且有用的內涵，這些符號的詮釋牽涉到整體的文化。...牛頓在解釋行星運動上獲得了巨大的成功，他發現一個形式簡單的單一力可決定整個體系的行為。”誠然力概念是在長遠歷史發展下的一種專門的科學語言，它也是當時整個科學思潮下的文化產物。但後來 Wilczek 在文中寫到：“從邏輯觀點來看，能量至少甚至可更好地描述力所可解釋的一切現象，但為何過去以及現在，力都被當做力學的基礎來介紹？最重要的因素當然是因為動量的變化—它對應於力—為可視的，但能量的變化則不易被察覺。”^[8]

然而此段話則有待商榷，因牛頓本人並無位能概念，更不知能量為何物，自然就不可能，亦不會用能量觀點來詮釋力學體系，這與動量或能量的變化何者容易被察覺完全無關，也反映出 Wilczek 並不知力概念在物理學發展上所扮演活躍的關鍵角色。

以力概念建立起力學知識是最真實，並最具原創力的思考程式，沒有力就不會有動能、位能與能量觀念，何來其他的力學體系？因此，物理學家 E. Mach (1838-1916) 在所著《力學的科學》一書中就曾說：“自牛頓起，沒有基本的新原理被寫下。...自其後，所有的力學裡所完成的形式原理皆是奠定在牛頓定律上。”

參考文獻

- [1] 克萊茵 M. 古今數學思想[M]，第一冊，姜伯駒，譯·上海：上海科學技術出版社，2011
- [2] 戴克斯特豪斯 E·世界圖景的機械化[M]·張蘊天，譯·北京：商務印書館，2015·
- [3] 韋斯特福爾 R·近代科學的建構-機械論與力學[M]·彭萬華，譯·上海：復旦大學出版社，2000·
- [4] 牛頓 I·自然哲學之數學原理[M]·王克迪，譯·武漢：武漢出版社，1992·
- [5] Huygens C. On Centrifugal force[J],1659, <https://www.princeton.edu/~hos/mike/texts/huygens/centriforce/huyforce.htm>
- [6] 柯瓦雷 A·牛頓研究[M]·張蘊天，譯·北京：商務印書館，2016·
- [7] 胡俊明. 萬有引力定律教學的三個階段[J]. 物理教師，2012(10):9-12.
- [8] Wilczek F. Whence the Force of $F = ma$? I: Culture Shock[J]. Physics Today, 2004(57):10-11