

力學能守恆理論形成的歷史探究及其在 科學史融入教學上的意義

姚珩^{1,*} 孫治平² 李秉書³

¹國立臺灣師範大學物理學系

²臺中市立東勢國民中學

³臺北市立大理高級中學

摘要

科學史可協助學生瞭解科學知識的形成、及提升在科學本質上的素養，對科學史做進一步的研究，有助於發揮科學教育的功能。為此本文以文獻分析及歷史研究方法，探討物理學上相當重要的主題——功、動能、位能與力學能守恆律的理論發展歷程。研究發現功與動能的概念最早是由牛頓提出，他為了想瞭解物體在受向心力，而非拉力作用下，求得任意位置處的速度而引入，故功並非是出於工程的需要而發生。其想法隨後由白努利加以擴充，他除了首次寫下 $f = ma$ 的數學式，還提出了力與位移內積之概念。牛頓所開啟的微小增量及累積求和的分析運算，也為力學論證方法樹立起新里程碑。1743年克來若認為當外力為一函數的正合微分，則此力所作的功與路徑無關，率先提出位能概念。最後拉格朗日統合這些，創建出力學能守恆定律。透過這些原始文獻的探討，得提供教師珍貴資料，將此結果直接融入授課教材，可消除學生常見的迷思，達到更佳的教學目標。文中並輔以扼要的教學模組，以供實務參考。這些物理學家對自然現象問題的選擇，反映出運動問題為古典物理的核心，他們將經驗知識與數學理論統合的物理學方法，亦可深化科學史在瞭解科學方法上之教學效能。

關鍵詞：力學能、物理教學、科學史、科學方法、科學本質

壹、前言

自八十年代後科學史與科學教育的結合逐漸受到重視，認為藉由科學史探索科學概念的發展與精緻化的過程，可促進學生對科學概念的理解(Matthews, 1994)。科學史也可描述新舊思考方式的遷移，讓學生知道科學

方法如何真正地發生改變，進而能瞭解科學知識的意義，故對學生的科學學習有很大助益(Gil & Solbes, 1993)。

美國科學促進會(American Association for the Advancement of Science [AAAS])在《科學素養的里程碑》書中，亦認為科學史應被納

*通訊作者：姚珩，yao@phy.ntnu.edu.tw

(投稿日期：民國104年10月25日，修訂日期：民國105年12月14日，接受日期：民國105年12月15日)

入學校的科學課程中(American Association for the Advancement of Science [AAAS], 1993)，接著美國國家課程標準(National Research Council, 1996)並列出應該學習的科學史和科學本質的標準，以使學生能夠瞭解科學探究的過程、及明白科學的本質，科學本質的提升同時也被視為是科學教育的一個主要目標(Collette & Chiappeta, 1994)。

一、研究背景

或許由於在1980年之前，科學史的研究並非是科學教育的主流，其發展時期還不夠長久，它對教學原理與課程設計，尚未能提供足夠的影響(Duschl, 1990)。也可能因為科學史的發現與探究需要長期的耕耘，目前科學史合適及容易直接被利用在科學教育上的資源，稍呈不足，以至於它對教學的作用尚不顯著(de Berg, 1989)。欲發揮科學史對科學教育的功能，仍有待對科學史做持續和進一步的相關研究，發現與深耕重要及適宜的史料內容，並與教材教法做適當結合，擴大教科書與教材內容的正確性與深刻性。

在物理的科學史料與教學的結合工作上，本研究從常見的能量議題出發，因能量不僅是物理學中主要的基礎概念，且能量守恆律更是描述眾多自然現象的基本原理，遍布在化學、生物與工程等各種科學領域，其重要性在專業應用與科學教學上皆不容忽視。因此，動能、位能及其相關的概念——功，在中學、大學教科書中與許多文獻中，均會述及和討論(吳大猷, 1995；Halliday, Resnick, & Walker, 2011)。

大部分作者都如此描述：當力與位移方向相同時，作用在物體上的功是所受的力與位移的乘積，若力與位移方向不同時，則功為力與位移的內積；而運動物體的動能為其

質量與速度平方乘積的一半(Halliday et al., 2011; Mungan, 2007)；或說能量是一種作功的能力(Hobson, 2004)。至於功與動能為何要如此定義？它們最初是由誰提出？是為了要處理什麼樣的物理問題而發生？對於這些議題的討論觀點並不一致，而顯得相當分歧(Jewett, 2008; Voroshilov, 2008)，這是本文要釐清的一個重要問題。

另外，電磁學家馬克士威(C. Maxwell, 1831-1879)主張功是從一物體或系統，到另一物體或系統的能量轉移作用(Maxwell, 1878, p. 104)。若為如此，則能量概念似乎應先於功概念。功與能究竟孰先孰後，本文也欲加以檢視。

在位能方面許多書本認為：重力位能是外力抵抗重力，將物體由低處抬至高處所作功轉變而來(吳大猷, 1995, 頁10-17；Serway, Jewett, & Perroomian, 2012, p. 180)。若將此說法用在行星與太陽上，那麼是什麼樣的拉力，可將行星自離太陽近處移至遠處？位能的介紹非要引入拉力嗎？一個下落石塊，並沒有抵抗重力的拉力作用在石塊上，為何動能與位能之和仍會守恆？位能的意義到底是什麼？物理學家又是如何來描述它呢？

二、研究目的

針對上述有關力學能概念的疑問，及欲體會科學史在物理教學上之效能，與對科學本質的瞭解，本文以原著文獻研讀及歷史研究方法，從理論物理發展的觀點，追本溯源著手研究及逐步瞭解底下兩個欲待答的相關重要問題，亦是本研究之主要目的：

(一)力學能守恆理論形成的歷史

探討功、動能與位能最初內涵，及力學

能守恆定律的建立，其間約180年之久是如何真實的演進發展？

(二)力學能守恆理論與相關概念之教學問題

該如何自然及直接地將力學能原理發展的珍貴資料，融入授課教材裡？又可如何藉著提出概念發展與歷史符合之教學模組及教學建議，來澄清學生常有的學習困惑，與進一步體認科學本質中的科學方法？

本研究適合國小至大學的科學教師與科教研者參考，尤其對高中與大一物理教師更為直接相關，所使用的計算最深只需高三數學裡簡單的微分或積分的定義即可。

貳、文獻探討

由於力學能守恆律是古典物理學的核心內涵，對此原理的歷史發展之探究，與在教學上的研究，頗為廣泛龐大。茲將以往眾多文獻，包括科學史對教學的助益，與對科學方法的觀點，相關之重要討論主軸與成果，歸納強調於下。

一、力學能守恆理論形成的認知及歷史發展

自Cardwel (1967)開啟對能量歷史的探討，以及Iona (1973)與Lehrman (1973)提出對功與能教學的討論起，迄今已近半世紀，依然在進行著，並未稍歇。單單美國*The Physics Teacher*期刊對此相關的專論就刊出近二十餘篇，大家對功與能理論形成觀點看法非常多元分歧，常見重大的爭議與相異處在於：

(一)對功與能概念形成的認知

在日常生活中都使用工作時數或天數來衡量工作量的多寡，故一般人在直覺上常認

為：功應該是由對物體所施的力與作用時間的長短來決定，而無法體會它為何是由力與位移的乘積來表示(Sexl, 1981)。因此Sexl主張要以能量來描述功，功則定義為系統前後的能量變化，或兩系統之間的能量轉換。但由於無法藉由單純的測量步驟，知道一支鉛筆或橡皮擦的能量為多少，故需先引入能量守恆觀念，藉此強調只有相對的能量差值，才具有物理意義。且可進一步，由實驗來檢視從能量守恆式所預測出有關能量的經驗關係。Kemp (1984)也呼應要盡量避免使用功的概念，或利用它來介紹動能與位能，而應直接定義：動能 = $mv^2/2$ ，位能為物體所損失的動能。如此可免除教學上的困惱。Solomon (1983)及Trumper (1993)並主張學生在小學階段，便應儘早開始從日常生活中學習有關能量的實例。

Warren (1982, 1986)則持不同看法，認為若不告訴學生功的意義，我們將導致他們未來無法閱讀及明白科學及工程上與功有關的文章內容。另一方面，功是瞭解能量的一個重要基本概念，不明白它就無法瞭解能量，一如不明白角度也就無法瞭解三角函數。功是由科學家想出來的一個抽象觀念，它主要是用在協助探索自然現象中的量化關係，且功的意義已經被使用過好幾世代，並無概念上的邏輯缺陷或不一致性。他還誠懇呼籲「在初級教學課程中應盡量避免傳授能量一詞，而應在較高等課程中，從奠定在功概念上的紮實基礎上，逐步清晰地教授能量概念」(Warren, 1982, p. 297)。

(二)能量是可以作功的能力之歷史觀點

在認同應先從功的概念出發來介紹能量觀點下，許多專家皆引用早在1853年蘇格蘭物理學家藍金(M. Rankine, 1820-1872)最早所

提出：能量為可作功能力(capacity or ability for performing work)的一種物質狀態(Rankine, Millar, & Tait, 1881)，並沿用至今(Carr & Kirkwood, 1988; Hobson, 2004; Iona, 1973; Warren, 1982)。他們定義動能為：一運動物體變成靜止過程中，物體對環境所作的功；某位置之位能為：守恆力對物體，自該位置運動到參考位置處，所作的功(故參考位置之位能為零)。

在此定義下，可以不難推得質量 m 物體在高度 h 處相對於水平面之重力位能為 mgh ；彈性能與離平衡點距離的平方成正比；兩正電荷之電位能則與彼此距離成反比。Hobson (2004)認為此定義可統合許多不同的能量形式，無需對能量概念刻意閃躲，而不給予其簡單詮釋。

(三) 能量不是可以作功的能力

Sexl (1981)認為上述能量是可以作功能力的觀點，依然模糊不正確，該描述並不適用在熱力學中，因為熱機所含的能量，有時會以熱的形式釋出，並無法完全轉變為功。而當熱水容器與冷水容器接觸時，能量在傳遞，但卻沒有作功能力。另外，我們也不必改變系統的能量，僅藉著提供熱，如吸熱的等溫膨脹過程，就可讓系統對外作功(Hecht, 2004)。此外Lehrman (1973)則以水庫上方流下的水為例，說明水的位能雖然減少，但聚集起來的水，可以推動渦輪葉片，作功能力卻比水直接流至庫底時的能力增加了。因此作功能力不是全由系統所含的能量所決定，它與周遭環境或溫度等因素均有關。

Duit (1981)與Trumper (1991)因此主張應該拋棄能量是可以作功能力的說法，有些專家則進一步建議應以更具普遍的方式

如：能量為可產生變化的能力(capacity to produce changes)，或是物理變化的一種量度(a measure of physical change)來定義(Arons, 1999; Chisholm, 1992; Hecht, 2004)。目前有關功與能教學的觀點，仍然還未有可被大家一致認同的結論，亦沒有一個教學策略可確認優於另外一個(Bachtold & Guedj, 2014)。

(四) 力學能守恆律的歷史發展

de Berg (1997)主張功概念最早是由瑞士科學家D. Bernoulli (1700-1782)及英國工程師J. Smeaton (1724-1792)，分別於1738及1759年將它定義為重量(或施力)與上升高度的乘積，且各自命名為「潛在活力」(potential living force)及「機械勢力」(mechanical power)。直到1829年法國科學家科若利(G. Coriolis, 1792-1843)考慮物體受力 P 與沿力方向之位移 ds 乘積之積分值 $\int Pds$ 時，首次稱其為功(work)(Coriolis, 1829)。

動能概念則發端於1688年，由G. Leibniz (1646-1716)所提出的 mv^2 ，稱為活力，他認為一彈性球自高處落下著地後之反彈速度的平方 v^2 ，與反彈後的最大高度 h 成正比(Kanderakis, 2012)。

科若利(Coriolis, 1829)所提出力對每個質點所作功之和等於 $mv^2/2$ ，被視為是功能定理的來源。位能(potential energy)概念則是在1853年由藍金首先提出，他並稱其為可以作功的能力(J. Roach, 2003)。力學能名詞及力學能守恆律最終則是由英國物理學家湯姆森(W. Thomson, 1824-1907)所完成(Thomson, 1852)。

在探討上述許多相關的物理史與教學之文獻裡，令人驚奇的是幾乎所有研究者對功與動能的定義，皆不知或未說明此概念最初及最根本的「理論」來源(Hecht, 2004; Jewett,

2008; Sexl, 1981; Voroshilov, 2008)。在這些如此紛亂的概念主張，及彼此相左的教學方案下，似乎回到當初重要科學原創者之想法和理念，是最終比較可以信賴的依據。那麼哪些人是這些概念的真正原創者？追本溯源的科學史將是能提供給教師及教育研究者，在知識概念上及教學教法上，一種真實的輔助及啟示(Matthews, 2014)，也是本研究的方向。

二、力學能概念之教學主張及科學史對教學之助益

物理學家有時會以不同方式詮釋現象，並將前人的理論加以擴大修正，科學過程也就隨著歷史上這些概念的發展，與時精進，若將這些發展過程適當的用在教學上，對學生的學習有許多潛在的助益(Seroglou, Koumaras, & Tselves, 1998)。茲對科學史在力學能相關教學上的文獻主張及實證成效，歸納於下：

(一)功能發展史與教學的結合

Lawson與McDermott (1987)曾對28位大一學生提問：在光滑平面上，一銅塊與木塊靜止置於吸塵機前方相同距離處，當開啟吸塵機電源，此二物體開始移動，試比較在它們抵達離吸塵機相同距離處時，兩者的動能大小？只有11位同學指出兩者的動能相同；另有一位認為作用在兩物體上的功相同，因受到的力與移動距離一樣，但後來的動能不同，因兩者的質量與速度差異太大。故即使學生知道功的定義與功能定理，但多數學生仍無法將物體所受的功，與物體的動能變化，聯繫在一起。

另外Driver與Warrington (1985)也對另外28位大一同學施測：質量 m 具有初速 v 的汽

車，在開始使用剎車，並前行距離 s 後停止，於此過程中，合力對此車所作的功為多少？4位學生使用等加速度公式與牛頓第二運動定律，算出加速度與合力，然後得到功。但沒有一位同學知道利用更簡潔的方式，說出功即等於初動能的負值。

為了要提供給學生清晰、並能活用在真實情境的觀念，de Berg (1997)認為歷史的發展情節可以扮演重要的角色。他由探討D. Bernoulli (1668/1738)及Smeaton (1759)對功概念之主張：功為重量與上升高度的乘積，建議在教學上教師即應以他倆所引入的簡單機械或熱機的活塞膨脹，將重物向上提起或抬起的作功模式，讓學生從觀察實際機械的作用，來明白功與力的差別。進一步，D. Bernoulli (1668/1738)還從活塞受壓縮的過程中推得：外力對熱機所作的功與活塞得到的移動動能相關。其過程非常類似於重力對落體所作功，對應於落體末動能的關係，由此可加強學生將功與動能，自然地結合在一起的能力。

Kanderakis (2010)亦從科學史的探討結果，附合de Berg的論述，認同19世紀初一些法國工程師，延續了Smeaton (1759)所提出由機械作用做為功定義的基礎。若再將拉力取代重量，高度取代為沿著拉力的位移，則可得到普遍的功之定義。由此可消除學生們常認為功應該只由力決定，或須與作用時間有關的另有概念。

(二)科學史可協助學生建立良好的物理概念

科學史對概念學習助益的推動，一般來說最早可追溯由前哈佛大學校長康南特(J. Conant, 1893-1978)在1951年主張：昔日研究科學的方法和現在一樣，藉著討論當年科

學家增進知識的方法，能夠把科學原理和真實情境傳送給一般人，而率先提倡科學史通識課程(Conant, 1951)。之後Klopfer與Cooley (1963)延續其想法，發展了適合高中生使用的八個科學史案例。1962年孔恩(T. Kuhn, 1922-1996)出版《科學革命的結構》一書，從科學史的角度探討科學知識的演變與發展，對科學哲學、科學教育、與社會學產生不少影響(Kuhn, 1970/程樹德、傅大為、王道還、錢永祥譯，1994)。八十年代後歐美物理學會與科學史學會，相繼舉行一連串研討會，推廣科學史與科學教學的研討會，許多相關研究隨著逐步展開。

其中Nercessian (1989)認為「在力學、電學與天文學領域中，學生最初的想法與歷史上科學成形之前的觀點，有許多驚人的相似處」。Driver與Easley (1978)也認為「學生對科學的概念，常可反映出歷史上曾有過的類似觀點」。此外「科學家發展科學理論的歷史過程，可與個人對世界知識的追求，相互對應」(Duschl, Hamilton, & Greudy, 1990)。從這些專業者的觀點，可看出學生對科學的認知進展，與昔日科學家的思考過程，彼此有許多值得參考與借鏡之處。從科學史歷程中，可反映及體會出學生抱持另有概念的可能成因，也可取得解決學生疑惑的範例與良策，幫助他們建立起正確概念(Gauld, 2014; Wandersee, 1985)。

科學家能夠獲得可貴的科學成果，是因為擁有探究自然的「觀看方法」(ways of seeing)，但此觀看方法並無法由學生自己去發現(Driver, 1989)，而需要透過學習與教師的引導。

在課堂上當討論常態科學，讓學生從事弱重建，或皮亞傑(J. Piaget, 1896-1980)所說將新舊知識類

比，作出關連的同化(assimilation)時，可使用科學發展史中的驗證(justification)模式。當談論科學創見，讓學生從事關鍵重建，或將舊知識的概念改變，以容納新內容的調適(accommodation)時，則可使用科學發展史中的發現(discovery)模式。由於歷史能提供正確與充足的資料及證據，學生的思考模式從其中可獲得修正、拋棄與重構，逐步完成格斯塔似的概念轉變。(Stinner & Williams, 1993, p. 92)

Lind (1980)也認為對於困難不易接受的概念，「科學史一方面可提供和培養學生，詮釋與分析物理問題能力的來源和基礎。另一方面，學生從歷史的經驗裡，可比從自己的經驗模式中，更容易獲得較高批判層次的檢視」，如此學生將具有較充分的實力，來解決本身的疑惑。透過科學史材料所描述的物理發展過程，還可讓教師擁有較廣大的科學視野、與深刻的洞察力，帶領學生逐步養成良好的理解力(Bachtold & Guedj, 2014)。

如何將有益的科學史內涵融入教學，目前所提出的方式相當多元，如：歷史個案研究、互動式科學小故事、歷史人物對話、重複科學史上的重大實驗、科學家私人傳記的閱讀等方式(邱明富、高慧蓮，2006; Kipnis, 1996; L. E. Roach & Wandersee, 1993)。這些大致皆為常見教科書內容之外的補充資料，有些教師會擔心，在有限時間下這些教學策略會減少學生對學科知識的學習。但若著重將科學史實直接融入教材或教科書中(林樹聲，2001；邱奕華、劉湘瑤，2014；姜志忠、張惠博、林淑楞、鄭一亭，2006；許良榮、李田英，1995)，不僅不須排擠學科知識的學習時間，也可讓學生去經驗一個知識

的形成與發展。藉著誠實地告訴學生真實的「故事」——物理學家們如何經過自身思想的轉折，及相互交流的過程——可協助學生建立起概念深刻的有意義之理論。而那些最佳的故事題材，就存在於真實的科學史中(Lauritzen & Jaeger, 1997, p. 126)。

(三)科學史對物理教學助益上的實證評鑑

雖然已有許多研究建議與肯定，以科學史方式來從物理領域的教學，但卻只有少數有關物理史教學效果的嚴謹評鑑，比較完整全面的是由Welch (1973)對哈佛大學所編撰以科學史為導向的高中Project Physics (HPP)課程，所做的評鑑。

Welsh對全美國隨機選取17,000位物理教師，及對使用其他不同教科書如PSSC的授課班級與學生，花費五年時間進行評鑑。他提出70個不同判准，包括學習成就、對科學的普遍認知、以及對科學活動參與度等，來評估使用HPP課程後的效果。其中有11項特別顯著，含：物理學是知性的努力，而非技術的應用；數學並非是瞭解物理的必要因素；教材內容多元，令人滿意；歷史處理方式有趣，讀起來很愉快；以及希望此書不要被更換。雖然在成就性評量上，與其他課程相較，並無特別差異，但其他課程被評定為學習困難、偏袒菁英、太數學化與太強調應用。這些評鑑的結果可以肯定：在不喪失學習成就下，HPP課程可讓學生在學習態度上，達到顯著的成效(Welch, 1973)。

自1970年後，唯一發表有關科學史在力學領域上的教學評鑑報告，是由Seker與Welsh (2006)所提出。他們將91位八年級學生平均分配在不同的四個班級，探討在運動與力方面，使用物理史於概念學習，科學本質學習以及學習興趣上的成效。第一班的授

課內容是以學生另有概念與科學史中科學最初概念的相似性，作為課程材料之基礎；第二班是以科學家產生科學知識的方法，作為討論內容；第三班使用科學家生平故事，但不連接上科學概念；第四班則以往年相同方式授課。在進行授課的前中末三次評鑑後，呈現出在概念學習上，第一班的表現最佳，然差異不是很大。但使用科學史教程的前二班學生對科學方法的理解，及科學程序中推論角色之認知，明顯提升，亦呼應了早期對HPP的評鑑結果。

三、科學教育專家對科學本質方法面向上之觀點

將科學方法有效傳授給學生一直是科學教學上重要工作之一，許多科學教師與研究者也以漸進式的表格，列舉出普遍的科學方法所含的主要步驟：觀察、實驗、假說、檢測，並將其加以推廣實施在許多科學領域及教學上(McLelland, 2006; Wink, 2005)。

此種逐項條列式的科學方法，主要是早期受到Keeslar (1945a, 1945b)的影響，他最初收集並寫下與科學研究有關的一些特徵，如控制變因、小心觀測、仔細測量與準確紀錄等，再將它們精制化為問卷，交給科學專家們確認及評比，隨後把得分最高的項目，以合理的順序安排，最終形成科學探究的過程表。許多教科書作者便立即採用了此表，來描述科學程序，並將原來的十項縮減為底下七項：(一)確定問題、(二)收集資料、(三)形成假說、(四)操作實驗、(五)檢驗假說、(六)形成結論、(七)成果報告。這個反映科學研究特徵的簡單列表，就成為日後所謂標準的、普遍的科學方法。而發表在研究期刊上的許多論文，大多也以此程序來呈現其研究成果，此種風潮造成大眾普遍認為：科學家的

工作，皆須依循此標準程序來進行研究，且科學存在著有所謂普遍的科學方法。

但Medawar (1990)對這種以共同風格所發表的研究論文提出批評，認為有造假之嫌，因為此種呈現方法並不能確切描繪出真正的科學探討過程。同時許多研究也發現，科學家的工作並無法使用放諸四海皆適用的單一的科學方法(Carey, 1994; Rudolph, 2005)。事實上，科學家更需要靠想像、創見、先備知識與毅力來解決問題，這與人們面對解決其他困惑時，所需付出的努力是相似的(McComas, 1998)。

在認同普遍科學方法盛行的同時，科學教育者秉持欲讓學生擁有自己去發現事實的能力，而非只是習得一些基本的科學技能(Commission on Science Education, 1965)，乃開始推廣探究式教學(Atkin & Karplus, 1962)。主張學習科學必須是活潑的，由仿法或模仿真正科學家的所為，來投入科學活動過程(Schwab, 1964)。並藉著探究式教學，習得科學方法與思考技能(Ayers & Ayers, 2007; Hodson, 1996; Kuhn, 1993; Tang, Coffey, Elby, & Levin, 2010)。在實證數據上也呈現出：懂得使用前述科學方法的教學，學生的學習將更積極，也會更樂意參與討論，其學習成效也較佳(Hammer, 1995; Shymansky, Hedges, & Woodworth, 1990; Suits, 2004)。

上述Keeslar (1945a, 1945b)所揭示的科學方法與Atkin與Karplus (1962)之探究式教學，常是經由實驗操作與活動來傳授，這主要是受到上世紀初經驗論與實證論觀點的影響(Suppe, 1977)，認為感官經驗最值得信賴，一切理論也必須經過實驗的檢證才可被視為真實正確。但此種透過經驗歸納得出的結果，並不能形成所有的科學知識，歸納法也無法涵蓋所有的科學方法。

波普(K. Popper, 1902-1994)認為科學理論並不能以窮舉歸納法證明其為真，僅能達到近似為真，但只要有一個實例違背某一理論，該理論就該被修正或拋棄，來強調科學知識的結構並不是由歸納法形成(Popper, 1963)。其後孔恩從科學史的觀點，說明科學的重大發展是由科學家們所思考的典範產生轉變所致，它們並無法由演繹或歸納所完成，而是出自科學家們的一種創見(Kuhn, 1970/程樹德等譯, 1994)。他倆對科學理論結構與科學知識發展的探討結果，意味著科學方法的多元性，即科學家所採用的方法並沒有一定的程序，也沒有一成不變的科學方法(McComas, 1998)。

否證論與典範說的這些主張，大致也反映出科學教育上所言具體的科學方法，常只能侷限在Keeslar (1945a, 1945b)所揭示的實證科學方法上加以討論。而Atkin與Karplus (1962)探究式教學所欲著重的思考技能，也是在這些科學方法上，藉著認知衝突的產生，讓學生調適與更新其迷思概念。這是一種教學理念與教學方法，並未說明科學本質中科學方法的意義。

然而科學領域如此廣博浩大、錯綜複雜，真的就僅有歸納與演繹法嗎？是否可以對科學方法再多一點瞭解？如此教師在教學上能更得心應手，學生在學習上也可更明白掌握科學的脈絡。這該如何進行呢？或許科學史家所呼籲：回到重要科學家本身的研究過程，正值得我們參考與借鏡(Conant, 1951)。這也是本研究的目標之一——從重大科學家工作的內容，深耕與擴大體會科學方法的意涵。

參、研究方法

本文主要採取歷史研究法(historical research) (Fraenkel, Wallen, & Hyun, 1970/楊孟麗、謝水南譯, 2013)與文獻資料分析法(literature analysis) (洪萬生, 2007)的精神與步驟, 將它們應用在物理學上。先有系統地收集及客觀地評鑑昔日與力學能概念發生時之有關資料, 接著嚴謹地分析、檢視力學能守恆律建立的基礎與因果關係, 進而提出正確的描述與解釋, 以期有助於解釋現今有關力學能內涵的研究歷程。基本上進行的方法為:

一、建立基礎物理史觀

萬丈高樓平地起, 要從事物理學史研究前, 亦應有紮實基本功夫, 從具代表性的物理史及物理思想專著切入, 是不容忽視的工作。如Burt (1924/徐向東譯, 1994)對古典物理學思想發軔的動人啟示, Duhem (1906/李醒民譯, 1999)分析物理學理論的形成發展, Koyre (1939/李艷平譯, 2002; 1965/張卜天譯, 2003)在伽利略與牛頓思想結構上的深入剖析, 皆為近百年來上乘的經典之作, 也是我們研究中重要的思想依據與參考。近代Westfall (1977/彭萬華譯, 2001)對機械論與力學發展的精緻闡述, 與Harman (1982/龔少明譯, 2000)在能量原理的討論, 亦是許多專家們所認可的常用標準讀本。有了這些基本的物理史宏觀視野, 可加強對後續歷史研究的鑑定力與批判度。

二、界定研究問題

問題的選擇是研究開始的第一步驟, 它也必須是明確及可執行的課題。在本文研究動機與目的中已清晰簡要地陳述兩個欲待答

的問題。基本上, 我們的研究主題是要釐清古典物理重要概念——功、動能、力學能守恆律的根本來源, 這不僅是為傳遞給學生正確的知識內容, 亦是讓教師與學生能從中體會具有結構性的物理學方法, 它是個有意義的主題。在資料的收集上, 並非久遠至無法獲得, 故也無大而不當的疑慮。

三、收集歷史資料

史料之收集與整理, 是利用圖書館、網際網路、以及國內外學者之研究, 取得有關的初步資料。一般史料可分成兩類, 一為第一手的直接史料(primary sources), 是來自原創者或當事人的原始資料, 如牛頓的《自然哲學的數學原理》(底下以《原理》稱之) (Newton, 1687/1846)、伐立農(Varignon, 1700, 1725)、白努利(J. Bernoulli, 1736)、歐拉(Euler, 1736/2008)、克來若(Clairaut, 1743)、拉格朗日(Lagrange, 1788/1997)、科若利(Coriolis, 1829)與格林(Green, 1828)等原始著作, 亦是本研究主要的資料來源。第二類為間接史料(secondary sources), 來自非原創者其他資料的整理與詮釋, 包括列印成文的期刊、教科書與百科全書, 以及非列印的網路資料與電子資料庫。在此部分中, 我們常參考涉及與科學史有關的重要期刊, 如 *Science & Education*、*European Journal of Science Education*、*International Journal of Science Education* 及 *Journal of Research in Science Teaching*。

由於在與力學能理論相關的原創資料, 距今已近三百多年, 除少數經典之作外, 大都不易在國內取得, 有時我們甚至也無法確定原創者或原創資料是哪些? 除了可從期刊中得到一些尋找方向外, 常須靠網際網路藉文獻搜尋來協助。首先做法是從檢索系統(主

要是Google學術搜尋、Google圖書、維基百科)，輸入諸如force、work、energy、potential energy、kinetic energy、mechanical energy與energy conservation等關鍵字，再以歷史年代的先後加以排序分類，從中便可有效地收集到相關主題的廣泛資料。一般而言，在這些有關論文的參考文獻中，常可見到一些出現頻率甚高的文獻，它們很可能就是更有用的關鍵資料。如此循序漸進，最終常可找到極具價值的原創資料，及一些經得起檢驗的正確觀點。這些最終的第一手資料因為皆為十七到十九世紀的早期期刊或專書，距今已久，並無版權問題，故在網路上或相關期刊網站上，皆開放供人搜尋。尤其使用Google圖書，不但可在線上瀏覽，還可免費下載檔案。

四、鑑定文獻史料

上述史料，如有值得採信的部分，便可稱為歷史的證據(historical evidence)，欲獲得歷史證據，在使用之前都必須經過客觀的考證，以鑑定史料的真實性和可靠性，這亦可稱作文獻分析法的第一步。史料考證的方法則有兩種：(一)外部考證(external criticism)是從史料的外在來衡量審視其真偽與完整性，這是針對資料本身，而不是資料所含的陳述或意義。從Google及其他網際網路之學術搜尋之資料，我們皆透過該資料是在何時、何處、何種情況、為何目的、由誰所寫，一一記錄下來，加以檢視。不會任意將不具名的個人意見或文件，當作史料。這些經過檢視的搜尋文獻，若有部分被近代引用者、或專書編者所收錄的內容提到者，可再進行比對確認。最終所存留下來的資料大多是以原創者、或重要科學家署名發表的著作，故就外在形式而言，其真實性與有效度甚高。(二)內

部考證(internal criticism)是就史料之內容本身來加以鑑定，以確定史料內容的可靠性。由於資料的虛偽性已被排除，但對於作者嘗試想說什麼，在說什麼，所使用字詞背後的意義，該如何詮釋，與是否合理？則需加以檢視。

譬如，科若利於1829年稱物體受力與沿力方向之位移乘積之積分值為功，但功背後的意義與該積分值並非由他最先提出。同樣地，他認為一運動物體可以作功的量為 $mv^2/2$ ，雖然合理，但不可就此主張他是功能關係的建立者，因為還可能有更早的提出者。1853年藍金稱可以作功的能力為位能，這僅部分正確，因一外力若不能表示成一函數的正合微分，則就不可能有此位能存在。故這些概念來源的合理性需經過謹慎的鑑定，方可把握其發展方向。

五、綜合分析資料

在經過外在、內在考證之後，所獲得真實可靠的歷史證據，其意義還是有限的，必須仰賴適當的組織和解釋，才能提供有意義的答案。此步驟或文獻分析法的第二步就是對所形成的歷史證據，加上匯集他人所做之相關研究，以系統而客觀方法，加以綜合、概括、演繹、分析、證明、推論，著手進行描述力學史現象、解釋功能因果關係、探究變遷因素、及找出其歷史意涵……等的歷史敘事與詮釋工作。以達到更瞭解過去，及更確定真實合理的力學能守恆律發展過程。此段對各原創作品、與史料的深入分析的工作是最費力耗時，需要極具耐性的細讀體會，運算推導，直到清晰透徹為止，但這也是最具啟發性的一段研究過程，可帶來許多難得的真實成果。

例如，所有目前可見到的文獻皆主張

功概念是在1738年由D. Bernoulli或1829年由科若利所提出，然而當我們耐心地研讀牛頓《原理》一書，全部193個命題中的第39道，發現他清楚地陳述如何利用物體所受向心力與位置關係下含蓋的面積，來預測物體在任意位置的速度，而這才真正是功的意義及功與動能關係的最早出處。亦即應把握由重要物理學家本身來反映概念的發展，審慎分析關鍵原著的內涵，不可太過輕忽。此外克來若(Clairaut, 1743)所提示的位能意涵、與拉格朗日(Lagrange, 1788/1997)的力學能守恆律形式，均蘊藏著類似的深刻概念，等待去瞭解和探究。

六、陳述發現所得與結論

通過上述研讀分析的過程，對所欲待答的問題將提出清楚的答案，說明作出這些結論的論證，及支持這些解答的依據。由於我們得到的結果較前人對力學能的主張，在理論部分的許多層面上，具有更廣闊的內涵，更根本的來源，與更具體的事實。如：目前無人將功概念的意義歸於牛頓，即是本研究與其他文獻最大的差異。這些可反映出我們的主張與解答，為何較目前不少文獻更具有參考價值。

在長期的探討後，發現我們的論點會與時下有些見解相異，根本的原因主要在於：許多探討有關功與能物理發展史的文獻，容易接受一些權威人士的宣稱，或採用已經普遍流行的說法，而不再質疑或欲挖掘歷史事實。亦即，他們在研究方法上的文獻收集部分未臻完善，尤其忽略最重要的原創者，反而常引用後來的跟隨者或較近物理學家的言論，為主要的歷史資料之依據，造成在分析上不自覺地偏離歷史主軸，不僅事倍功半，且最終依然無法反映出正確的關鍵史

實。底下就我們研究目的裡所提出的兩個欲待答問題，逐一加以闡述我們的研究成果。力學能相關的概念與原理，最初當然都是由偉大物理學家們所發現，但到底是由那些物理學家所開啟？則以下的陳述與觀點則大都是我們的創見，其內容幾乎全未出現在前述文獻探討中近五十年來的期刊裡；對教學的建議與科學本質方法面向上之意義，亦提出個人的獨到見解與發現，供研究專家們批判與參考。

肆、研究發現

一、力學能守恆定律形成的歷史發展

(一)功與動能的基礎——力、運動定律與 $f = ma$ 表示式

牛頓是古典物理學的奠基者，他開啟了物理學極為有效的思考方法，並解決了天文與地表上的許多自然現象。科學史家韋斯特福爾(R. Westfall, 1924-1996)稱：

通過在物質和運動的基礎上，加上一個新的範疇——力，牛頓使數學力學和機械論哲學彼此協調。牛頓把力放在一個精確的物理背景中，在其中力通過它產生的動量加以計量。這些力都可由數學準確地描述出。(Westfall, 1977／彭萬華譯，2001，頁152)

事實上，「力」概念是當時以法國哲學家笛卡兒(R. Descartes, 1596-1650)為首的機械論者所堅決反對的，因為力含有了神秘色彩的生機論觀點，機械論者並認為物體只能藉著「碰撞」來引起或傳遞運動(Descartes, 1644/1983)。但牛頓卻大膽創造使用了力概念來詮釋運動現象，而力概念的提出與澄清，

更是促成古典物理學獲得重大成果的轉捩點 (Westfall, 1977/彭萬華譯, 2001)。在他的巨著《自然哲學的數學原理》(底下以《原理》稱之)——後人稱為古典物理的聖經——中寫道：

定義4：外力(impressed force)是施予在物體的作用，可改變其處於靜止或沿一直線作等速度運動的狀態。(Newton, 1687/1846, pp. 73-74)

也就是說「外力」並不涉及推、拉或碰撞，只要當物體運動「狀態」改變，我們便可說有外力作用在物體上。而力與運動狀態改變的量化關係，則由他所寫下最核心的運動定律來描述：

定律II：運動的變化與外加的運動力(motive force)成比例；且運動的變化是沿著外力的直線方向上。(Newton, 1687/1846, p. 83)

在此，運動的變化，指的就是現今所言的動量的變化。牛頓在《原理》的序言中自己寫道：「我奉獻這一作品，作為哲學的數學原理，因為哲學的全部困難似乎在於——從運動的現象去研究自然界中的力，然後從這些力去說明其他自然現象」。力概念是他建構出整個牛頓物理學的根本骨架，也是一種全新的心智創見。愛因斯坦(A. Einstein, 1879-1955)稱牛頓：「您所發現的道路，在您那個時代，是一位具有最高思維能力、和創造力的人所能發現的唯一的道路」(許良英、范岱年, 1976, 頁14-15)。也可說沒有力概念的使用，就沒有牛頓物理學。

第二運動定律在原文中是以一種文字敘述來呈現；即使在運算時，牛頓也從未以數

學等式來表示他的第二定律，他總是以幾何或比例的關係來描述。首次將牛頓第二運動定律以近代數學式來描述者是瑞士數學家白努利(J. Bernoulli, 1667-1748)。他直接清楚地將牛頓第二運動定律表示成 (J. Bernoulli, 1736, p. 6)：

$$f = ma \quad (1)$$

由於此式清晰、簡潔，之後便一直成為教科書中所採用第二運動定律的標準寫法，並對以後力學的運算及發展有很大的推促作用，影響深遠。在此應該加以強調，一般文獻皆沿襲科學史家傑莫(M. Jammer, 1915-2010)的說法，認為 $f = ma$ 最早是由瑞士數學家歐拉(L. Euler, 1707-1783)在1736年的論文*Mechanica*中所寫下(Jammer, 1997, pp. 88-89)，但檢視該原始著作(Euler, 1736/2008)，全書皆無式(1)的寫法，僅有較為接近的 $dc = npdt/A$ ，其中 c, t, A, p 分別代表速度、時間、質量、與力， n 為比例常數，或可寫成現代的相關表示式：力 $f = (1/n)mdv/dt$ ，但斷然不是 $f = ma$ 的形式，歐拉窮其一生均未正式寫出該式的關係。故實應更正為：牛頓第二運動定律的數學形式 $f = ma$ 是由白努利在1736年，最先寫下。

應注意的是第二運動定律 $f = ma$ 左邊的 f ，並非如中學教科書中所言，常視為固定的推力或拉力，牛頓所討論的力一般是指地表物體受到地球、或行星受到太陽作用的向心力，也就是一種物體至力心的距離函數，他從未提過機械或人所施予物體的向上拉力 (Newton, 1687/1846, p. 83)。

(二)功與動能概念的首次出現——牛頓

當牛頓提出創新的力概念及建立起運動

定律後，在《原理》的第一卷第七章他提出了隱含有「功」與「動能」概念在內的重要命題39，這也是最早清晰出現此二概念的文獻出處：

若給定任意形式的向心力以及(力——位置關係)曲線下圖形的面積，求沿一直線，上升或下降的物體，在它所經過各個位置時的速度。(如圖1)(Newton, 1687/1846, p. 165)

在此命題中，牛頓是想探討沿垂直線運動(如沿著直線經過D、E點下降)的物體，在受到向心力，如地球表面上的重力作用時，物體在任意位置處與其所對應的速度之關係。如圖1，他選定力為橫軸，位置為縱軸，並僅使用速度—位移定義 $v = \Delta x / \Delta t$ 及第二定律 $F \propto \Delta v / \Delta t$ ，即可得到物體在任意處D其作用力DF的大小

$$F \propto \Delta v \cdot v / \Delta x \quad \text{或} \quad F \Delta x \propto v \Delta v \quad (2)$$

如果物體自A點由靜止受力作用後，垂直下落至E點，可將此微小時刻下的關係(2)累積起來，表示出在E點所對應的總效果，即

$$\Sigma F \Delta x \propto \Sigma v \Delta v \quad (3)$$

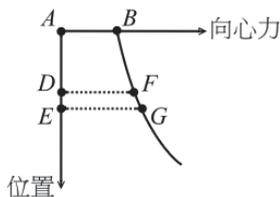


圖1：力—位置關係圖

資料來源：修改自Newton's *Principia* by Newton, 1687/1846, p. 165。

上式左邊就是力——位置關係曲線下之面積ABGE，右邊則為由 $v \Delta v$ 所累積的面積，若物體在A點為靜止，則 $\Sigma v \Delta v$ 之累積值即為自原點斜率為1的斜線下的三角形面積 $v^2/2$ 。

若以今日物理觀點來看式(3)，等式左邊為力與位移乘積的累積值，正是外力對物體所作之「功」；在不考慮質量條件下，等式右邊之累積值為 $v^2/2$ ，代表著日後所言物體的「動能」。故在此命題及其論證中，牛頓已經清楚地暗示了日後功與動能的概念，與彼此間的先後與正確關係：是先考慮力——位置關係曲線下圖形的面積——或功，由它可得到在不同位置時的速度——或動能，即功先於動能。此外，牛頓雖然沒有明確使用現在的術語，但此命題可說是物理史上，功與動能概念最早的起源與出處。

(三)功與動能概念的微積分表示——伐立農

為了讓牛頓的想法更容易被瞭解，1700年伐立農(P. Varignon, 1654-1722)利用在極短的時間下，位移或時間的微分量(differential) dx 或 dt 可近似於其差分(difference) Δx 或 Δt ，而差分 Δx 與 Δt 為實在的代數量，由等量乘法公理或交叉相乘， $v = dx/dt \sim \Delta x / \Delta t$ 可得 $\Delta t = \Delta x / v$ 或 $dt = dx / v$ 。應用此觀念，他將《原理》命題39精緻地改敘述為：

由上述符號(與速度 v —加速度 y 之關係式 $y = dv/dt$)可知 $dt = dx / v$ 且 $dt = dv / y$ ，因此 $dx / v = dv / y$ 或

$$y dx = v dv \quad (4)$$

最後可得

$$\int y dx = \frac{1}{2} v v \quad (5)$$

(Varignon, 1700, p. 27)

由此可看出，他的微分與積分符號的表示法極度地簡化了《原理》一書中的幾何難度。若將此式左右兩邊同乘上質量 m 可得：

$$\int m y dx = \frac{1}{2} m v^2 \quad (6)$$

此式左邊為作用力與位移 dx 乘積之積分，即為日後功之定義，右邊為動能。整式正是近代所言之「功能定理」(Halliday et al., 2011)：

外力對物體所作的功 = 物體動能之變化

一般學生從課堂上或教科書裡學習功概念時，總容易將功與工程上的工作量大小對應在一起，且認為抵抗重力的向上拉力、或抵抗彈力的水平拉力所作的功，才是功的主要意涵(吳大猷，1995，頁10-17)。但由上述討論可知，牛頓考慮的是向心力或重力對落體所作的功，未曾探討「拉力」作功的情形，也代表拉力並非是他所感興趣的物理量。因此，若避開思考拉力所作的功，對初期欲瞭解牛頓力學裡有關功與動能最初的根本意義及內容的學習者，有直接澄清的助益。

(四) 普遍性功概念的提出——白努利

目前所討論的式(6)之功能定理，僅在力與位移方向相同時方成立。若作用力與位移方向不同時，該如何處理？1710年白努利在給友人的信中提到，他對牛頓《原理》第一卷命題40所提的問題，如圖2，甚感興趣，此

命題啟發了他對力與位移方向不同時，施力對物體所作功的定義。命題40寫道：

若一物體受到某一向心力(力心為 C)作用，而在任一路徑上(如 VIK)運動時，另一物體則沿著直線下降(如 VDE)；若已知在某一相同高度時(D 與 I)它們的速度相等，則在其他任意相同高度時(E 與 K)，它們的速度也都會相等。(Newton, 1687/1846, p. 165)

牛頓在論證中利用了直線運動中第二定律的要旨：力若沿著運動方向，則物體速度的增加量 Δv 正比於力 F 與時間間隔 Δt 的乘積，即

$$\Delta v \propto F \Delta t \quad (7)$$

來分析路徑一 VDE 與路徑二 VIK 的運動，也就是力僅有在沿著速度或位移方向上的值 $F_{//}$ ，才可造成速度增量。與它垂直方向上的

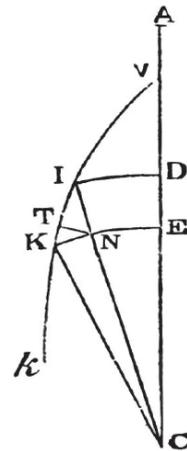


圖2：向心力 IN 與其沿位移方向分量 IT 之關係圖
資料來源：引自 *Newton's Principia*, by Newton, 1687/1846, p. 165。

值 F_{\perp} ，則只會改變速度方向。由於 D 與 I 至力心 C 之距離皆相同，表示在該點上物體所受之向心力 F 大小亦相同，可用等長之短線段 $DE = IN$ 來表示這些向心力。若在 D 與 I 處初速相同，於極短距離下，自 D 與 I 分別至 E 與 K 之位移 DE 與 IK ，可分別代表所費之時間 Δt 與 $\Delta t'$ 。則自 D 到 E 之速度改變 Δv_1 ，與自 I 到 K 之速度改變 Δv_2 ，按照上式(7)的第二定律分別為

$$\begin{aligned} \Delta v_1 &\propto F \Delta t \propto DE \cdot DE = DE^2 \\ \Delta v_2 &\propto F_{//} \Delta t' \propto IT \cdot IK = IN^2 = DE^2 \end{aligned} \quad (8)$$

可得知兩速度增量彼此相等 $\Delta v_1 = \Delta v_2$ ，其中 $F_{//}$ 表示力 IN 在沿速度方向(或沿位移 IK 方向)上之分量，即 IT ，式中並引用了在直角三角形 ΔINK 內，頂點 N 至斜邊垂足 T 之所形成之比例關係 $IT \cdot IK = IN^2$ 。因此，在其他任意相同高度處(如 E 與 K)，它們的速度也都會相等，而得證。

式(8)中 $F_{//}$ 表示沿位移 IK 方向上之力分量，速度增量 Δv 則正比於「沿位移方向之力分量」與位移 IK (或時間 $\Delta t'$)的乘積，這是物理學史上首次出現「沿位移方向之力分量」，及討論它與位移乘積的最初來源。

白努利由上述牛頓推導過程得到啟示，轉而開始思考：力與「沿力方向之位移分量」乘積的物理量，並稱之為「能」(energy)——等同於現在所定義的「功」(work)。1717年，白努利給伐立農的信中，提到了他的想法(如圖3)：

若 P 點具有往 Pp 短直線方向的微小運動(如圖3)，則到 p 點後，原先推力 FP 就改由推力 fp 來描述，其中 fp 與 FP 完全平行。……若由原來的 P 點再畫出垂直於推力 fp 的線段 PC ，則你將會進而得到施力 F 的虛速度 Cp ，此時「 $F \times Cp$ 」，我稱之為「能」。(Varignon, 1725, pp. 174-176)

此處 $F \times Cp$ 即是力 F 與位移 Pp 沿力方向分量 Cp (或如圖3(b)中之 PC')之乘積，亦即今日所言「力 F 作用在物體形成位移 Pp 所作的功」。

在此白努利便提出了更為普遍性的「功」概念，包含了當力與位移方向不同時的情形，並且還建立了彈力作用下的「功能原理」。同時藉著功，他也自靜力學提出虛功原理，成為日後法人拉格朗日(J. L.

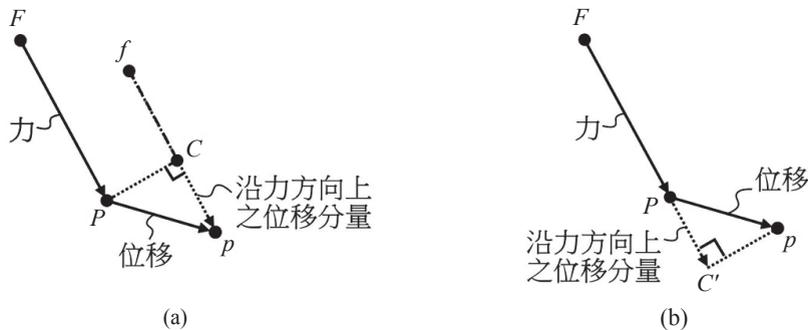


圖3：(a) Cp 為位移 Pp 沿力方向之分量(b) 現代描述沿力方向之位移分量 PC' 的對照圖

資料來源：引自*Corollaire général de la Théorie précédente*, Varignon, 1725, p. 190。

Lagrange, 1736-1813)所建立的動力學基礎(Lagrange, 1788/1997)。由此觀之，白努利對牛頓力學的影響與發展是頗為廣泛深遠的。

(五)位能概念的出現——克來若

1743年法國數學家克來若(A. Clairaut, 1713-1765)，在探討重力對地球形狀影響的論述時，認為若重力在地球表面之 x 軸與 y 軸的分量為 P 與 Q ，則重力對物體沿著任意極短路徑上所作的功效(effort，也就是日後所言的功)為 $Pdx + Qdy$ 。他發現：

當 $Pdx + Qdy$ 滿足正合微分(exact differential)的條件：

$$dP/dy = dQ/dx$$

則重力所作的功 $\int Pdx + Qdy$ 與路徑無關，而是僅由位置 (x, y) 所決定的一個函數。

嚴格來說，克來若所寫下的正合微分條件應以偏微分符號 $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$ 表示。茲進一步以現今較完整的說法，可將其主張描述為：

當且僅當 P 與 Q 滿足正合微分之條件 $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$ 時，則 $Pdx + Qdy$ 必為一位置函數 $u(x, y)$ 之全微分(total differential)，即

$$du = Pdx + Qdy$$

因為 $du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy$ ，若 $du = Pdx + Qdy$ ，則 $P = \partial u/\partial x$ ， $Q = \partial u/\partial y$ ，此時 P 與 Q 必符合正合微分條件，即

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial Q}{\partial x}$$

反之亦然。

克來若認為重力對物體自第一點位置1到第二點位置2，沿任意路徑所作的功皆相等，與路徑無關(Clairaut, 1743, p. 34)，且其值為

$$\int_1^2 Pdx + Qdy = \int_1^2 du = u_2 - u_1$$

也就是僅由起點及終點之位置函數值 u_2 與 u_1 來決定。但他一直都還未明顯表示出 P 與 Q 所對應相關函數 u 的確切形式，僅指出他是由位置 (x, y) 所決定的一個函數。

1773年，拉格朗日於探討行星受太陽吸引的引力問題時，引用了克來若的想法。若行星與太陽距離為 r 時，其所受的引力 $F \propto 1/r^2$ ，設其比例常數為 M ，則引力(Lagrange, 1773, pp. 14-15)

$$F = -\frac{M}{r^2}$$

此處的負號表示方向指向原點。在討論引力作用在行星上的功 $\int Fdr$ 時，若 Fdr 可表示為一函數 $-u$ 的全微分，即

$$-du = Fdr \quad (9)$$

則功

$$\int_1^2 Fdr = -\int_1^2 du = u_1 - u_2 \quad (10)$$

將僅由 u 在起點與終點之函數值來決定，而與路徑無關；且引力作用在物體上的功就等於初位能減末位能。他並指出此位置函數為

$$u = -\frac{M}{r}$$

因 $-\frac{du}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\frac{M}{r} \right) = -\frac{M}{r^2} = F$ 可滿足引力表示式。

繼克來若之後，拉格朗日為首位物理學家指出以一函數 $u(r)$ 之全微分 du ，來表示物體受力 F 所作功的微小量，如式(9)所示，此處位置函數 $u(r)$ 便是日後物理學上所言之「位能」函數。他倆均未引入除重力以外之任何其他拉力，來導出位能函數 $u(r)$ 。而與式(9)相對應之力與位能函數 u 的關係式

$$F = -\frac{du}{dr}$$

也就成為現代教科書上的標準寫法(Halliday et al., 2011)。

(六) 力學能守恆定律的建立——拉格朗日

接著拉格朗日利用牛頓的功能定理(命題 39)，探討了重力 F 作用在質量為 m 物體上的功 W (Lagrange, 1788/1997, p. 186)。寫下：

$$W = \int F dr = m \cdot \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = T - T_0$$

其中 $T = \frac{1}{2} mv^2$ 為末值， $T_0 = \frac{1}{2} mv_0^2$ 為初值。另一方面，代入引力 $F = -\frac{M}{r^2}$ ，將作功值直接運算出可得

$$W = \int F dr = -M \int \frac{dr}{r^2} = -M \left(\frac{-1}{r} + \frac{1}{r_0} \right) = V_0 - V$$

此處 $V_0 = -\frac{M}{r_0}$ 為初位能， $V = -\frac{M}{r}$ 為末位能。合併以上二式，可得(Lagrange, 1788/1997, p. 234)

$$T + V = T_0 + V_0$$

即物體僅在引力作用，而無任何其他外力干預下之隔離系統，物體在初位置與末位置的 T 值(或稱動能)與 V 值(或稱位能)之和(合稱為力學能)維持恆定，拉格朗日將此關係稱為「活力守恆律」，也就是日後物理學家所言之「力學能守恆定律」。此重要守恆律自牛頓起歷經約百年，終於在拉格朗日手上完成。

(七) 功名詞的確立——科若利

力學能守恆定律雖已建立起，但其中重要概念的命名仍未一致。1829年，法國科學家科若利正式提出了「功」的術語。他在《論機械功效的計算》一書中指出，每個質量為 p/g 之質點所受的正功與負功之和，等於力對每個質點所作的功之和，並利用第二運動定律，可得(Coriolis, 1829, p. 15)：

$$\sum \int P ds - \sum \int P' ds' = \sum \frac{dv^2}{2g} - \sum \frac{dv_0^2}{2g} \quad (11)$$

對於 $\int P ds$ 這個量，研究者們都有各自使用的不同名稱。有的稱為動力效應(dynamic effect)、力學功率(mechanical power)、作用量(amount of action)、力(force)或者是一些其他的專有名詞。……這些不同、含糊不清的術語並不容易被清楚地表達。我建議對於剛才所提到的量 $\int P ds$ ，應稱之為動力功(dynamic work)，或簡稱為功(work)。(Coriolis, 1829, pp. 15-17)

此後，物體受力 P 與沿力方向之位移 ds 乘積之積分 $\int Pds$ ，便被稱為「功」，或功 $W = \int F \cdot ds$ 之內積表示式於是開始沿用至今。若系統只有一個質點，則式(11)代表外力作用在質點上正功與負功之和，等於該質點末動能與初動能之差，亦即現今所言之「功能定理」。

(八)動能與位能名詞的確立——克耳文、泰伊特與格林

關於「能量」這個名詞，是物理學家們在十九世紀中期為了統整後來熱、電、磁……等不同現象所具有的共同效果，才建立起來的概念。1852年4月19日，英國物理學家湯姆森(W. Thomson, 1824-1907)，也就是後來的克耳文爵士，在愛丁堡皇家學會的會議中認為：具有質量的運動物體，傳遞光的振盪空間，或物體粒子的熱運動，都具有「力學能」(mechanical energy)的動力形態(dynamical kind) (Thomson, 1852, p. 304)。次年，物理學家藍金稱此種能量為「實際能量」(actual energy)，因它與物體可被覺察的運動有關；並於1859年定義實際能量為物體質量與速度平方乘積的一半(Rankine, 1853, p. 251)。

最後，於1862年克耳文與泰伊特在一篇名為《能量》的論文中，提議應該用「動能」(kinetic energy)來取代藍金的實際能量。

我們寧取前者，它表明能量所展現的運動形式，動能依靠運動；且在任一狀況下，此量可自觀察運動物體的質量與運動速度計算得知。
(Thomson & Tait, 1862, p. 602)

自此，物體質量 m 與速度 v 平方乘積的一半， $mv^2/2$ ，遂被稱為物體的動能。

至於拉格朗日所使用的符號 V 的名稱，則是在稍早的1828年，英國科學家格林(G. Green, 1793-1841)於其著作《論數學應用於電磁學理論之分析》中提到：若帶電體與某一定點的距離為 q ，且所造成的力可表示為 $-dV/dq$ 時，則 V 可命名為「位能函數」(potential function)。他說：

$-dV/dq$ 將給出每一元素由 V 所造成的力之和，或作用在 p 點上同方向之合力。……這樣的函數以如此簡單的形式給出……在任意位置受力的數值，由於它在以後文章中將頻繁出現，我們現稱其為屬於該系統元素的位能函數。(Green, 1828, p. 1)

克耳文在1846年的通俗演說中指出：「物理學的基石是動力學定律，物理學也是力的科學。……能量已經成為奠定物理學基石的最基本概念」(Harman, 1982／龔少明譯，2000，頁57)。這反應出從那時起，能量觀點已開啟並統合了力學與物理學眾多的自然現象，至今它也已遍布且應用在各種科學及工程領域裡、甚至是生命科學上。回顧歷史，我們可追溯及體會出，今天種種能量觀念的基本源頭正是來自於牛頓的創見。

二、力學能守恆理論與相關概念之教學問題

發現並活用科學史的資料於教學上，可讓學生瞭解科學知識成長進程，增進學生對科學的理解，還可達到許多學者主張：能消除學生在學習中所感到的諸多疑惑與迷思，完成有意義的過程學習(Wandersee, 1985)。面對在「功」與力學能之教學上，高中與大一學生常遭遇的困惑基本上有：為何提著重物水平移動卻不作功？動能為何要有係數 $1/2$ ？外力對物體所作的功為什麼要取內積？

功定義的學習與向量有關，讓人覺得抽象，尤其是「功能原理」背後到底是何意義？若地表物體的位能是由抵制重力的拉力所作的功來定義，那為何落體並無拉力作用其上，卻仍有位能存在(Jewett, 2008; Lawson & McDermott, 1987; Mendelson, 2003)？底下我們將呈現如何應用力學能發展史探討的結果，藉著反映科學家為何要這般思考的意涵，清晰地化除學生常遇到的上述學習瓶頸。如此也可實際佐證科學史在科學教學上的價值。接著再提供扼要的教學模組及具體的教學建議為輔助，以提高在教學實務上的效能。

(一)功和動能先後關係與動能裡的係數——牛頓所提出的關鍵方法

功與動能的意義及其關係最早出現在1687年牛頓《原理》一書中命題39，他是為了要發現物體受向心力作用，沿直線下落，在任意位置 x 與速度 v 間的對應關係而提出。為達到此目的，必須要計算運動物體的速度增量 Δv ，其中所使用最根本的關鍵式即為：

$$a\Delta x = v\Delta v \quad (12)$$

此處 a 為物體加速度，不是恆為常數， Δx 為位移增量。此式可由加速度及速度定義得知，

即 $a\Delta x = (\Delta v/\Delta t)\Delta x = v\Delta v$ ，也可稱它為 a 與速度增量 Δv 在任意處的微分關係式。

若將此式右邊之值累積起來為 $\Sigma v\Delta v$ ，其累積之關係圖(如圖4)為一通過原點的斜直線，則若物體初速為零，此累積值即為斜直線下之三角形面積，或為末速度平方之半 $v^2/2$ 。乘上質量後，便是日後所言之物體「動能」，這也說明了一般中學生常困惑為何動能需要係數1/2的原因。

式(12)之累積式成為 $\Sigma a\Delta x = \Sigma v\Delta v = v^2/2$ ，同乘上質量，可得 $\Sigma F\Delta x = mv^2/2$ ，左邊代表力——位置關係線下的面積，也就是功，而毋需使用積分符號。其意即為：

功 = 末動能

也就是「功能定理」關係式。利用它牛頓便可達成其目標：求得物體在不同位置的速度。

可以簡單地說，若知道物體在任一時間的速度函數，則利用 $F = ma = mdv/dt$ ，可求得物體所受之外力；反之，若已知物體所受之外力，則利用功能定理，便可求得物體在任意位置的速度。兩者基本上互為逆命題，所使用的運算方法分別正是互為反運算的微分與積分。

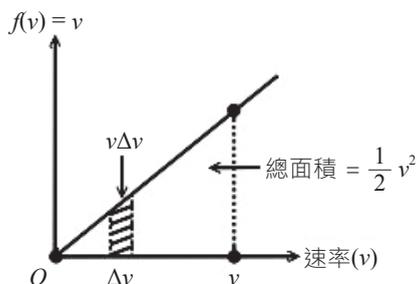


圖4：速度 v 與速度增量 Δv 乘積所形成之積分量

註：此積分量即為對應物體的末動能。且 $a\Delta x = v\Delta v$ 。

另一方面是先有式(12)左邊累積起來的力——位置關係線下的面積，然後利用差分關係式(12)，方可得到等式右邊的動能，即功概念的發生是先於動能概念，而非在其後。對於電磁學家馬克士威稱功是從一系統到另一系統的能量轉移作用，是從已奠定後的能量概念返回定義功，他如此做可能是為了論證方便所需，但卻也模糊了此兩概念發展過程的實情。

功能定理並非如一般高中教科書中所述：在固定力作用下，物體做等加速度運動，然後利用等加速度運動公式 $2as = v^2 - v_0^2$ 而得到(吳大猷，1995，頁10-17)。當初牛頓所考慮的是向心力、或任意非固定力作用下，物體不做等加速度時的速率變化。他心中的功概念與功能定理皆來自於主要的原始關係 $a\Delta x = v\Delta v$ ，此處 a 並非是定值，這是一種短距離的差分關係式，將其累積後則形成求和關係式，此時等式右邊 $\sum v\Delta v$ 的和等於 $v^2/2$ 。因此，功與動能概念及功能定理的形成是無法避開數學語言，其中所含的數學化分析性的方法過程，正顯示出與能量有關的科學方法的真實改變歷程(Matthews, 1994, p. 50)。而功能定理適合於各種形式的作用力，並非僅侷限在固定力之下，也是「科學知識之目標在追求能擴大理解範圍」的一個良好範例(Kimball, 1967)。

牛頓所使用的微小增量及累積求和的運算，不斷被使用在古典力學探討的內容裡，為物理的分析運算方法樹立了里程碑，也促成力學飛躍發展(Yeatts & Hundhausen, 1992)。

(二)以內積表示功的意涵——僅有沿位移方向的力才會影響速率

當力與位移方向不同時，牛頓不再論

及力——位置關係線下的面積，而首次考慮「沿位移方向之力分量」，這是由於「力 F 若要對物體產生速率變化，則僅有在沿位移方向上之分量 $F_{//}$ ，才可產生效果。」此觀念不斷地在《原理》一書中出現。由式(8)的第二定律，力沿位移方向之分量與位移的乘積，就可代表速度增量 Δv 的大小。即

$$\begin{aligned} &(\text{速度增量}) \propto (\text{力沿速度方向之分量}) \\ &\times (\text{作用時間}) \propto (\text{力沿位移方向之分量}) \\ &\times (\text{位移}) \end{aligned}$$

白努利將此想法進一步推廣，引入了力與「沿力方向之位移分量」之乘積的物理量。結合兩者，可簡單用當今所言「力與位移之內積」來表示，這也正是內積意涵的最初出處。

(三)牛頓與工程學上對功意義的差別——提著重物水平移動不作功

目前大家皆已確認功這個名詞是由科若利所確定下來(Jammer, 1962, p. 167)，他是一位工程師，任教於法國高等理工學院，非常關注在引擎的效率及其在工商業上的應用，並試著發展將解析力學與機械引擎互相結合的理論。但其著眼點仍是以工程為導向，他如此說：

我們不想將「功」這個名詞用在不需要克服阻力的位移上，只當我們欲克服阻力，且沿運動方向施予一些力氣(effort)，以此方式產生位移所伴隨著的力，並非它物，正是我們所言可產生「功」這個量之外在設施(faculty)。(Coriolis, 1829, pp. 19, 27)

此種觀點有時也是日後部分教科書對功定義的依據，亦即強調為了抵抗阻力或重力的外在設施——機械設備或人，對物體施加的拉力所完成的效應(Serway et al., 2012, p. 180)。這與牛頓欲探討物體受重力作用下在任意位置處的速度，而引入功概念的作法，大異其趣，這也成為國內外對功內涵分歧的主要原因。雖然如此，但從科若利原著中之式(11)可看出他所言的功或 $\int Pds$ 這個量，事實上幾乎與百年多之前伐立農寫下與式(6)對應的 $\int Pdx$ 完全等同。換言之，十九世紀所開啟，強調功概念應從經驗生活的應用上著眼之工程師與科學家們(Kanderakis, 2010, p. 1004)，其理論基礎及運算方法根本上仍是沿襲前一世紀牛頓的力學概念。

在學習上，由於物理專有名詞和日常生活用語，彼此之間常存在著意義上的差異，極易導致學習變得混亂而無所適從(Mendelson, 2003)，在功概念上，更是如此。要讓學生明白功的內涵，正本清源的作法就是讓他們知道，功最初既非工程、也非日常生活術語，它與工作量或生理感受無關。一如牛頓所稱：它是運動學上的名稱，藉著功，也就是通過作用力與位移的關係，可預測出物體在下一位置的速率。他並非是想討論抵抗重力的拉力，可使物體抬升多少高度，或欲求得完成多少工程上的工作量。

對提著重物水平移動，卻未作功的原因，不必如Shaw (1940)所言：這是因為物理上的功強調的是「輸出效果」，不同於一般人用勞累的程度或「輸入量」，來衡量工作量多寡的方式。而應該如物理學家所主張：由於向上拉力不會造成物體的水平速率增加，因此對重物不作功。牛頓所言的功並不涉及勞累度、輸入量與輸出量。這不僅可澄清學生對「功」常見的迷思，也是一個可讓

學生直接體會科學概念如何發生與形成的實例；同時，還反應了科學史在對科學知識理解上，所扮演的不可輕忽之角色(Garrison & Lawwill, 1993)。

(四)位能的描述不需外在拉力

不少作者定義：重力位能是外力抵抗重力，將物體由低處抬至高處所作的功轉變而來(Halliday et al., 2011)。此一說法容易讓學生誤認為：重力位能需有重力以外的拉力才會存在，位能的計算也須靠外在拉力作功才可得知。但這種觀點從未出現在最初物理學家們的想法裡，克來若認為當重力對物體作的功與路徑無關時，作功之值必可以一位置函數 $V(r)$ 來決定；拉格朗日則進一步指出此位置函數導數之負值就是重力，即 $F = -dV/dr$ ，而 $V(r)$ 便是現今所言的位能。他倆均未引入除重力以外之任何其他拉力，來描述位能。

以質量為 m 石塊為例，受重力 $F = -mg$ 作用自高處 y_1 下落至 y_2 ，則重力對石塊作正功，其值為

$$\begin{aligned} W &= \int_1^2 Fdy = -\int_1^2 mgdy \\ &= -mg(y_2 - y_1) = mgy_1 - mgy_2 \end{aligned}$$

也就是功等於在初位置 y_1 與末位置 y_2 所對應的兩個函數值 mgy_1 與 mgy_2 之差，我們稱在任意高度 y 之狀態函數 mgy 為石塊的重力位能。上式已隱含了重力所作功與路徑無關的性質，並與式(10)一致。因此受地表上重力或行星引力作用所對應的位能，並毋須引入重力以外之拉力來描述及計算。將重力位能視為是外力抵抗重力，將物體由低處抬至高處所作的功轉變而來，並非是位能概念原創者的認知，他們也從未如此描述過位能。同理，

在受彈力作用下的物體，也無需引入外在拉力，即可算出在任意位置處的彈性能。

(五)力學能守恆定律的建立與應用——運動物體不受拉力作用時成立

有了清晰的位能概念後，就可很自然地建立起力學能守恆定律。當兩物體之間，如石塊與地球，彼此只受引力作用，而無任何其他外在拉力或推力參與其中的隔離系統，則地球引力對石塊所作的功 W ，等於初位能 V_0 與末位能 V 之差，即 $W = V_0 - V$ 。另一方面，由功能定理，地球對石塊所作的功，也等於石塊之末動能 T 與初動能 T_0 之差，即 $W = T - T_0$ 。合併此二式，遂可得動能與位能之和維持不變，即 $T + V = T_0 + V_0 = \text{定值}$ ，便可輕易得到力學能守恆定律。

因此，斜向拋射出之石塊只受重力，而不受任何其他拉力作用，石塊便會滿足力學能守恆定律；衛星與行星的運動亦然。在光滑斜面與曲面上的運動物體，受到重力與表面之正向支撐力，兩種力作用，然正向力處處與物體運動路徑垂直，而不作功，彷彿依然僅受單一重力作用，故該物體的運動可由力學能守恆定律來描述。單擺上的擺錘，細繩張力不對擺錘作功，仍然滿足力學能守恆定律。所有這些現象都不存在任何其他外在拉力，而是由單一的重力作用下，必然呈現出來的守恆關係。

(六)運動問題與物理學研究方法

牛頓自其運動定律開始，到由功能定理精確預測出物體在不同位置的速度，皆是圍繞著運動問題上。這主要是沿襲著伽利略(G. Galilei, 1564-1642)的思維：

我的目的是要從一個非常古老的課題，開啟一門嶄新的科學；在自然

界裡，或許沒有比運動更古老的議題。(Galilei, 1638/戈革譯，2005，頁155)

因為，從古希臘開始的自然哲學家們最初便主張萬物可劃分為本體與變化(being & becoming)，而後者則含有質、量及位置的三種變化，其中位置變化即稱為運動。早在亞里斯多德(Aristotle, B.C. 384-322)於其所著《物理學》一書中，便開始以質性方式對物體運動做了很充分的討論(Waterfield & Bostock, 1999)，但並未能有滿意的成果。一如科學史家Butterfield (1957)所稱「近1500年裡，人類心中所面臨必須克服的所有智力障礙中，最令人驚訝，與造成最大衝擊的領域，就是有關運動的問題。」正是對這個具有普遍性問題的選擇，使得科學革命時期物理學的思考重心便一直落在運動主題上，對它的探討與成就也奠定了古典物理學的基礎。

在探索力學能理論的過程中，物理學家們皆無法避開數學語言，他們主要是承襲了伽利略的研究要旨，因

正是伽利略奠定了近代最驚人的理智征服的基礎——即關於自然物理學數學化的基礎，它為力學知識的進展提供了決定性的支柱。(Burt, 1924/徐向東譯，1997，頁90)

這是一種將複雜物理現象背後的結構，轉化成簡單的數學關係，來掌握與描述自然的新方法，可稱為物理學的數學化。它促成了物理學脫離由亞里斯多德以質性方式，來研究物理學的傳統。又由於所有自然現象是無法不憑藉感官經驗來描述的，因此，整體觀之，自伽利略之後，可確切地說：

物理科學來自兩個泉源：一是經驗知識的確定性，二是數學演繹的明晰性。物理科學是確定的和明晰的，因為它是從這兩泉源噴出匯集在一起。(Duhem, 1906/李醒民譯，1999，頁300)

如果科學教學的目標是啟發學生對於科學探討過程的瞭解，由研究力學能發展史中可呈現：物理學探討過程有其主軸——以具有普遍性之運動問題為核心，通過富有成效的方法——經驗知識與數學理論的統合及交流，達成其理想目標——以精緻的概念原理描述多變的自然現象。由此也可呼應科學史如何是科學教學必備的一種要素(Garrison & Lawwill, 1993)。

(七)簡易教學模組

為將以上探討結果應用在教學實務上，茲提出底下之設計模組，做為高二至大一教師之教學策略、與具體呈現方式的一種參考。教學模組是一個主題式教學的教案，由許多教學活動（元素）所組成之有主題的「集合」。教學模組的教學沒有固定的形式，可以實驗活動、分組討論、教案設計或參觀活動……等的方式來進行教學，也就是教學者可以依照自己的教學目標，靈活的運用各種教學方式，鼓舞學生的學習動機，使他能自動地參與活動，及有系統地組織學習經驗，獲得統合的知識(劉祥通、黃國勳，2003)。

目前國內教學模組是依人們處理問題、解決問題的思考過程，即教學過程或稱學習活動，模組的教學流程可約略規劃如下：(一)觀察情境，察覺問題：依某主題為方向，用問題引發學生發表意見，經由全體熱烈發言之後，對整個主題有一個概略的認識。(二)

引導討論，確定問題：把一大堆的問題整理一下，歸納成一些可進一步探究的子問題。(三)分工合作，進行探究：再依教學目標及時間，決定對本問題所要探討的重點、選擇各子問題的處理方式、欲探討的深淺，並做好小組的分工。使各小組的學生瞭解自己肩負某一子問題的探討工作，主動進行規劃和設計工作，教師則協助其完成。(四)分享經驗，整合成果：評鑑自己的工作，觀摩別組的工作成果，統整彼此的經驗，並提出報告或成品。(五)綜合評鑑，推廣應用：檢討議題處理的得失，及提出進一步研究的展望意見(陳文典，2001)。

在底下教學模組的設計流程中，我們基本上是採取學習環(learning cycle)的教學模式與認知改變(cognitive change)的學習原理來規劃。亦即讓學生首先初探(exploration)：藉著實驗設備或理論問題提供給學生各種不同的經驗；然後發現(invention)：引入新概念以協助學生從他們的初探經驗中獲得意義；最後深究(discovery)：讓學生學習將新概念擴充和應用 (Atkin & Karplus, 1962)。也就是提供適當環境或學習資料給學生，讓他們在知識上與心理上產生調適與轉變，以形成有效的概念，建立有用的原理(Lemeignan & Weil-Barais, 1994)。

因為本研究所作的探索是以理論思考為主，故我們的模組是以教案設計與分組討論為中心。由於欲呈現的力學能內容，對高二或大一學生可能需要花費一至一個半月時間來學習，我們因此將其分成兩個模組：(一)功、動能與功能定理，(二)位能與力學能守恆律。來逐步呈現，較能抒解學生的學習壓力，並可提高學習成效。

第一模組的設計邏輯是以牛頓的期望：物體受外力作用下，如何預知它在不同位置

的速度？由此可得到功與動能的概念。其中的思考基礎完全奠定在、且僅需使用牛頓第二定律 $F = ma$ 。但關鍵在如何使用一些不困難，但學生卻尚無經驗的轉換觀點，藉基本的數學運算，來延伸及深化 $F = ma$ 的意義，並獲得更進一步有用的新觀念。

第一模組(表1)的主題探討活動：我們的探討活動主要是應用基本數學分析，建立有

用的物理原理之轉換觀點。教師可站在協助角色上，適時提供資料，或給予提示，以解決學生們的困難。引導討論、確定問題中的探討步驟內容如下：

1. 分組收集與討論運動定律 $F = ma$ 的另一表示式：

(1) 由加速度定義 $a = \Delta v / \Delta t$ 寫下速度變化與時間變化關係 $\Delta v = a \Delta t$ 。

表1：功、動能概念之簡易教學模組

觀察情境 察覺問題	1. 平常可輕易察覺蘋果落下會愈來愈快，這是什麼原因？ 2. 你可預測蘋果落下後，在不同位置的速度嗎？
引導討論 確定問題	引導：當物體受到淨外力作用，由運動定律 $F = ma$ 可產生加速度，造成物體運動愈來愈快。進一步該如何預知在位置 x 處之速度 v 呢？ 1. 分組收集與討論運動定律 $F = ma$ 的另一表示式： (1) 如何由加速度定義 $a = \Delta v / \Delta t$ 寫下速度變化(Δv)與時間變化(Δt)關係？ (2) 如何由速度定義 $v = \Delta x / \Delta t$ 將時間變化(Δt)與位置變化(Δx)聯繫起來？ (3) 合成上述(1)、(2)子題的結果，如何建立起位置變化(Δx)與速度變化(Δv)但不含時間的重要關係？ (4) 將第3子題的關係，兩邊同乘上質量 m ，則運動定律 $F = ma$ 可以表示成怎樣的形式？ 2. 分組收集與討論累積每一段運動定律 $F = ma$ 的求和結果： (5) 將第4子題的關係，逐段加起來，可以如何表示？ (6) 簡單說明此式左邊的意義，它是一個重要的物理量(功)。 (7) 對開始為靜止物體，簡單描繪出此式右邊的累積量或求和值。此值是否含有 v^2 ？它是另一個重要的物理量(動能)。 (8) 你可以如何命名第5子題裡逐段加起來的關係式？(功能關係式或功能定理)
綜合評鑑 推廣應用	1. 分組收集與討論運動定律 $F = ma$ 的另一表示式： $F \Delta x = v \Delta v$ 。 2. 分組討論如何由落體所受重力 $F = mg$ ，預測落下距離 x 後，其速率為何？ (1) 討論重力對運動物體所作的功為何？ 《 $W = \Sigma F \Delta x = F \Sigma \Delta x = Fx = mgx$ 。》 (2) 討論如何利用功能定理，預測出速率？ 《 $mgx = W = mv^2/2 \Rightarrow v^2 = 2gx$ 。》
分工合作 進行探究	1. 分組作業、應用推廣 2. 分組教學成效評鑑 3. 發現開拓性問題： (1) 手提重物水平移動時，為何重物受到手向上拉力的作用，水平速度卻未改變？ (2) 月亮受到地球的引力作用，為何月亮的速率沒有改變？
分享經驗 整合成果	1. 分享各組收集的功之意義，及 $v \Delta v$ 累積求和項 $\Sigma v \Delta v$ 與 v^2 之關係。 2. 分享各組收集如何利用功能定理，預測出速率。 3. 各組發表討論心得及描述如何克服困難。

- (2) 由速度定義 $v = \Delta x / \Delta t$ 可得時間變化與位置變化關係 $\Delta t = \Delta x / v$ 。
- (3) 合成上述結果，建立起不含時間的位置變化與速度變化關係 $a \Delta x = v \Delta v$ 。
- (4) 將上述關係，兩邊同乘質量 m ，則運動定律 $F = ma$ 可以轉換成 $F \Delta x = mv \Delta v$ 。

2. 分組收集與討論累積每一段運動定律 $F = ma$ 的求和結果：

- (5) 將第(4)子題的關係，逐段加起來可表示為 $\Sigma F \Delta x = m \Sigma v \Delta v$ —— (1)。
- (6) 上式(1)左邊外力 F 與物體位移 Δx 乘積的累積值，稱為外力對物體所作的功，即功 $W = \Sigma F \Delta x$ 。
- (7) 對開始為靜止物體，上式(1)右邊的累積值 $m \Sigma v \Delta v = mv^2 / 2$ ，稱為物體的動能。
- (8) 合併上述二式可得 $W = mv^2 / 2$ ，此關係稱為功能定理。

教師在此得強調物理非記誦之學，而是以基本原理為基礎，並藉著學習常用、但非複雜的數學分析，所得到更深層次的轉換觀點。

第二模組的設計邏輯為：只考慮受單一重力作用，不可額外施予拉力下，物體自高處落至低處，重力所作的功，其值必為正，並可表示為位置函數之差，此位置函數即稱為位能。且物體所有的自然運動均是自高位能處朝向低位能處。再將功能定理與位能函數對應起來，即可得到重要的力學能守恆定律(表2)。

第二模組的主題探討活動中，其引導討論、確定問題裡探討內容之步驟如下：

1. 質量 m 物體自離地面高 h 位置處落至地面，重力對物體所作功為多少？
 - (1) 質量 m 物體受重力作用落下，重力的

小為 mg ，方向向下。

- (2) 物體自離地面高 h 處落至地面，位移大小為 h ，方向向下。與重力方向相同。
- (3) 質量 m 物體自離地面高 h 處落至地面，重力所功 = 重力 \times 位移 = mgh
- (4) 此作功值 mgh 與高度位置 h 有關，稱為物體在 h 處的位能。

2. 質量 m 物體離地高 h 處自靜止落至地面，如何結合物體的動能與位能？

- (5) 物體自靜止 $v_1 = 0$ 落至地面速度為 v_2 ，由功能定理功 $W = mv_2^2 / 2 - mv_1^2 / 2$ 。
- (6) 由第(3)、(4)子題，質量 m 物體自離地面高 $h = h_1$ 處落至地面 $h_2 = 0$ ，重力作功值 $W = mgh_1 - mgh_2$ 。
- (7) 物體自靜止 $v_1 = 0$ ，從高 $h = h_1$ 處落至地面 $h_2 = 0$ ，速度為 v_2 ，可以動能差與位能差來分別表示功 $W = mv_2^2 / 2 - mv_1^2 / 2 = mgh_1 - mgh_2$ 。
- (8) 整理第(7)子題，物體的初動能及初位能和，與末動能與末位能和必定相等，即 $mv_1^2 / 2 + mgh_1 = mv_2^2 / 2 + mgh_2$ 。此恆等關係稱為力學能守恆律。

此外參照 de Berg (1997) 在考察許多研究者對中學至大一學生，學習能量概念時所出現的困難與迷思，曾指出主要有：

1. 常混淆功與力，或易將功當作力與時間之乘積。
2. 教科書在某些情況以施力或拉力來定義功，在另一些情況又以合力定義功。
3. 知道功的定義，卻不易將功與動能變化聯繫在一起。
4. 知道代入公式計算功、動能與位能，但應用在真實情境時，並不知如何加以定性說明。

表2：位能、力學能守恆律之簡易教學模組

觀察情境 察覺問題	1.蘋果下落過程，所受重力與位移方向是否相同？重力作的功為正或負？ 2.蘋果下落的變化過程中，是否存在有不變的物理量？
↓	
引導討論 確定問題	引導：物體下落過程，所受重力與位移方向是否相同？重力作的功為正或負？其值與位移大小如何相關？ 1.質量 m 物體自離地面高 h 位置處落至地面，重力對物體所作功為多少？ (1)質量 m 物體受重力作用落下，重力的大小與方向為何？ (2)物體自離地面高 h 處落至地面，位移大小與方向為何？ (3)質量 m 物體自離地面高 h 處落至地面，重力對物體所作功為何？ (4)此作功值與高度位置 h 有關，稱為物體的一重要物理量(位能)。 2.質量 m 物體離地高 h 處自靜止落至地面，如何結合物體的動能與位能？ (5)物體自靜止 $v_1 = 0$ 落至地面速度為 v_2 ，由功能定理如何以 v_1, v_2 表示功？ (6)由(3)、(4)子題，質量 m 物體自離地面高 $h = h_1$ 處落至地面 $h_2 = 0$ ，重力作功值如何以位能差來表示？ (7)物體自靜止 $v_1 = 0$ ，從高 $h = h_1$ 處落至地面 $h_2 = 0$ ，速度為 v_2 ，如何以動能差與位能差來分別表示功？ (8)整理(7)子題，物體的初動能及初位能和，與末動能與末位能和是否相等？此恆等關係稱為力學能守恆律。
分工合作 進行探究	1.分組收集與討論質量 m 物體自靜止 $v_1 = 0$ ，從高 $h = h_1$ 處落至地面 $h_2 = 0$ ，速度為 v_2 ，其動能變化(末動能 - 初動能)與位能變化(初位能 - 末位能)？ 《由動能與位能定義，動能變化 = $mv_2^2/2 - mv_1^2/2$ ，位能變化 = $mgh_1 - mgh_2$ 。》 2.分組討論物體下落的變化過程中，是否存在有不變的物理量？ (1)由功能定理，重力對物體所作功等於動能變化 $W = mv_2^2/2 - mv_1^2/2$ (2)又由重力所作的功等於位能變化 $W = mgh_1 - mgh_2$ 。 (3)故動能變化 = 功 = 位能變化 $\Rightarrow mv_2^2/2 + mgh_1 = mv_1^2/2 + mgh_2$ ， \Rightarrow 初力學能 = 末力學能，此物理量在此運動過程中維持不變。》
綜合評鑑 推廣應用	1.分組作業、應用推廣 2.分組教學成效評鑑 3.發現開拓性問題： (1)單擺上之擺錘受到幾個外力作用？合力所作的功是否等於重力所作的功？ (2)物體在光滑斜面下滑，受到重力與正向支撐力作用，合力所作的功是否等於重力所作的功？是否滿足力學能守恆律為何？
分享經驗 整合成果	1.分享各組收集的位能之意義，及其數學式。 2.分享各組如何使用：力所作的功等於位能差，及功能定理兩者結合，而得到力學能守恆定律。 3.各組發表討論心得及描述如何克服困難。

5.試圖以定義「能量是可以作功的能力」，來瞭解功的概念。

目前以作者們在高中與大一使用此教學模組數年後，由學生認知的反應狀況，及多

次成就性評量，針對de Berg (1997)所提出學習者的困惑與迷思，可發現多數學生們

1.可明白物理學上的功與日常生活所言之工作量或工作時數無關，由於在模組表1引導

討論中即強調核心問題為：當物體受到任意形式的力作用，如何預測物體的速度。並在第(6)子題引入功之定義為力與位移乘積的累積值。它並非是與工作時數相關的力與時間之乘積。由此亦可知功是力的延伸概念，但不是力，而不會與力混淆。

- 2.表1引導討論中第一行即述：欲預測物體受淨力後的速度。此處之淨力即為合力，所有討論中均未出現拉力或施力。且功能關係皆是由 $F = ma$ 導出，其中的 F 代表合力，故若欲預知物體速度，功皆需以合力來說明。
- 3.由表1引導討論中之第(7)、(8)子題，藉重要的求和方法，可自然地將功與動能緊密地結合在一起。
- 4.物體所受的功可預測出動能，另一方面，由模組二引導討論中之第(4)、(6)子題：功可由與高度有關的位能差來表示。動能與位能均與功有關，但兩者為相互獨立的觀念。
- 5.全部模組均是以功來定義動能與位能，而非由動能與位能來定義功。

故此簡易教學模組對學習困惑的解決，有其一定成效及參考價值。然而目前尚未對執行此模組後，所呈現的確切量化效果或數據上的差異水準做過專門施測，日後可針對此教學模組，實施較充份的檢測與分析。

伍、結論

對能量歷史的探討以及對功與能教學的討論已有半個多世紀，但對功與能概念形成的看法與教學建議依然相當分歧。有些學者主張應先介紹能，不必提功的概念；有些主張若不知道功的意義，就無法瞭解能；且認為能量就是可以作功的能力；但又有人主張

能量並不代表可以作功的能力。目前有關功與能教學的觀點，仍然無可被大家共同接受的結論，或最佳的教學策略。

在此爭議下，本研究藉著原始文獻選讀及歷史分析方法，努力還原功與能概念發展的真實史實，作為瞭解功能原初意涵的依據。並將科學史與科學教學結合，提供與擴大教師另一種視野，以發揮它在教學上適當有效的功能。底下是我們在物理史上的發現，也是本研究的重要創見與貢獻，在此再次予以釐清與呈現：

- 一、牛頓第二運動定律 $f = ma$ 是由白努利於1736年最早清楚寫下，牛頓本人並未如此描述，但亦非如一般人所言由歐拉寫出。
- 二、功與動能概念最早源自於牛頓《原理》中之命題，是為了從受力大小，求得物體在任意位置處的速度而得。它們不是出自於19世紀工程師科若利的想法。
- 三、若力與位移方向不同時，功為物體所受外力與其位移的內積，此觀點分別來自於牛頓與白努利。在他們之前或同時代的專家，皆未知曉或使用過此說法。
- 四、位能概念最早是由克來若發現，當力為一位置狀態函數的導數，則此力所作的功與路徑無關，此位置函數即為該物體之位能。
- 五、力學能守恆定律的建立最早來自於拉格朗日，於1788年將牛頓的功能定理與克來若的位能觀念，結合在一起而完成。

以上第一至三點皆是在文獻探討中近百年的期刊裡，從未曾出現過的見解，第四至五點雖然有文獻略提，但細節不明，本文對此部分所述均是我們研讀克來若與拉格朗日原著的心得。茲對有關力學能重要概念，一

般文獻所言，但未盡完善認定的最初出處，與本研究提供正確的起源處，簡單整理列於表3。

眾多文獻皆宣稱功是由科若利於1829年所提出的，本研究與國內外其他研究之最大差異處就在於：無人曾坦率提及功概念的最初構想正是來自於牛頓。沿此，動能及功能定理也是在牛頓(Newton, 1687/1846)手中很自然地完成。他還明言當外力與物體運動路徑不相同時，力只在位移方向的分量會影響物體速率，首次給出了內積的意涵。而位能與力學能守恆律的呈現，也就與多數從工程觀點出發的主張有所區別。雖然理論探究與工程應用此二種發展觀點皆是史實，但宜忠實呈現它們，才較接近完整，且後者工程觀點依然是奠基於牛頓最初的理論概念上。

透過嚴謹的科學史探索後，在教學上可

以更清晰、有信心地將原創者的想法，逐步地落實來帶領學習者。要確信運動定律 $F = ma$ 是力學詮釋的根本基礎，由此欲預測物體在下一位置的速率時，則必須略做轉換，這是一個很重要、但並不困難的分析工作。僅由加速度定義 $\Delta v = a\Delta t$ 與速度定義 $\Delta t = \Delta x/v$ ，可合成建立起不含時間的位置變化與速度變化關係 $a\Delta x = v\Delta v$ ，同乘質量 m 後，便可將運動定律 $F = ma$ 轉換成 $F\Delta x = mv\Delta v$ 。將此等式逐段加起形成 $\Sigma F\Delta x = m\Sigma v\Delta v$ ，左邊便是功的定義，右邊則與動能對應，此等式即為功能定理。也可說 $F = ma$ 是瞬間的作用——微分描述，功則是累積的程序——積分結果，它們是純粹的理論分析，而非為了工程效率。在此所說的功並未涉及身體所感覺的勞累度、或工作的輸入量與輸出量，它是一個可讓學生直接體會科學概念如何發生與形成的實例，且可澄清學生對功常見的迷思。

表 3：力學能相關重要概念一般文獻認定未盡完善的最初出處，與本研究所指出正確起源處之對照表

力學能相關概念	一般文獻認定未盡完善的最初出處	本研究指出之正確起源處
$F = ma$	歐拉(Euler, 1736/2008)首次寫下。	白努利(J. Bernoulli, 1736)首次寫下。
功—直線運動	D. Bernoulli (1968/1738)與Smeaton (1759)提出重量(或施力)與上升高度的乘積，分別稱之為 potential living force 及 mechanical power。	牛頓(Newton, 1687/1846)提出：(功 $W =$)力—位置關係曲線下之面積。此值可預測出物體在下一位置的速度。
功—平面運動	科若利(Coriolis, 1829)考慮物體受力 P 與沿力方向之位移 ds 乘積之積分 $\int Pds$ ，並稱之為功。	1.牛頓(Newton, 1687/1846)首次思考(沿位移方向之)力分量與位移的乘積。 2.白努利於1715年提出力與(沿力方向之)位移分量的乘積，並稱之為能(Capecchi, 2012, p. 201)。
動能	Leibniz於1688年提出 mv^2 ，稱為活力(Kanderakis, 2012)。	牛頓(Newton, 1687/1846)：(功 $W =$)力—位置關係線下面積 $\Sigma v\Delta v = v^2/2$
功能定理	科若利(Coriolis, 1829)：力對每個質點所作的功之和等於 $mv^2/2$ 。	牛頓(Newton, 1687/1846)寫下： (功 $W =$) $\Sigma F\Delta x \propto \Sigma v\Delta v = v^2/2$
位能	藍金(Rankine, 1853)首先提出位能(potential energy)術語，並稱其為可以作功的能力。(Roche, 2003)	1.克來若(Clairaut, 1743)：力所作的功與路徑無關，則功僅為位置函數 u 的差 2.拉格朗日(Lagrange, 1773)：此位置函數 u 導數的負值為外力，即 $F = -du/dr$ 3.格林(Green, 1828)：稱 u 為位能函數 V 。
力學能守恆律	湯姆森(Thomson, 1852)：提出力學能名詞及力學能守恆定律。	拉格朗日(Lagrange, 1788/1997)：函數 T (動能)與位能函數 V 之和為定值。

上述對運動定律至功能定理之分析，並非是超出一般高二學生的程度，縱使有些學生並不想學習其中步驟，但告知他們科學家大致的思考過程，及科學概念真正是如何發生，仍具教學價值。對大一學生而言，則上述分析應是不可迴避的物理課程之核心內涵。而能接受與體會此轉換論述的高中或大一生，將會很珍惜物理的基本原理，與明白心智分析的可貴，對其學習可留下極為有益的影響，因為這正是牛頓告訴他們的思考方式。功能概念及功能定理的形成是無法避開數學語言的，其中所含的數學化的分析方法，可反映出物理學方法真實的展現歷程。

在位能的教學上，並不需提出：是人或機械為了抵抗重力，施予向上拉力所作的功，並以位能方式儲存起來，來定義位能，因為縱使無拉力作用在人造衛星上，它依然有重力位能。只需單純考慮重力作用在高處的物體，當它下落至地面時，重力所作的功即為物體在高處的位能。同時在外力，含重力、彈力、引力與靜電力作用下，物體必定也是自高位能朝向低位能運動。這些觀點在建立電學中的電位能與電壓概念上，更形清楚重要，也就是不要用手去推或拉帶電物體。這些觀念均來自於克來若與拉格朗日，而非19世紀初的工程師們。

科學的發生從來不是為了任何實用目的，它是為了想瞭解變化世界中背後所呈現的秩序而開始，然變化就是生成與運動，此問題一直都是物理學家所關心的主題。通過對物理史有關力學能方面的詳細探討，可看出自牛頓《原理》一書發表之後，期間180年裡，力學一脈相傳的核心也皆是以探究物體，含落體與星球，受不同形式的力作用時的運動變化情形為主，它與工程無直接相關。物理學的思考核心一直集中在運動課題

上，這個具有普遍性問題的選擇及探討，在科學革命時期，造就了古典物理學的豐功偉業，此淵遠流長的自然哲學之傳統思想成為近代西方科學的基礎，這也是科學本質中欲呈現的一項特徵。對運動問題的知性挑戰，不僅是促成物理起源與奠定古典物理的首要因素，它同時也開啟了能量物理學的探討大門，影響遍及各種科學與工程領域。

上世紀中期波普的否認論強調科學知識的結構並不是由歸納法形成，孔恩的典範說則已指出科學的重大發展是由科學家們所思考的典範產生轉變所致，它們並無法由演繹或歸納所完成，而是出自科學家們的一種創見。由力學能理論的發展史可看出，從科學革命初期，經第二運動定律，功、動能概念以及功能定理，到位能與力學能守恆律。這些理論體系的演化與轉變是緩慢與漸進的，我們在其間可看到新概念與新原理，並非是突然而任意的創造。物理學是從經驗知識最初所提供的概念，經過無限混亂和複雜的調適，與漫長而費力地分析，才可抽取出不易得到的關鍵概念，然後將其加以量化計算，這是一種非常特殊之物理學的數學化之程序。它並不像幾何公理清晰且自明，物理學原理得由歷代許多傑出科學家們，歷經長期奮鬥方能累積出來的成果；物理學方法則是通過經驗知識與數學理論的統合及交流，是一種富有成效、又需長期探索之心智創造的方法。

許多科學史料並不難尋得，但還需研究者耐心耕耘與選擇。其中仍應以科學家原創作品為主，再輔以科學史家著作做為瞭解各個時代背景的參考，由此去探討科學史的發展歷程，可加深理解科學家的思考方法、及科學知識的形成。將其結果融入教材教法

裡，不僅能培育從事常態科學研究的未來專家，也可呈現不扭曲科學史本質的教學，化除孔恩所言教科書兩難的困境和疑慮。

在力學能守恆理論發展史的探討中，可明顯發現物理學家最初對運動問題的選擇，是開啟物理學知識及完成日後重大成就的起源。在解決運動問題的歷程中，亦能體會及深化科學本質中物理學方法面向上的重要內

涵，種種這些皆可呈現出科學史在物理教學上的價值。

誌謝

誠摯感謝國立臺灣師範大學科學教育研究所退休資深教授李田英所長，對本篇研究不放棄的指導與建議，及多年來在科學教育上的啟發與帶領。

參考文獻

1. Burtt, E. A. (1994)。近代物理科學的形而上學基礎(*The metaphysical foundations of modern physical science: A historical and critical essay*；徐向東譯)。成都市：四川教育。(原著出版於1924年)
2. Duhem, P. (1999)。物理學理論的目的和結構(*La théorie physique: Son objet et sa structure*；李醒民譯)。北京市：華夏。(原著出版於1906年)
3. Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2013)。教育研究法——研究設計實務(*How to design and evaluate research in education*；楊孟麗、謝水南譯)。臺北市：心理。(原著出版於1970年)
4. Galilei, G. (2005)。兩門新科學的對話(*Discorsi e dimostrazioni matematiche: Intorno à due nuoue scienze attenenti alla mecanica i movimenti locali*；戈革譯)。臺北市：大塊文化。(原著出版於1638年)
5. Harman, P. M. (2000)。19世紀物理學概念的發展：能量、力和物質(*Energy, force, and matter: The conceptual development of nineteenth-century physics*；龔少明譯)。上海市：復旦大學。(原著出版於1982年)
6. Koyre, A. (2002)。伽利略研究(*Etudes galiléennes. / I, A l'aube de la science classique*；李艷平譯)。南昌市：江西教育。(原著出版於1939年)
7. Koyre, A. (2003)。牛頓研究(*Newtonian studies*；張卜天譯)。北京市：北京大學。(原著出版於1965年)
8. Kuhn, T. (1994)。科學革命的結構(*The structure of scientific revolutions*；程樹德、傅大為、王道還、錢永祥譯)。臺北市：遠流。(原著出版於1970年)
9. Westfall, R. S. (2001)。近代科學的建構：機械論與力學(*The construction of modern science: Mechanisms and mechanics*；彭萬華譯)。上海市：復旦大學。(原著出版於1977年)
10. 吳大猷(1995)。高級中學物理(第二冊)。臺北市：國立編譯館。
11. 林樹聲(2001)。科學史融入中學科學教科書的問題和討論。科學教育研究：理論與實務，1，1-24。

12. 邱明富、高慧蓮(2006)。科學史融入教學對國小學童科學本質觀影響之探究。《科學教育學刊》，14(2)，163-187。
13. 邱奕華、劉湘瑤(2014)。科學史教學對學生科學認識觀與概念學習的影響——不同教學順序的比較。《科學教育學刊》，22(3)，307-330。
14. 姜志忠、張惠博、林淑楞、鄭一亨(2006)。物理史融入教學對提升學生科學認識論瞭解及其學習成效之研究。《科學教育學刊》，14(6)，637-661。
15. 洪萬生(2007)。傳統中算家論證的個案研究。《科學教育學刊》，15(4)，357-385。
16. 許良英、范岱年編譯(1976)。自述。收錄於《愛因斯坦文集：第一卷(頁1-42)》。北京市：商務。
17. 許良榮、李田英(1995)。科學史在科學教學的角色與功能。《科學教育月刊》，179，15-27。
18. 陳文典(2001)。「生活課程」的特質、功能與設計。收錄於吳鐵雄(編著)，九年一貫課程：自然與生活科技領域教學示例(頁23-34)。臺北縣：教育部台灣省國民學校教師研習會。
19. 劉祥通、黃國勳(2003)。實踐小學因數教學模組之研究。《科學教育學刊》，11(3)，235-256。
20. American Association for the Advancement of Science. (1993). *Benchmarks for scientific literacy*. New York: Oxford University Press.
21. Arons, A. B. (1999). Development of energy concepts in introductory physics courses. *American Journal of Physics*, 67, 1063-1067.
22. Atkin, J., & Karplus, R. (1962). Discovery or invention? *Science Teacher*, 29(5), 45-51.
23. Ayers, J., & Ayers, K. (2007). Teaching the scientific method: It's all in the perspective. *The American Biology Teacher*, 69(1), e17-e21.
24. Bachtold, M., & Guedj, M. (2014). Teaching energy informed by the history and epistemology of the concept with implications for teacher education. In M. R. Matthews (Ed.), *International handbook of research in history, philosophy and science teaching* (pp. 211-243). Dordrecht, The Netherland: Springer.
25. Bernoulli, D. (1968). *Hydrodynamics* (T. Carmody & H. Kobus, Trans.). New York: Dover. (Original work published 1738)
26. Bernoulli, J. (1736). *Recherches physiques et géométriques sur la question: Comment se fait la propagation de la lumière*. Paris, France: Imprimerie Royale.
27. Butterfield, H. (1957). *The origin of modern science, 1300-1800*. London: G. Bell.
28. Capecchi, D. (2012). *History of virtual work laws: A history of mechanics prospective*. Milan, Italy: Birkhäuser.

29. Cardwell, D. (1967). Some factors in the early development of the concepts of power, work and energy. *The British Journal for the History of Science*, 3(3), 209-224.
30. Carey, S. S. (1994). *A beginner's guide to scientific method*. Belmont, CA: Wadsworth.
31. Carr, M., & Kirkwood, V. (1988). Teaching and learning about energy in New Zealand secondary school junior science classrooms. *Physics Education*, 23(2), 86-91.
32. Chisholm, D. (1992). Some energetic thoughts. *Physics Education*, 27(4), 215-220.
33. Clairaut, A. C. (1743). *Theorie de la figure de la terre: Tirée des principes de l'hydrostatique*. Paris, France: Durand.
34. Collette, A. T., & Chiappetta, E. L. (1994). *Science instruction in the middle and secondary schools*. New York: Merrill.
35. Commission on Science Education. (1965). *Science -- A process approach: Commentary for teachers*. Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.
36. Conant, J. B. (1951). *Science and common sense*. New Haven, CT: Yale University Press.
37. Coriolis, G. (1829). *Du calcul de l'effet des machines, ou, Considerations sur l'emploi des moteurs et sur leur évaluation: Pour servir d'introduction a l'étude spéciale des machines*. Paris, France: Carilian-Goeury.
38. de Berg, K. C. (1989). The emergence of quantification in the pressure volume relationship for gases: A textbook analysis. *Science Education*, 73(2), 115-134.
39. de Berg, K. C. (1997). The development of the concept of work: A case where history can inform pedagogy. *Science & Education*, 6(5), 511-527.
40. Descartes, R. (1983). *Principles of philosophy* (V. R. Miller & R. P. Miller, Trans.). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic. (Original work published 1644)
41. Driver, R. (1989). Students' conceptions and the learning of science. *International Journal of Science Education*, 11(5), 481-490.
42. Driver, R., & Easley, J. (1978). Pupils and paradigms: A review of literature related to concept development in adolescent science students. *Studies in Science Education*, 5, 61-84.
43. Driver, R., & Warrington, L. (1985). Students' use of the principle of energy conservation in problem situations. *Physics Education*, 20(4), 171-176.
44. Duit, R. (1981). Understanding energy as a conserved quantity -- Remarks on the article by R. U. Sexl. *European Journal of Science and Education*, 3(3), 291-301.
45. Duschl, R. (1990). *Restructuring science education: The role of theories and their importance*. New York: Teachers' College Press.
46. Duschl, R., Hamilton, R., & Greudy, R. (1990). Psychology and epistemology: Match or mismatch when applied to science education? *International Journal of Science Education*, 12(3), 230-243.

47. Euler, L. (2008). *Mechanica* (I. Bruce, Trans.). Retrieved from <http://www.17centurymaths.com/contents/mechanical.html>. (Original work published 1736)
48. Garrison, J. W., & Lawwill, K. S. (1993). Democratic science teaching: A role for the history of science. *Interchange*, 24(1-2), 29-39.
49. Gauld, G. (2014). Using history to teach mechanics. In M. R. Matthews (Ed.), *International handbook of research in history, philosophy and science teaching* (pp. 57-95). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
50. Gil, D., & Solbes, J. (1993). The introduction of modern physics: Overcoming a deformed vision of science. *International Journal of Science Education*, 15(3), 255-260.
51. Green, G. (1828). *An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism*. Nottingham, UK: T. Wheelhouse.
52. Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2011). *Fundamentals of physics* (9th ed.). New York: Wiley.
53. Hammer, D. (1995). Epistemological considerations in teaching introductory physics. *Science Education*, 79(4), 393-413.
54. Hecht, E. (2004). Energy and work. *The Physics Teacher*, 42(12), L1-L3.
55. Hobson, A. (2004). Energy and work. *The Physics Teacher*, 42(5), 260.
56. Hodson, D. (1996). Laboratory work as scientific method: Three decades of confusion and distortion. *Journal of Curriculum Studies*, 28(2), 115-135.
57. Iona, M. (1973). Letters: Energy is the ability to do work. *The Physics Teacher*, 11, 259.
58. Jammer, M. (1962). *Concepts of force: A study in the foundations of dynamics*. New York: Harper.
59. Jammer, M. (1997). *Concepts of mass: In classical and modern physics*. New York: Dover.
60. Jewett, J. (2008). Energy and the confused student I: work. *The Physics Teacher*, 46(1), 38-43.
61. Kanderakis, N. (2010). When is a physical concept born? The emergence of work as a magnitude of mechanics. *Science & Education*, 19(10), 995-1012.
62. Kanderakis, N. (2012). What is the meaning of the physical magnitude "Work"? *Science & Education*, 23(6), 1293-1308.
63. Keeslar, O. (1945a). A survey of research studies dealing with the elements of scientific method as objectives of instruction in science. *Science Education*, 29(4), 212-216.
64. Keeslar, O. (1945b). The elements of scientific method. *Science Education*, 29(5), 273-278.
65. Kemp, H. R. (1984). The concept of energy without heat or work. *Physics Education*, 19(5), 234-239.

66. Kimball, M. E. (1967). Understanding the nature of science: A comparison of scientists and science teachers. *Journal of Research in Science Teaching*, 5(2), 110-120.
67. Kipnis, N. (1996). The “Historical-investigative” approach to teaching science. *Science & Education*, 5(3), 277-292.
68. Klopfer, L. E., & Cooley, W. W. (1963). The history of science cases for high schools in the development of student understanding of science: A report on the HOSC instruction project. *Journal of Research in Science Teaching*, 1(1), 33-47.
69. Kuhn, D. (1993). Science as argument: Implications for teaching and learning scientific thinking. *Science Education*, 77(3), 319-337.
70. Lagrange, J. L. (1773). Sur l'équation séculaire de la lune. In l'Académie Royale des Sciences (Ed.), *Mémoires de mathématique et de physique, -- Année 1773* (pp. 335-399). Paris, France: de l'imprimerie Royale.
71. Lagrange, J. L. (1997). *Analytical mechanics* (A. Boissonnade & V. N. Vagliente, Trans.). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic. (Original work published 1788)
72. Lauritzen, C., & Jaeger, M. (1997). *Integrating learning through story: The narrative curriculum*. Albany, NY: Delmar.
73. Lawson, R. A., & McDermott, L. C. (1987). Student understanding of the work-energy and impulse-momentum theorems. *American Journal of Physics*, 55(9), 811-817.
74. Lemeignan, G., & Weil-Barais, A. (1994). A developmental approach to cognitive change in mechanics. *International Journal of Science Education*, 16(1), 99-120.
75. Lind, G. (1980). Models in physics: Some pedagogical reflections based on the history of science. *European Journal of Science Education*, 2(1), 15-23.
76. Lehrman, R. (1973). Energy is not the ability to do work. *The Physics Teacher*, 11, 15-18.
77. Matthews, M. R. (1994). *Science teaching: The role of history and philosophy of science*. New York: Routledge.
78. Matthews, M. R. (2014). *International handbook of research in history, philosophy and science teaching*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
79. Maxwell, J. C. (1878). *Matter and motion*. New York: D. Van Nostrand.
80. Medawar, P. B. (1990). Is the scientific paper a fraud? In P. B. Medawar & D. Pyke (Eds.), *The threat and the glory: Reflections on science and scientists* (pp. 228-233). New York: Harper Collins.
81. McComas, W. F. (1998). The principal elements of the nature of science: Dispelling the myths. In W. F. McComas (Ed.), *The nature of science in science education: Rationale and strategies* (Vol. 5, pp. 53-70). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

82. McLelland, C. V. (2006). *The nature of science and the scientific method*. Boulder, CO: The Geological Society of America.
83. Mendelson, K. S. (2003). Physical and colloquial meanings of the term “Work”. *American Journal of Physics*, 71(3), 279-281.
84. Mungan, C. (2007). Defining work. *The Physics Teacher*, 45(5), 261.
85. National Research Council. (1996). *National science education standards*. Washington, DC: National Academy Press.
86. Nercessian, N. (1989). Conceptual change in science and in science education. *Synthese*, 80(1), 163-183.
87. Newton, I. (1846). *Newton's principia: The mathematical principles of natural philosophy* (A. Motte, Trans.). New York: Daniel Adee. (Original work published 1687)
88. Popper, K. R. (1963). *Conjectures and refutations: The growth of scientific knowledge*. New York: Harper.
89. Rankine, W. J. M. (1853). XVIII. On the general law of the transformation of energy. *Philosophical Magazine Series 4*, 5(30), 106-117.
90. Rankine, W. J. M., Millar, W. J., & Tait, P. G. (1881). *Miscellaneous scientific papers*. London: C. Griffin.
91. Roche, J. (2003). What is potential energy? *European Journal of Physics*, 24(2), 185-196.
92. Roach, L. E., & Wandersee, J. H. (1993). Short story science -- Using historical vignettes as a teaching tool. *Science Teacher*, 60(6), 18-21.
93. Rudolph, J. L. (2005). Epistemology for the masses: The origins of the “scientific method” in American schools. *History of Education Quarterly*, 45(3), 341-376.
94. Schwab, J. J. (1962). The teaching of science as enquiry. In J. J. Schwab & P. F. Brandwein (Eds.), *The teaching of science: The teaching of science as enquiry* (pp. 1-103). Cambridge, MA: Harvard University Press.
95. Seker, H., & Welsh, L. (2006). The use of history of mechanics in teaching motion and force units. *Science & Education*, 15(1), 55-89.
96. Seroglou, F., Koumaras, P., & Tselfes, V. (1998). History of science and instructional design: The case of electromagnetism. *Science & Education*, 7, 261-280.
97. Serway, R., Jewett, J., & Peroomian, V. (2012). *Physics for scientists and engineers with modern physics* (8th ed.). Boston, MA: Brooks/Cole.
98. Sexl, R. U. (1981). Some observations concerning the teaching of the energy concept. *European Journal of Science Education*, 3(3), 285-289.
99. Shaw, R. S. (1940). Introduction of the concepts of work and energy. *American Journal of Physics*, 8(2), 136-137.

100. Shymansky, J. A., Hedges, L. V., & Woodworth, G. (1990). A reassessment of the effects of inquiry-based science curricula of the 60's. *Journal of Research in Science Teaching*, 27(2), 127-144.
101. Smeaton, J. (1759). An experimental enquiry concerning the natural powers of water and wind to turn mills, and other machines, depending on a circular motion. *Philosophical Transactions*, 51, 100-174.
102. Solomon, J. (1983). Learning about energy: How pupils think in two domains. *European Journal of Science Education*, 5(1), 49-59.
103. Stinner, A., & Williams, H. (1993). Conceptual change, history, and science stories. *Interchange*, 24(1-2), 87-103.
104. Suits, J. P. (2004). Assessing investigative skill development in inquiry based and traditional college science laboratory courses. *School Science and Mathematics*, 104, 248-257.
105. Suppe, F. (1977). *The structure of scientific theories* (2ed ed.). Urbana, IL: University of Illinois Press.
106. Tang, X., Coffey, J., Elby, A., & Levin, D. (2010). The scientific method and scientific inquiry: Tensions in teaching and learning. *Science Education*, 94(1), 29-47.
107. Thomson, W. (1852). XLVII. On a universal tendency in nature to the dissipation of mechanical energy. *Philosophical Magazine Series 4*, 4(25), 304-306.
108. Thomson, W., & Tait, P. G. (1862). Energy. *Good Words*, 3, 601-607.
109. Trumper, R. (1991). Being constructive, an alternative approach to the teaching of the energy concept -- Part II. *International Journal of Science Education*, 13(1), 1-10.
110. Trumper, R. (1993). Children's energy concepts: A crossage study. *International Journal of Science Education*, 15(2), 139-148.
111. Varignon, P. (1700). Manière générale de déterminer les forces, les vitesses, les espaces et les temps, une seule de ces quatre choses étant donnée dans toutes sortes de mouvements rectilignes variés à discretion. In Académie Royale des Sciences (Ed.), *Histoire de l'Académie royale des sciences -- Avec les memoires de mathématique & de physique pour la même année tirés des registres de cette académie -- Année 1700* (pp. 22-27). Paris, France: Jean Boudot.
112. Varignon, P. (1725). Corollaire général de la Théorie précédente. In Académie Royales des Sciences de France (Ed.), *Nouvelle mécanique, ou, Statique, dont le projet fut donné en M. DC. LXXXVII* (Vol. 2, pp. 174-223). Paris, France: Claude Jombert.
113. Voroshilov, V. (2008). On a definition of work. *The Physics Teacher*, 46(5), 260.
114. Wandersee, J. H. (1985). Can the history of science help science educators anticipate students' misconceptions? *Journal of Research in Science Teaching*, 23(17), 581-597.

115. Warren, J. W. (1982). The nature of energy. *European Journal of Science Education*, 4(3), 295-297.
116. Warren, J. W. (1986). At what stage should energy be taught? *Physics Education*, 21(3), 154-156.
117. Waterfield, R., & Bostock, D. (1999). *Aristotle physics*. New York: Oxford University Press.
118. Welch, W. (1973). Review of the research and evaluation program of harvard project physics. *Journal of Research in Science Teaching*, 10(4), 365-378.
119. Wink, D. J. (2005). The inquiry wheel, an alternative to the scientific method. *Journal of Chemical Education*, 82(5), 682.
120. Yeatts, F. R., & Hundhausen, J. R. (1992). Calculus and physics: Challenges at the interface. *American Journal of Physics*, 60(8), 716-721.

The Investigations on the Theoretical Development of Conservation of Mechanical Energy and Its Implications on Physics Teaching

Herng Yao^{1,*}, Chi-Ping Sun² and Pin-Shu Lee³

¹Department of Physics, National Taiwan Normal University

²Tungshih Junior High School

³Taipei Municipal Dali High School

Abstract

We investigate the theoretical developments of work, kinetic energy, potential energy and the conservation of mechanical energy. Our study finds that the concepts of work and kinetic energy originally appeared in Newton's *Principia*. These concepts were proposed due to the fact that Newton wanted to find the speed of an object at any position under the action of centripetal force, rather than the external force exerted by the machine. His idea subsequently was expanded by J. Bernoulli, who established the work–energy theorem for an object under the elastic force, and also wrote down the famous mathematical formula $f = ma$ for the first time. He also proposed the concept of inner product between the force and the displacement of a body. Their analytical methods of manipulating the tiny increments and cumulative sums set up the cornerstone for the arguments in mechanics. Clairaut then found that the work done by gravity on a body around the Earth was independent of the path due to the fact that the gravity could be expressed as the differential of a state function. The state function is the so-called potential energy. Combining the work–energy theorem and the concept of potential energy, Lagrange finally established the conservation of mechanical energy. The results of the investigation on the development of mechanical energy can help students avoid the common misconception about work and energy. They may also be good references for teachers to guide students to construct deep scientific thinking, and to comprehend the essence of nature of science.

Key words: Mechanical Energy, Physics Teaching, History of Science, Scientific Method, Nature of Science

* Corresponding author: Herng Yao, yao@phy.ntnu.edu.tw