

# 牛頓如何想出第一運動定律？



姚珩

美國加州大學爾灣分校物理博士，專長物理史哲與粒子物理，任教臺師大物理系 30 年與福建閩南師大 3 年。

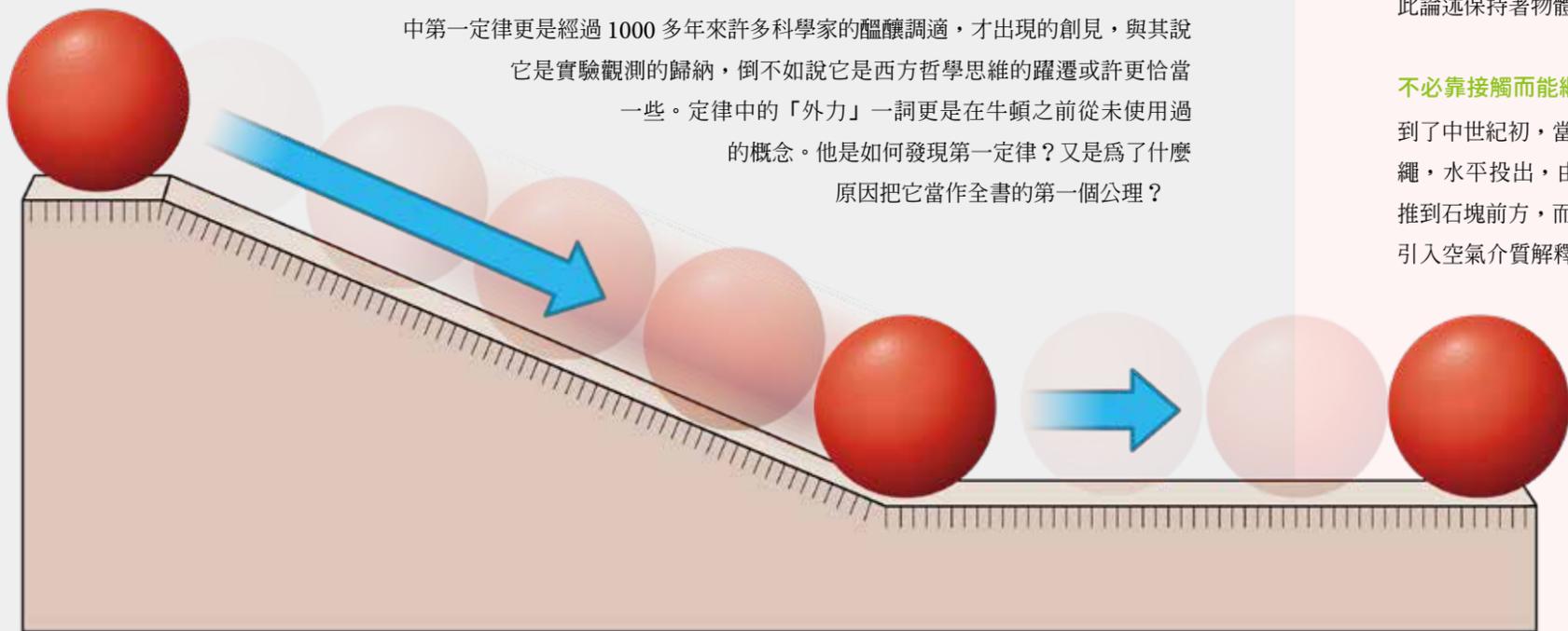


(123RF)

## Take Home Message

牛頓的第一運動定律在今日對人們來說習以為常，但其實該定律並非由牛頓最先寫下，而是科學界經過多年的醞釀與轉變才逐漸形成。從古希臘時期的「自然運動」，中世紀的「衝力」，伽利略的「圓慣性」，到笛卡兒的「固有力」，才使牛頓創造出外力概念與第一定律。

牛頓在 1687 年的巨著《自然哲學的數學原理》（*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*，以下簡稱為《原理》）一書出版之前，並未寫下過 3 個運動定律，其中第一定律更是經過 1000 多年來許多科學家的醞釀調適，才出現的創見，與其說是實驗觀測的歸納，倒不如說它是西方哲學思維的躍遷或許更恰當一些。定律中的「外力」一詞更是在牛頓之前從未使用過的概念。他是如何發現第一定律？又是為了什麼原因把它當作全書的第一個公理？



(123RF)

## 思維背景

### 自然哲學的運動觀

起源於古希臘時代的自然哲學，主要內容是探討自然界裡物體的性質、數量、位置的變化現象，其中位置的變化稱作運動。亞里斯多德（Aristotle）認為運動物體都有其目的地，輕物會往上升，重物會向下掉，因為輕物的最終目標在天際，重物的最終目標在世界的中心——地心。這種物體順著其本性朝向其目的地的運動，稱為自然運動，而不按照自然運動方式的則稱為受迫運動。例如若要讓物體向上運動，則必須用手向上拋擲；要讓靜止在平面上的車子運動，則必須不斷接觸施加作用。在當時已使用推、拉、擠壓這類與「作用」（action）相關的名詞，但並沒有「力」（force）概念一詞。

然而，為何脫離了投擲者的石塊還能繼續運動呢？亞里斯多德認為：投擲者投出石塊同時，他也推動了附近的空氣介質，藉著空氣擠壓石塊，使石塊能持續運動下去。此論述保持著物體的作用必須靠接觸來傳遞的一致性。

### 不必靠接觸而能繼續運動的原因——衝力

到了中世紀初，當時的學者開始質疑：若石塊繫著一條細繩，水平投出，由於空氣較易推動細繩，因此細繩將被推到石塊前方，而非後方，這與事實不符。為了消除因為引入空氣介質解釋所造成的矛盾，6 世紀的拜占庭學者斐勞波諾斯（John Philoponus）認為，當物體脫離了推動者之後，還能持續運動，是因為推動者給予了物體一個動力（motive force），而這個動力維持了物體的運動。

到了 14 世紀，法國哲學家布里丹（Jean Buridan）繼承斐勞波

諾斯的想法，認為運動物體是從推動者那裡獲得「衝力」（impetus），並將該力儲存在物體內部，讓物體繼續維持運動下去。他說：「當被拋物離開投擲者，它會受到投擲者所賦予的衝力推動，只要衝力大於阻力，它便會持續運動下去。」

他破除了亞里斯多德所堅持運動物體必有其目的地的觀點，並認為衝力與物體的速度和所含的物質多寡有關，非常接近於今天所說的動量（momentum），可說是日後所言物體「慣性」（inertia）的最初來源。衝力說代表著作用不必靠物體的接觸來傳遞，而是可由一種抽象的「形式概念」來描述，這個專門術語也一直沿用到牛頓時期。

### 伽利略不受外界阻礙的持續運動——圓慣性

伽利略（Galileo Galilei）承襲了中世紀的衝力理論，主張物體靠著衝力就得以持續運動下去，他在 1632 年所著《兩個新世界的對話》（*Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano*）的第二天對話裡寫著：

薩爾維阿蒂：假如有一個像鏡子一樣光滑的斜面，……在這傾斜面上放一個球，……球放開之後的情形會是怎樣？

辛普利邱：……我肯定它會自發地沿斜面滾下來。

薩爾維阿蒂：這個球會滾多久和多快呢？記住我說過……在完全沒有外部的和偶然的阻礙。

辛普利邱：……只要斜面延伸下去，球將無限地繼續運動。……若平面不上升，也不下降，平面多長，球體就運動多遠。

薩爾維阿蒂：如果這樣一個平面是無限的，那麼在這個平面上的運動同樣是無限的，也就是說，永恆的了，是不是？

這段對話就是大家經常引用的內容，被認為是伽利略慣性定律的來源出處。但需注意他並未使用球不受「外力作用」一詞，他說的是：在完全「沒有外部的和偶然的阻礙」下，球的運動情形。在此情形下，球會沿著「直線」繼續運動下去嗎？

薩爾維阿蒂：那麼對一個既不向下，也不向上的表面來說，它的各部分一定是和地心等距離的了。世界上有沒有這樣的平面呢？

辛普利邱：在風平浪靜時，水面就是這樣的表面或平面。

薩爾維阿蒂：……在一個既不向上，也不向下的表面或平面上運動，要是排除一切外在的和偶然的阻礙，它一旦獲得衝力就會不停地以等速運動。

由此敘述可知，在排除一切外在的和偶然的阻礙下，伽利略認為球並不會沿著直線繼續運動，而是在沿著與地心等距離的地球表面上持續運動下去，也就是繞著地球作圓周運動。

### 笛卡兒的自然律——固有力與運動狀態

法國數學家笛卡兒（René Descartes）保留了中世紀與伽利略的持續運動的衝力觀點，但不贊同球會作圓周運動，他從哲學恆定不變性的理念出發，1644年出版了《哲學原理》（*Principia philosophiae*），在第37節中寫下他的運動律：

**第一自然律：**每一物體由於它本身的強力（power），總是保持在同一狀態（state）；因此一旦它開始運動，它就會繼續地運動。

他解釋每一事物就它本身「內在的強力」而言，物體總是

會保持在同一「狀態」，且除非受到外在原因（external cause）影響，否則它永不改變。如果它處於靜止狀態，除非受到某種外部原因的驅使，我們不相信它會開始運動。同理，如果它在運動，若沒有其他物體制止（impede）它，沒有任何理由認為它會停止運動。因此可以得到結論：任何運動物體只要是在自身的強力（或內在力、固有力）作用之下，總會繼續運動下去。

笛卡兒所言不受外在原因影響下，運動物體保持在同一狀態，是代表什麼意義呢？他接著指出：

**第二自然律：**一切運動物體本身都是沿著直線進行的；因此，沿著圓周運動的物體，總是傾向於遠離它們的圓心。

笛卡兒認為運動狀態代表的不是物體位置，也不是物體的速率（speed），而是物體的速度（velocity），包含大小與方向；保持在同一狀態代表是維持靜止，或等速直線運動。他所說的運動狀態與等速直線運動，都是伽利略不曾有過的想法，也是物理史上第一次出現的觀點，對牛頓影響很大。

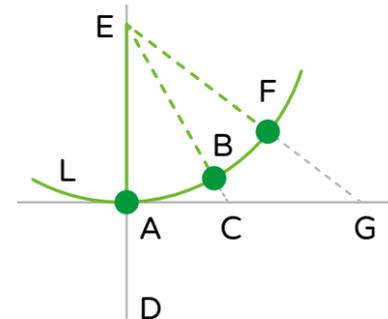
他還指出物體作圓周運動時，總是會傾向回到原來的狀態，也就是會離開圓心，朝向切線位置上的離心運動（圖一），後來惠更斯（Christiaan Huygens）稱此離心趨勢為離心力。

### 牛頓創造出外力概念與第一定律

在牛頓43歲之前，物理學界裡與力相關的概念只有亞里斯多德的阻力、笛卡兒的固有力、惠更斯的離心力，以及牛頓的向心力4種，並無力或外力的清晰定義。力學專家特魯斯德爾（Clifford Truesdell）也認為，在牛頓之前



( Photo by K. Mitch Hodge on Unsplash )



圖一：笛卡兒的固有力與圓周運動的離心趨勢。

所有「力」的概念只是一個通俗的字，這個字只是很不嚴謹地用在科學著作裡，但是它從來沒有被視為是基本的。直到1687年《原理》一書中，牛頓受到伽利略的不受外在阻礙，與笛卡兒的不受外在原因和制止的啟示，以不受「外力」作用的創新概念來取代，世上才首次對外力

有直接的描述與定義：

**定義4：**外力（impressed force）是施加在物體上，用來改變其靜止或等速運動的作用。

牛頓所說的外力並不是來自於日常生活中，人們感官經驗的推力或拉力所延伸出來，而是為了要探討自然界中物體運動所引入的嶄新觀點，它類似於中世紀的衝力一詞，是一個形式概念，不是實驗室的測量值。基於此形式概念，牛頓寫下了他劃時代的慣性定律：

**定律1：**任意一物體除非受外力作用，被迫改變其狀態，否則它將保持靜止或等速直線運動。

此陳述成為日後力學中最基本的定律。

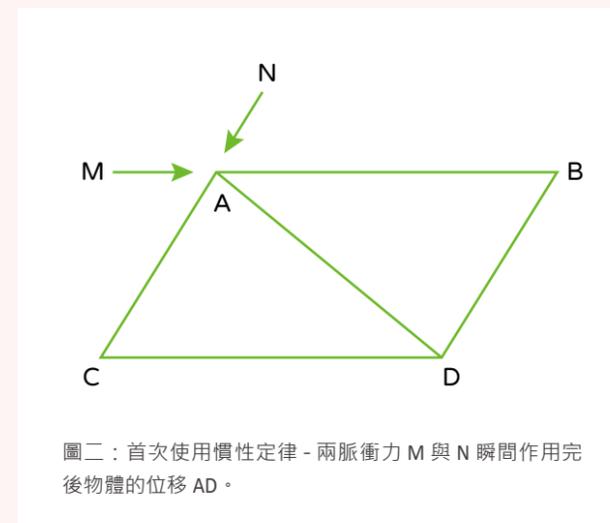
### 慣性定律目的與牛頓如何使用

#### 兩脈衝力瞬間作用完後物體的位移

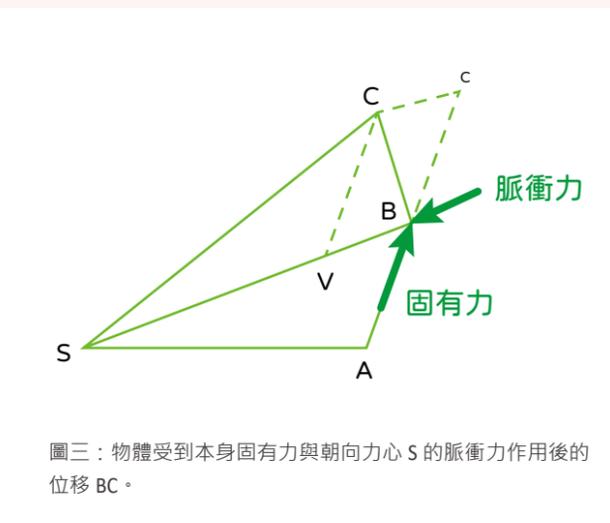
牛頓承襲著歷代重要學者的觀點，結合自己的創見，建立了第一定律，此定律並非只是單純的敘述而已，最重要的目的是要能詮釋及預測天體和地表物體的運動問題。為達到此目標，第一步就是要利用它反駁笛卡兒與惠更斯所主張的離心力。他應用笛卡兒所言：「除了本身的固有運動外，任何物體必須靠接觸才能將作用傳送出去。」在介紹完 3 個定律之後，牛頓即刻寫下第一個重要推論，在那時他首次使用了慣性定律。

推論 1：二力合成作用在一物體上，將描繪出一平行四邊形的對角線，其兩邊為各別分力在同一時間裡的作用所描繪。（圖二）

在證明中他表示，兩力 M 與 N 為作用於 A 點上的脈衝力，在瞬間作用完後，由第一定律，物體將分別以等速直線運動至 B 點與 C 點。若要將此兩力對應於單一外力，則此合成力瞬間作用完後，由於第一定律，物體也必須以等速直線運動，唯一可能就是物體會沿著以 AB 與 AC 為平行四邊形兩邊的對角線前進。



圖二：首次使用慣性定律 - 兩脈衝力 M 與 N 瞬間作用完後物體的位移 AD。



圖三：物體受到本身固有力與朝向心力 S 的脈衝力作用後的位移 BC。

#### 將固有力與向心力合成得到面積律

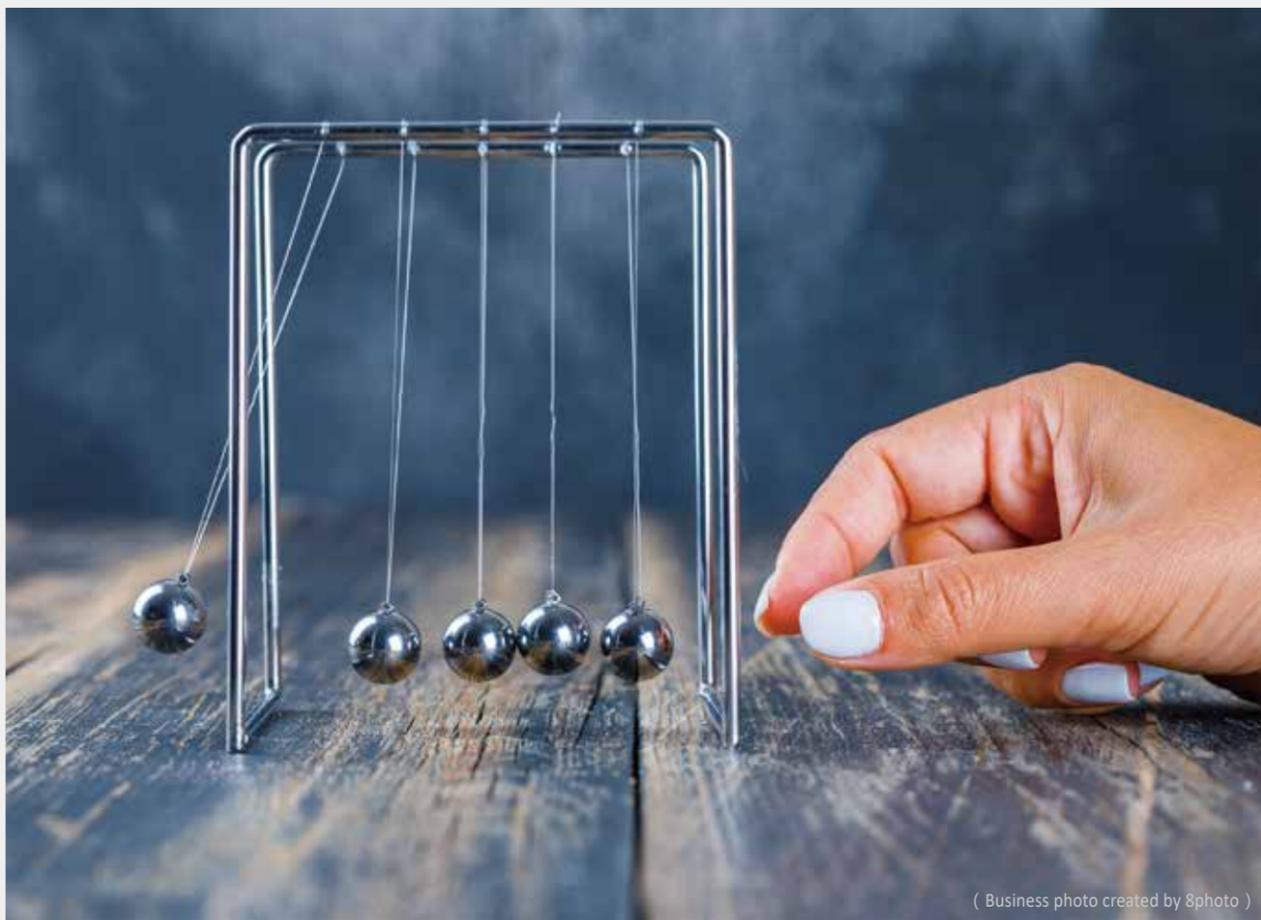
利用此推論，在《原理》的第一個命題——由向心力可得到面積律——證明中，牛頓第二次使用慣性定律（圖三）：「假設時間被分成幾段相等部分，在第一段時間中物體受固有力（innate force）畫出直線 AB。根據第一定律，如果沒有阻礙，物體將沿直線直接運動到 c，且  $Bc=AB$ 。」接著利用推論 1，固有力與向心力合成作用等於 BC，故面積  $\Delta SBc = \Delta SBC$ （同底等高） $= \Delta SAB$ ，而得到面積律。

《原理》的命題 2——由面積律可得到向心力——的證明中，牛頓第三次使用了慣性定律：「每一個偏離直線作曲線運動的物體，依據第一定律，都會受到推促它的某種力作用。」接著在指出有此外力存在之後，才可使用第二定律去尋找此力的大小與方向。所以對牛頓而言，慣性定律的逆命題：如果物體不做等速直線運動，則物體必受外力作用，也是慣性定律的另一種正確描述。牛頓就是利用慣性定律證明出滿足面積律的等速圓周運動或橢圓運動，必受到向心力作用，而非離心力。

#### 揭開物體狀態變化與運動軌跡的第一運動定律

牛頓的第一定律不是實驗觀察的歸納，它是一個公理，是為要論證自然現象所創造出一種思維基礎。他繼承著前人的思想，從古希臘的接觸作用，經過伽利略所描述圓球藉著內在衝力——不必靠接觸卻能將作用效果傳送出去的一種形式概念——滑到水平面時會持續運動下去，再經過笛卡兒的固有力，最後到牛頓的不受外力作用，其中歷經約 1900 年，揭示了物理學從感官經驗提升到抽象形式思維的發展過程中，人類心智轉變的艱難程度，也彰顯出牛頓慣性定律在物理學發展上所扮演的重要角色。

第一定律並非是為了要建立慣性參考坐標系而引進來的，也不是第二運動定律的特例，它反而是促成第二運動定律發生的原因。牛頓利用它揭開了狀態變化與運動軌跡的量化關係，也將行星運動與自由落體運動整合在一起，完成了物理世界全新的描述方式，這是他發現第一運動定律的主要來源與目的。



( Business photo created by 8photo )